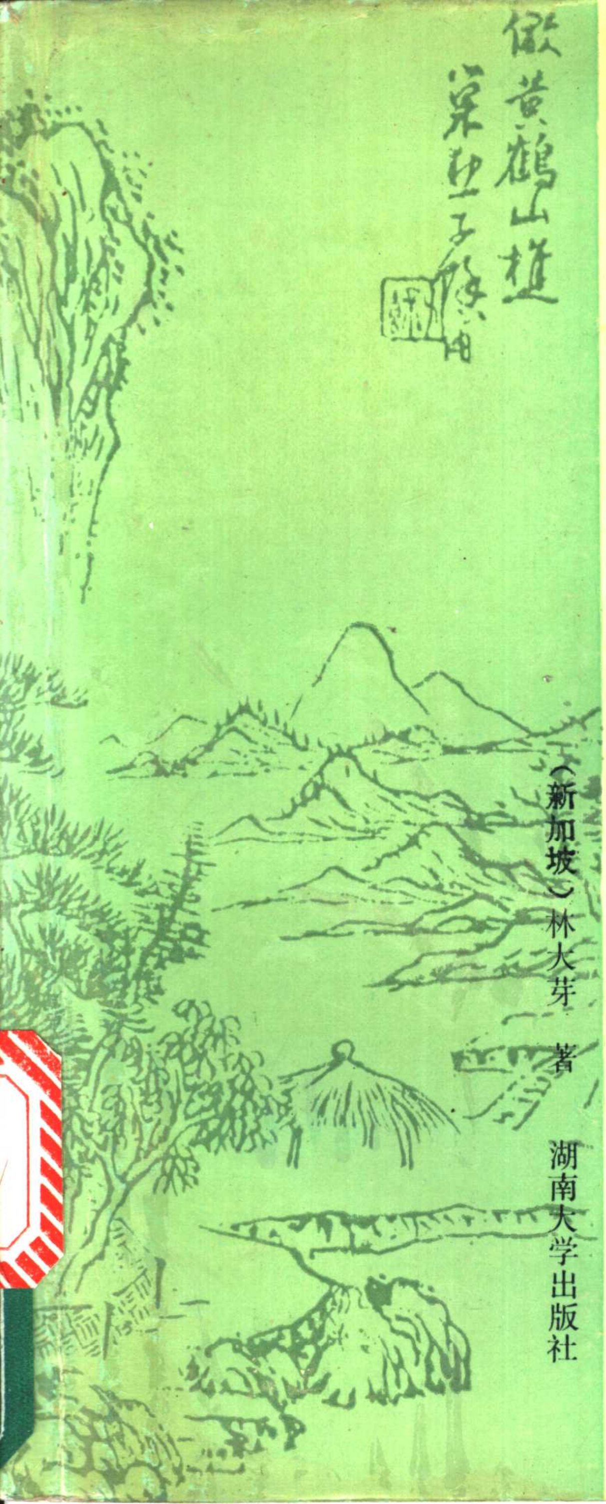

中國古籍數學化研究論集

（新加坡）林大芽 著

湖南大学出版社

中国古籍数学化研究论集

（新加坡）林大芽 著

湖南大学出版社

中国古籍数学化研究论集

（新加坡）林大芽　著

*

湖南大学出版社出版发行
（长沙岳麓山）
湘潭大学印刷厂印刷
787×1092　32开　14.375印张　350千字
1989年12月第1版　1989年12月第1次印刷
ISBN 7—314—00488—9/G·95
定价：9.50元

序

三十年代毕业于浙江大学，现居新加坡的林大芽先生，致力于“中国古籍的数学化”、“数学与哲学对文学的渗进”等专题研究，在博大精深的中国古籍研究领域中，别开生面，探索锐进，取得令人瞩目的成就，已刊多种著述行世。敝校图书馆即藏有《论杜诗数学化》、《论水浒数学化》等林著单行本及若干文论。

