



新课程标准

北京市特级高级教师联合编写组 编写

MATHEMATICS

小学 典型 应用题 精选

宋川利 主编

M A T H E M A T I C S

jingxuan



dianxing
yingyong
ti
jingxuan

Mathematics
MATHEMATICS

小学

典型

应用题

精选

典型应用题

三



新课程
标准

MATHEMATICS

小学 典型 应用题 精选



宋川利 主编

北京市特级高级教师联合编写组 编写

M A T H E M A T I C S

jingxuan



图书在版编目(CIP)数据

小学典型应用题精选/宋川利主编. —北京:开明出版社,2004. 1

(数学应用丛书)

ISBN 7-80133-909-6

I. 数... II. 宋... III. 数学课—小学—解题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 094817 号

主编 宋川利

编者 陈晶心 王 君 顾敏贤

刘惠珠 穆平安 董全海

数学应用丛书

小学典型应用题精选

开明出版社出版

(北京海淀区西三环北路 19 号 邮编 100089)

新华书店北京发行所经销

秦皇岛市晨欣彩印有限公司印刷

大 32 开 7.125 印张 152 千字

北京 2004 年 1 月第 1 版 2004 年 1 月第 1 次印刷

1~20000 册

书号/ISBN 7-80133-909-6/G·823

定价/8.50 元

版权所有 侵权必究

前言

“数学应用”丛书是由教学一线特级、高级教师和北京部分区教科研中心的教研员共同讨论、设计、编写而成的。该丛书包括《小学典型应用题精选》、《初中典型应用题精选》及《高中典型应用题精选》三册。

《小学典型应用题精选》，以新课标为准则，面向全体学生，引入反映社会生活，具有时代特征的实际问题，并结合儿童心理特征，创设情景，如喝汽水、摆餐桌、购买公园门票及折叠纸宝塔等，题题激起浪三层。让学生在乐趣中学习，在操作中思考，在分析中感悟，在实践中增长才干。全书选例均富有实用性、开放性、趣味性、可探索性，给学生思维提供了广阔的空间和良好的载体，帮助学生开阔视野、理解数学、应用数学。

小学数学应用题是教学中的重点和难点，而实际应用题又是难点中的难点，它通常是区分学生数学成绩中等和优等的分水岭。本书以典型实例为依托，采用题组形式进行剖析，教授探索方法，引导发现规律，讲究解题策略，帮助突破难点，可起到解题一组而知一片的效果。

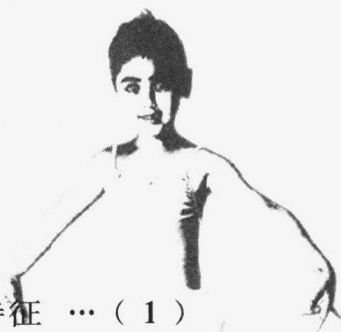
大千世界，千姿百态、异彩纷呈，但各种现象并非杂乱无章，且各种现象均服从于某种或某些法则，这就是数学规律的魅力。本书在小学数学知识范围内，给学生提供了大量的新问题、新题型和新方法，内容充实具体、新颖独特、富有情趣、富有启发性。

本册可供小学四、五、六年级学生阅读，也可供关注小学数学教育的家长、教师和数学教研人员参考。

编者

2003. 11. 26

目 录



第一章 小学新课标数学应用题的基本特征 … (1)

一、情境开放, 贴近生活 …………… (4)

二、条件开放, 答案优选 …………… (5)

三、题型开放, 结果多样 …………… (7)

四、思路开放, 纵横联系 …………… (10)

五、思维收敛, 揭示规律 …………… (17)

六、陈题新貌, 开拓创新 …………… (22)

测试题一 …………… (25)

测试题一答案 …………… (27)

第二章 解小学数学应用题的基本策略 …………… (33)

一、抓关键句, 重点突破 …………… (35)

二、有序思考, 顺藤摸瓜 …………… (37)

三、应用常识, 拾级而登 …………… (41)

四、抓不变量, 实施转化 …………… (45)

五、借助图形, 以形助数 …………… (49)

六、动手操作, 准确表达 …………… (53)

七、运用比较, 作出判断 …………… (60)

八、引进参数, 搭桥过河 …………… (65)

九、借助推理, 揭示本质 …………… (69)

十、八仙过海, 各显神通 …………… (74)

测试题二 …………… (81)