林大芽先生以热爱中华故土的一片赤诚之心，自1982年开始陆续向南京大学、西安交通大学、内蒙古大学、郑州大学、湖南大学等院校图书馆捐款，以资购书充实馆藏；又自1986年始，先后在南京师范大学、苏州大学、内蒙古大学、湖南大学等院校设立“中国古籍数学化研究专题研究奖励金”，旨在繁荣学术，激励后进，倡导运用辨证逻辑与数理逻辑的思维方式，从一种新的角度对中国古典文学进行开创性探索，科学地揭示优秀古典名著更深层的文学艺术美。

心之既善，意之既明，文之既丰。当我校图书馆副馆长张白影先生结林著精华以成《论集》，并嘱为序时，我便十分乐意写上几句话，以示对林大芽先生的敬意与谢忱。此集

除林先生著作，还在附录中收入了国内作者与林先生研究方向相同的论文四篇，林先生欣然同意并捐金资助出版此书。由此，我并祝各位研著日进，文光远播。

（湖南大学校长、教授）

1989.12　岳麓山

目　录

论 集 合※

一．量集

若考察集合论发展的情形，便见到它有一种倾向，即许多作家多偏于元素种类方面的研究，但对于元素数量之探讨，却寥若晨星，其中即使偶然涉及数量的范围，也因了基数序数的使用，遂使本来数量的问题，一变而为种类的问题了。

要研究量的问题，应先从初等几何说起，我们知道三角形有三个顶点，但当两个顶点重合时候，则此三角形仅有两个顶点和一个边，因称为变态三角形。又当讨论多面体时候，便不难看到其中有许多相重的顶点和许多相重的边，因此，这多面体也变为变态多面体了。

变态多面体的每一个顶点，其数往往不仅一个，其中有的两个，三个，以至多个，因此，当我们用集合方法来表达时候，便见其中除了许多不同元素之外，更有由各元素所带来的数目问题，因得量集。试举例来说：$\{r, t, s\}$，$\{s, t, r, s\}$，$\{t, s, t, r\}$均表由 r，t，s 三种元素所成的集合，如不计重复元素的数目，它们是相等的。但如把重复元素的数目也计算在内，则得 $\{r, t, s\}$，$\{2s, t, r\}$，及$\{2t, s, r\}$ 三种各不相等的集合，这样才符合变态多面体的意义，也更符合实际事物的情景。

量集既改变了过去集合的意义，那么，过去的关系也不能不跟着改变的，因把其中较为明显的，分述如次：

※ 摘自《知天集》（五）

定理一：设两量集相同，则其中元素之种类相同，且各种类元素数目之比极近于1。

定理二：设某量集内元素 a 有 n 个时，则可作 n 个相同之子集，使各子集均含一个 a 及其他元素之全部。

因此，设某量集含有元素 a，b，c，……，各有 n，p，q，……个时，则可作 $c_{n1} \cdot c_{p1} \cdot c_{q1}$……个相同之子集，使各子集含有一个 a，一个 b，一个 c，……及其他元素之全部。

因此，当选取 r 个 a，s 个 b，t 个 c，……，则该量集含有 $c_{nr} \cdot c_{ps} \cdot c_{qt}$……个相同之子集，使各子集含有 r 个 a，s 个 b，t 个 c，……及其他元素之全部。

定理三：两量集间某元素之数目不等，则该两集不等。但在古典集合论上则相等。

定义一：设有一量集，其中任一元素或子集与其他两量集之元素或子集相同，且该元素或子集之数目与相同元素或子集之数目中最大者相等，则该集称为该两集之联集。

定义二：设有一量集，其中任一元素或子集与其他两量集之元素或子集相同，且该元素或子集之数目与相同元素或子集之数目中最小者相等，则该集称为该两集之交集。

定理四：设两集合之交集为 ϕ，则其联集为两集之和。

定理五：设两集之联集为 ϕ，则其交集及该两集均为 ϕ。

除了上述之外，更在集函数方面，也有显著的改变，例如：

设集函数 f：$A \to B$ 为 homeomerphic，A，B 各为量集，因其中具有一一对应及双重连续性质，故在 A 中不同元素，经反映后，仍为不同元素，且不同之数亦相等。反之，A 中相同元素经反映后，仍为相同元素，且相同之数亦相

等。因此，在结构上，A，B是相同的。

定义三：上述相同元素之数目，称为元素系数。

定理六：设集函数f：$A\to B$为 homeomerphic，则其中任一元素之元素系数与其所对应元素之元素系数相等。

定理七：设A，B为量集，且各元素成一一对应，则任一对对应元素间所造成之元素系数必相等，且成homeomerphic。

定理八：设某量集有一元素系数与另一量集中任一元素系数不等，则该两集不能造成一一对应。

定理九：设在一量集内，某元素系数不与该集内任一元素系数相等，即该子集可作自动对应（Auto-morphic）

定理十：设在一量集内，所有元素系数皆成对相等，则有自动对应存在，使各对间成特别对应。

定理十一：设一个量集造成自动对应，则该集所有相同元素系数应成对存在；不成对之相同元素系数间亦必造成部分自动对应。

定理十二：设某量集成自动对应，则元素系数为一之诸元素间必造成部分的自动对应，而元素系数相同之诸元素间亦必造成部分自动对应，及单独之元素系数（非一）造成子集自己不变对应。

设A，B，C各为量集，$\cup_\infty$表其字量，则有许多定律与古典集合论相同，特述之如次：

1．吸收律：

(a) $A\cup A=A$　　(b) $A\cap A=A$

2．结合律：

(a) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

(b) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

3．**交换律：**

(a) $A\cup B=B\cup A$ (b) $A\cap B=B\cap A$

4．**分配律：**

(a) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

(b) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

5．同一律：

(a) $A\cup\phi=A$

(b) $A\cap\cup_{\infty}=A$ $A\cap\phi=\phi$

6．**余集律：**

(a) $A\cup A'=\cup_{\infty}$ (b) $A\cap A'=\phi$

$(A')'=A$ $\cup_{\infty}'=\phi$，$\phi'=\cup_{\infty}$

7．Morgan 定律：

(a) $(A\cup B)'=A'\cap B'$

(b) $(A\cap B)'=A'\cup B'$

量集的意义既如上述，要知道其在一切事物存在之价值，不在单独特别元素之出现而在其系数之大小。因为个别事物往往被大众孤立而消灭，犹如古代哲人，虽有崇高的思想和伟大的发明，当其被大众抛弃后，结果，也难逃其毁灭的命运。所以当这些事物反映到集合论上时，对于元素系数，不能不加以重新检讨，使其表现，更为真实。

元素系数对于量集既有相当影响，兹论当元素系数最大时，即该元素的影响力也最大，特称为重心。又当有数个最大元素系数存在时，便构成了次重心。这些重心或次重心都有决定量集外形的作用，因此，它们是集合的骨。

二．眼的哲学

眼是中国围棋的名词，至少具有两个生存的气，倘把它

引伸出来，使集合论里也具有两种生存的气，一种摄取外界事物，蜕化而为集合，另一种则摄取数学形式使之确定而成数学。这即是说，一个是实践的气、一个是理论的气，两者统一起来，可使数学大大发展。

由此可见一个数学系统的发展，应具有两种气，一个从自然现象，社会环境，生活习惯，文娱生活，以及劳动等等，吸取其中有用特质，这便是最初实践的气，然后把它关在数学理论里面，再经创作方法的活动，便一一化为数学的形式，这种理论的气，一旦和实践的气相通，便成为集合论中的眼。

眼至少有两个气，这些气是不可中断的，设实践的气中断了，则一切思想脱离现实，渐渐趋向枯竭，其后果可怕极了。但若没有理论的气，则似舟行无舵，决难磨琢成物，终止于文艺哲学之上。