测试题二答案	(84)
--------------	--------

第三章 小学数学应用题的主要类型	(91)
------------------------	--------

一、支付与消费	(93)
---------------	--------

二、财产保险	(98)
--------------	--------

三、利息和利润	(101)
---------------	-------

四、劳力分配	(105)
--------------	-------

五、线路与网络	(112)
---------------	-------

六、最佳方案	(118)
--------------	-------

七、植树问题	(124)
--------------	-------

八、组合图形	(128)
--------------	-------

九、统计图表	(139)
--------------	-------

十、你知道吗	(146)
--------------	-------

测试题三	(151)
------------	-------

测试题三答案	(158)
--------------	-------

第四章 小学数学名题、趣题及其应用	(171)
-------------------------	-------

一、塔顶有几盏灯	(173)
----------------	-------

二、百羊问题	(174)
--------------	-------

三、婆罗摩笈多算题	(175)
-----------------	-------

四、分牛问题	(176)
--------------	-------

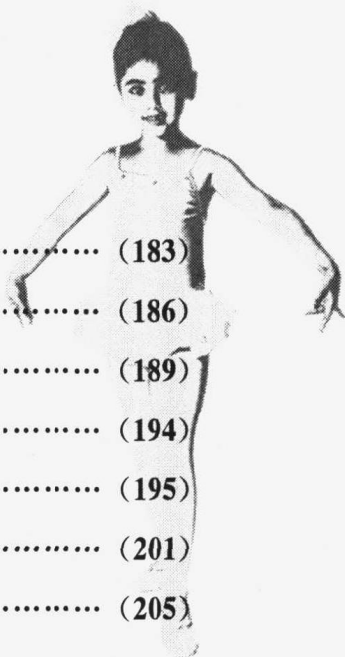
五、托尔斯泰算题	(177)
----------------	-------

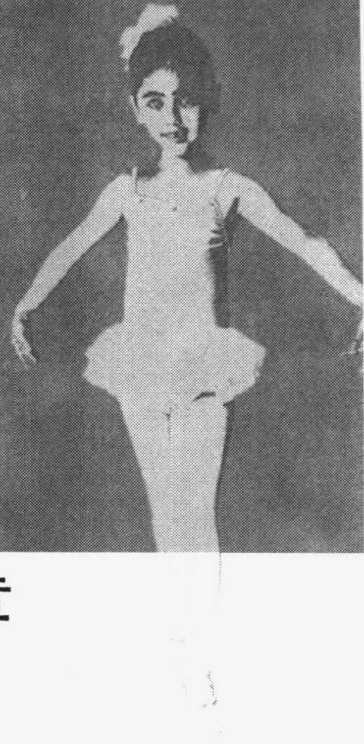
六、爱神的烦恼	(180)
---------------	-------

七、丢番图的墓志铭	(181)
-----------------	-------

目 录

八、荡杯问题	(183)
九、牛顿问题	(186)
十、猴子分桃	(189)
十一、百鸡问题	(194)
十二、中国余数定理	(195)
测试题四	(201)
测试题四答案	(205)
附录	(213)





第 1 章

小学新课标数学应用题的基本特征





2001年7月中华人民共和国教育部正式颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《新课标》),将义务教育阶段的数学科课程内容阐述为“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”及“实践与综合运用”四个领域,并对每个领域内的具体目标内容进行了阐释。

其中,对数学应用题的基本要求是:“应用题选材注意联系学生生活实际,呈现形式多样化,除文字叙述外,还可以用表格、图画、对话等方式,适当安排一些有多余条件或开放性的问题。”“应用题教学要注意联系学生的生活实际,在实际情境中进行探索,引导学生分析数量关系,掌握解题思路。”

根据《新课标》的上述要求,各地教育行政部门、实验区、实验校,以及众多的教育专家、教研员等,进行了实验、探索、研究,取得了初步的实验成果和较丰富的经验。一致认为,应用题教学要充分考虑到儿童的心理和生理情况,遵循儿童的认知规律,以及数学来源于实际的特点,以形成“问题情境—建立数学模型—解释与应用”的叙述模式,使学生在现实的情境中进行观察、测量、画图和比较,在实际操作和独立思考的过程中去认识、理解和掌握数学知识及思想方法;要突出数学应用问题的实用性、趣味性和可探索性;注重问题形式的多样性,问题多样的可选择性以及问题结论的开放性等。概括起来,根据《新标准》应突出应用题教学的目的性、实践性及开放性等,具体地讲,应体现出以下几个特征。

一、情境开放，贴近生活

数学源于生活，生活中充满数学。小学数学知识在生活中都能找到原型。因此，在设计应用题时，要善于挖掘生活中的素材，在现实生活中找到与所学知识相匹配的原型，让学生从熟悉的生活情节中学习数学、理解数学、应用数学。

例1 小明用10个空汽水瓶换汽水喝。已知每3个空瓶可以换回1瓶汽水，问小明最多可以喝到几瓶汽水？

解法1 试验法

小明可以先从10个空瓶中拿出9个换回3瓶汽水(带瓶)，然后把瓶里的汽水喝完，再用这3个空瓶换1瓶汽水(带瓶)；喝完瓶中的汽水后把这个空瓶和一开始剩下的1个空瓶合在一起是2个空瓶，这时再考虑用“先借后还”的方法，即只要先借1个空瓶来，就可以换到1瓶汽水，当把汽水喝完后，再把空瓶还给人家，这时小明不剩空瓶也不欠空瓶。这样小明就用10个空瓶换到了5瓶汽水。

解法2 推理法

由于用3个空瓶可以换回1瓶带瓶的汽水，所以用2个空瓶就可以换回1瓶不带瓶的汽水，也就是说，小明只要用2个空瓶就可以喝到1瓶汽水。由此可见，小明一共可喝到汽水

$$10 \div (3-1) = 5(\text{瓶})$$

答：小明最多可以喝到5瓶汽水。

例2 甲、乙两位乘客乘坐同一辆出租车往同一方向去，出租车驶出4千米甲下了车，然后又驶出4千米乙才下车。车费一共是24元。问甲、乙各应付多少车费？

解 这是一个车费分配问题。我们可以这样来想，全部路程



车费是 24 元。甲、乙共坐 4 千米，应付车费 12 元，而甲应付的车费当然是 6 元。乙在前 4 千米路程中应付 6 元，后 4 千米路程是乙独自乘车，理所当然应付车费 12 元，这样分配合情合理。以上分析过程可用算式表示出来，即甲应付车费

$$24 \times \frac{4}{4+4} \div 2 = 6(\text{元})$$

而乙应付车费

$$24 \times \frac{4}{4+4} \div 2 + 24 \times \frac{4}{4+4} = 18(\text{元})$$

答：甲应付车费 6 元，乙应付车费 18 元。

这是生活在城市的学生经常遇到的实际问题，你是否应用过上述车费的分配方法呢？

例 3 张大妈把 7 500 元钱存入银行二年，年利率是 2.25%，扣除 20% 的利息税，二年后张大妈可得利息多少元？

解 存入银行二年，从银行得利息款为

$$7\,500 \times 2.25\% \times 2 = 337.5(\text{元})$$

而应缴利息税款为

$$337.5 \times 20\% = 67.5(\text{元})$$

扣除利息税，实得款数

$$337.5 - 67.5 = 270(\text{元})$$

答：张大妈得利息 270 元。

引用上述例子，既贴近学生实际，充满情趣，又能帮助学生应用知识，学以致用。

二、条件开放，答案优选

在设计开放性问题时，可以打破传统应用题条件不多也不少

的模式,设置一些有多余条件和问题开放的题目。让学生有所选择,从而激活学生思维,以培养学生运用数学知识的能力。

例 1 有 8 名同学星期天一同去逛公园。公园有规定:(1)如买个人门票,每张 3 元钱;(2)如买团体票,每张 2 元钱,但至少买 10 张。这 8 个人应怎样做才能花钱最少又合情合理?

解 先把所有可能的情况都考虑到,然后再比较并从中选出最佳方案。

方案 1 按个人门票购买

$$3 \times 8 = 24(\text{元})$$

方案 2 按团体票购买 10 张

$$2 \times 10 = 20(\text{元})$$

方案 3 按团体票购买 10 张后,再把剩下的 2 张门票按每张 2 元钱卖出

$$2 \times 10 - 2 \times 2 = 20 - 4 = 16(\text{元})$$

方案 4 按团体票购买 10 张后,再把剩下的 2 张门票按每张 3 元钱卖出

$$2 \times 10 - 2 \times 3 = 20 - 6 = 14(\text{元})$$

从上面的四个方案中可以看出:方案 4 花钱最少,但是 2 元钱一张门票购买后却以 3 元钱一张卖出,显得有点不道德,不合情理。方案 3 虽然花钱比方案 4 多 2 元,但公买公卖,合情合理。

例 2 某服装厂生产一种服装,每件的成本是 144 元,出厂价是 200 元。一个服装经销商订购了 120 件这样的服装,并提出“如果每件的出厂价每降低 2 元,我就多订购 6 件”。按经销商的要求,这个服装厂售出多少件时,可以获得最大利润?最大利润是多少元?