例如孔子要想研究周易，至今还有许多学者同声附和，要把它发展而为数学，但这是不可能的。因为周易虽由古圣上仰俯察，而又参以人文事物，终因当时科学未兴，观察常犯错误，故生活的气常缺而不全，加以当时数学也未达到适当水准，因而又少了一个气，显然缺乏造成眼之必要条件。所以孔子的研究，不要说再花五年十年的时间，即使延至百年千年，也是徒劳的。

再说古典数学，虽然五花十色，各表许多的气，然至终不克扩充至哲学，艺术，社会，以及大众生活里面，因此，找不到实际生活的气，从而脱离了生活的气息，限制了数学的创造。

在集合论里，常渗有生活的气，实践的气，这些气不但渗入了细胞，神经，链，鸽子笼，球，连续，以及其他事物

里面，同时对于哲学，人文科学也结不了之缘；在代数方面，有结合的气，在几何方面，有运动的气，图形的气，更有对应的气，历史变革的气，设把它们联合起来，即成千奇万怪的眼。倘更能运用创作方法，把无穷无尽的大众生活翻译出来，自可成为巧妙的数学系统。

三．扩充

定义四：设 $(ax, by, \cdots\cdots, cz)$ 及 $(a'x, b'y, \cdots\cdots, c'z)$ 为两个量集，其中元素系数：$a \geqslant a' \geqslant 1$，$b \geqslant b' \geqslant 1$，$\cdots\cdots$，$c \geqslant c' \geqslant 1$，则 $(a'x, b'y, \cdots\cdots, c'z) \leqslant (ax, by, \cdots\cdots, cz)$，因此，前者称为后者的子集，又当 $a' = b' = \cdots = c' = 1$ 时，则 $(x, y, \cdots\cdots, z)$ 称为主要子集。

设有一集合，系由元素：$s_{ix}, s_{jx}, s_{kx}, \cdots\cdots$；$g_{ix}, g_{jx}, g_{kx}, \cdots\cdots$；$c_{ix}, c_{jx}, c_{kx}, \cdots\cdots$；……等所成，其中指标$x$系变动的，且$s_{ix}$，$s_{jx}$，$s_{kx}$，……各在各集上变动；$g_{ix}$，$g_{jx}$，$g_{kx}$，……各在各群上变动；$c_{ix}$，$c_{jx}$，$c_{kx}$，……各在各环上变动，那么，这些集合便构成一个轨道空间。

在上述变动之中，苟有一个元素固定时，则轨道空间变成一个锥状轨道。苟有两个元素固定时，则变成一个伞状轨道。

设 $a_{ix}, a_{jx}, a_{kx}, \cdots\cdots$；$b_{ix}, b_{jx}, b_{kx}, \cdots\cdots$；$c_{ix}, c_{jx}, c_{kx}$，……各表元素系数，且各在集，群，环之轨道上，则集合：$(a_{ix}\, s_{ix}, a_{jx}\, s_{jx}, a_{kx}\, s_{kx}, \cdots\cdots; b_{ix}\, g_{ix}, b_{jx} g_{jx}, b_{kx} g_{kx}, \cdots\cdots; c_{ix}, c_{jx}, c_{jx}\, c_{jx}, c_{kx} c_{kx}, \cdots\cdots)$ 表一个双重轨道。当一个元素固定时，则双重轨道变为一个活动锥形，更当其元素系数也固定时，则表一个固定锥形。又当两个元素固定时，则双重轨道成一个活动的伞。又当其两个元素系数也固

定时，则表一个固定的伞。

由上所述，任一顶点必在其顶点轨道上，但要确定某一顶点，则可用Goodman之集方程理论求出，即 $G_{ij}=x_i\cap x_j$ 之有解之充要条件为：$G_{ij}=G_{i\alpha}\cap G_{\beta j}$，那么，在各顶点集上可求其自已的固定交点。

此外，更有元素系数问题，所以也应由集方程 $g_{ij}=y_i\cap y_j$ 之有解条件 $g_{ij}=y_{\alpha i}\cap y_{\beta j}$ 着手，因此，可得量集之元素及其元素系数之解。

四．集合论的哲学基础

兹以集合论流行之情况为基础，发展其内在之意义，藉以建立气骨力神以及气骨相联之理论，特分述如次：

(a) 独立：子集是一个气，交集也是一个气，但它们都属于数学的理论的气，而独立则为实践的气，当这种实践的气关在理论的气里的时候，实践的气便跟着理论的气之活动而活动，并且还要钻出独立意义来。因此，正反两面的势力便出现了。独立是正面的力量，而附庸则为其反面的了。但当数个子集和其他几个子集的余集之间，所得之交集系非空时候，则该各子集间才没有附庸关系的，那么，附庸意义便被否定了，这就说明了初步拚合的成功。

然上述仅限于特别交集，设把特别交集扩张到每一交集时，那么，一切子集间所有附庸关系全被否定了，因此，子集间独立的意义也告成立了。

(b) 球：球是一个气，对应是另一个气，但它们都属于理论的气，现实事物是实践的气，当现实事物关在理论里面时候，便跟着球的活动而活动，因此，函数间对应作用，便把数学与非数学的关系建立起来，这即是说，为了球与现

实事物间对应关系之建立，现实事物也跟着其对应关系而成为数学了。

(c) 直线：直线是数学的气，对应也是数学的气，它们都是属于理论的，现实事物是实践的气，如(b)一样的情形，我们不妨把实践的气关在直线里面，便可把非数学的事物一变而为数学了。

(d) 分裂：分裂是生活上很普遍的现象，也就是实践上一个气，集合是理论的气，当实践的气关在理论的气时候，便成为分裂集，从而有分裂意义出现了。

(e) 集方程式：子集可视为比较现实的气，方程式是古典数学上近于理论的气，当把子集关在方程式里面的时候，理论便被实践纠正了，这即是方程式的变数应被纠正而为变动集合，但当 i，j 变动时，则子集 x_i，x_j 亦为变动的了，故乃得变动的交集 $x_i \cap x_j$，因此，集方程式 $G_{ij}=x_i \cap x_j$ 的意义，便可宣告建立。

(f) 饱和：饱和是一个气，集合也是一个气，不过饱和是较接近于生活的气，当前者关在后者的时候，则饱和的意义便渗进所有子集 A' 里面，使它也具有饱和 $\Psi(A') \geqslant A'$ 的气氛，但究其实不能使之成为确切的定义，因此，在 $\psi(A') \geqslant A'$ 里必先满足 $A' \subseteq A$ 的条件而其意义始克成功。

(g) 等势：集合是理论的气，对应也是理论的气，它们是数学上一个气，相等又是实践里另一个气，当后者关在前者的时候，元素间对应的关系便否定了比较的意义，因此，两集合间一一对应的势力，遂起而否定了大小的局面，从而两集的等势遂告成立了。

由上所述，在集合论发展过程上，应具有两种气，一个是理论的，数学的；另一个则为现实的，实践的；那么，便

可使之不断发展。但数学的进展，所须的气至少有两个，因在理论上往往有两个气，三个气，……，以及多个气，在实践也是同样的，不过可分为两大类而已，若要更进一步，可作下列的分类：

一个理论的气和一个实践的气，叫做一一眼型。

二个理论的气和一个实践的气，叫做二一眼型。

多个理论的气和一个实践的气，叫做多一眼型。

一个理论的气和二个实践的气，叫做一二眼型。

一个理论的气和多个实践的气，叫做一多眼型。

同样，可得二二眼型，多二眼型，多多眼型等。

(h) 气骨相连：以上所述，仅述及气息之理论，设若继续发展下去，不难获得气骨相联的理论。比方 存 有(exist) 容纳(contain)被包括(is included)使(sucn that)设……则……(if……then……)属于(belong)等等，都是集合论里常见的字眼，它们不但代表了实践的气，而且更为连接两个数学的气之桥梁，因它们既不能与理论的气融为一体，而又别乎数学的气而单独存在，甚至到达不可分离的境界。所以这时许多数学的气，便转为它们的骨了。这便是“气骨相连，乃成万物”的论据。特举例以明之如次：