分析 这里，经销商所说的话“如果每件的出厂价每降低 2 元，我就多订购 6 件”是关键句。

解 假设每件降价 2 元，那么服装经销商可多订购 $(2 \div 2) \times 6 = 6$ (件)，一共订购了 $120 + 6 = 126$ (件)。服装厂的利润为

$$(200 - 2) \times 126 - 144 \times 126 = 6\ 804 \text{ (元)}$$

用同样的方法可以求得：

每件降低 4 元时，服装厂的利润为 6 864 元。

每件降低 6 元时，服装厂的利润为 6 900 元。

每件降低 8 元时，服装厂的利润为 6 912 元。

每件降低 10 元时，服装厂的利润为 6 900 元。

由此看出，如果再往下降价，利润就会越来越少，因此当降低 8 元时，可获得最大利润 6 912 元，这时售出了 144 件服装。

三、题型开放，结果多样

人们在解应用题时，由于受传统应用题一题一解的影响，产生了思维定式，习惯于用某种思维方式。因此，在设计应用题时必须更新观念，设计一些答案不惟一或形式多样的题目，引导学生从不同侧面、不同角度进行思考，以培养学生思维的发散性。

例 1 有 74 人到餐厅就餐，每张方桌能坐 8 人，每张圆桌能坐 10 人，需要安排几张圆桌和几张方桌？

分析 这是一个餐厅安排客人就餐问题，题目来自生活，本身是开放的。

解 如果学生能进入“就餐”过程，亲自摆一摆、算一算，就不难悟出有两种不同的方式，并且能用标准的数学方式表达出来，即

$$10 \times 5 + 8 \times 3 = 74 \text{ 或 } 10 \times 1 + 8 \times 8 = 74$$

即可以安排 5 张圆桌和 3 张方桌, 或安排 1 张圆桌和 8 张方桌就餐。

例 2 六一儿童节, 小明准备买一些钢笔捐献给“希望工程”。甲文具店广告: 买 2 件以上(包括 2 件)商品, 按一件原价其余半价优惠。乙文具店广告: 本店商品一律按原价的 $\frac{2}{3}$ 优惠。已知两店钢笔的原价是一样的。请你帮助小明算一算, 他在哪家文具店买钢笔合算?

解 为了计算简便, 假定两家文具店钢笔的原价都是 3 元。再设小明准备买 n 枝钢笔(n 为自然数), 那么在甲店买应付钱

$$3 + 3 \times \frac{1}{2} \times (n-1) = 1.5 + 1.5n (\text{元})$$

在乙店买应付钱

$$3 \times \frac{2}{3} \times n = 2n (\text{元})$$

要比较 $1.5 + 1.5n$ 和 $2n$ 的大小, 可以比较两者的差。可分以下三种情况讨论:

(1) 当 $0 < n < 3$ 时, $0.5n < 1.5$, $0.5n - 1.5 < 0$, 即 $2n < 1.5 + 1.5n$ 。

也就是说, 当小明准备买 1 枝或 2 枝钢笔时, 在乙文具店买合算。

(2) 当 $n = 3$ 时, $0.5n - 1.5 = 0$, 即 $2n = 1.5 + 1.5n$ 。

也就是说, 当小明准备买 3 枝钢笔时, 在两家文具店应付钱数一样多。

(3) 当 $n > 3$ 时, $0.5n > 1.5$, $0.5n - 1.5 > 0$, 即 $2n > 1.5 + 1.5n$ 。



$+1.5n$ 。

也就是说，当小明准备买的钢笔在3枝以上时，在甲文具店买合算。

在实际问题中，答案不惟一或答案可能不惟一的情况是大量存在的，或者说具有普遍性。在《新标准》指导下编写的教材中，这类开放性问题大量出现。因此，我们在解题过程中，必须考察题目所给条件是否包含有答案不惟一的因素，再从不同角度、不同侧面对问题作全面分析，并作出正确的判断。

例3 有两根同样长的绳子，第一根绳子截去 $\frac{9}{10}$ ，第二根绳子截去 $\frac{9}{10}$ 米，哪一根绳子剩下的部分长？

分析 这也是一个结果开放的应用题。由于两根绳子的长度不确定，第一根绳子截去的长度也无法确定，两根绳子剩下的部分也难以比较，学生感到束手无策。

解 我们不妨把两根绳子剩下的部分的长度分以下几种情况来讨论：

(1) 当绳子的长度是1米时，第一根绳子的 $\frac{9}{10}$ 等于 $\frac{9}{10}$ 米，两根绳子剩下的部分一样长；

(2) 当绳子的长度大于1米时，第一根绳子的 $\frac{9}{10}$ 大于 $\frac{9}{10}$ 米，因而第二根绳子剩下的部分长；

(3) 当绳子的长度大于等于 $\frac{9}{10}$ 米而小于1米时，第一根绳子的 $\frac{9}{10}$ 小于 $\frac{9}{10}$ 米，于是第一根绳子剩下的部分就长。