例一：设R为一直线，F为相当对称完全集，则必有一个完全集$P\subseteq R$存在，使$\{a+b;\ a,\ b\in P\}\subseteq F$。

这里“有……存在”是一个实践的气，P及R则为理论的气，但实践的气不仅不因理论的气而变更，而且紧紧地抓住P，R而不相分离，但自P，R确立以后，其外形也跟着而确立了，犹如动物骨骼一样，自从长成以后，其外形也跟着固定了，故P，R乃定理的骨。但它们的作用不仅固定了外形，而且限制了实践的气之活动。

它们可用句子的构造来解释，R 是主语，“有……存在”是述语，P 为宾语，而“使……”则为补助子句，前三不可缺一，故述语乃实践的气，而主语与宾语则为骨，故呈气骨相联之状。

至于补助子句，设 a，$b\in P$，则$a+b\in F$，显然亦为气骨相联之另一形式。因 a，$b\in P$，及 $a+b\in F$ 为理论的气，而“设……则……”为实践的气，故亦表气骨相联之状。

例二：设每个可度集$E\subseteq R$，而且O 为E 之有长稠密点，则存有一个完全集$P\subseteq R$，使P之距离集被包括在E内。

这里“存有”是实践的气，R 及Q为理论的气，这三者实系句子构造中之主述宾三词的关系，因此，便成立了第一个气骨相联之景象。

此外，子句里——使P之距离集被包括在E内——系由实践的气“被包括”及理论的气“距离集”及“E”所成之气骨相联之景。

例三：凡S为具有次序型式之类，则S之基集是S之子集X，务使对于每个 $\xi\in S$，即有 $\theta\in X$，使$\theta\leqslant\xi$。

这里气骨相联之形式有三：第一，“是”乃实践的气，基集及子集乃理论的气，这三者具有句子中主述宾三词之关系，故有气骨相连之象。第二，子句中“务使对于每个 $\xi\in S$，即有 $\theta\in X$，使 $\theta\leqslant\xi$”，“即有”乃实践的气，“每个$\xi\in S$”,及“$\theta\in X$”乃理论的气，此三者亦构成气骨相连之象。第三：子句“$\theta\leqslant\xi$”中，实践的气乃是“$\leqslant$”,而理论的气即为θ及ξ，故亦构成气骨相连之关系。

(i) 神韵：气骨相联之理论，既如上述，兹更论其神韵，神韵之发生，系存在于正反两面之对比中，特举例述之

如次：

（一）化现实为神韵之例：

1．等势：在一般不等势之集合中，彷佛有等势的力量存在，有了不相等，就有了相等，所以若站在不等势的反面立场上观察，便呈显了其正面的神韵。

2．独立：在附庸意义之中，必有其反面——独立——的意义存在，事物如此，集合也如此，不过有了明确的否定了附庸的条件，才有正面的神韵出现。

3．分裂：从不分裂的意义中，必有分裂的意义存在，在集合里，其意义应与其条件统一起来，所以从否定不分裂的观点上观察，便有了反面的力量出现，这便是分裂的神韵了。

总括来说，从现实求神韵，必有其正反两面，若以正面为正量，而其反面则为负量，其神韵便在其对比之中，即两量的乘积了。

（二）气骨相联的神韵之例：

1．从(h)例一里，我们知道P，R，$\{a+b\}$，F是理论的气，“有……存在”，“设……则……”，“$\subseteq$”，“使”是实践的气。理论的气近形式，而实践的气则属内容。形式所表现的是个别的生命，是活力，内容所表现的，则为整个的空气与出路了。故从理论来观察，所谓生命，所谓活力，不过是一盘散沙，老死不相往来的。但实践却给予了生命的泉源，活力的出路，因此，才表现了年青活泼的神韵。

2．从(h)例二里，我们知道“存有”，“使……被包括”，“设……则……”是实践的气，E，R，P则为理论的气，理论既为全局中之生命或活力，但应有实践把它们连接起来而后才得到气息及出路。犹如江河的声势，把两岸的草