

第2版

上册

齿轮手册

齿轮手册编委会 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

第 8 篇 摆线针轮传动

主 编 李力行（大连铁道学院）

编写人

审稿人

第 1 章 李力行

许洪基

何卫东（大连铁道学院）

第 2 章 侯东海（郑州机械研究所）

许洪基

刘忠明（郑州机械研究所）



第1章 摆线针轮行星传动

1 概述

摆线针轮行星传动与渐开线少齿差行星传动一样，同属K-H-V型（也称N型）行星齿轮传动。它的主要特征是：行星轮齿廓为变幅外摆线的内侧等距曲线，中心轮齿廓为圆形。组成这种传动的主要零部件的形状见图8.1-1。

1.1 摆线针轮行星减速器的结构

图8.1-2为摆线针轮行星减速器的典型结构，它主要由四部分组成。

(1) 行星架H 又称转臂，由输入轴1和偏心套2组成，偏心套上的两个偏心方向互成 180° 。

(2) 行星轮C 即摆线轮6，其齿廓通常为短幅外摆线的内侧等距曲线。为使输入轴达到静平衡和提高承载能力，常采用两个相同的奇数齿摆线轮，装在双偏心套上，两轮位置正好相差 180° 。摆线轮和偏心套之间装有滚动轴承，称为转臂轴承，通常采用无外座圈的滚子轴承，而以摆线轮中心内孔表面直接作为滚道。近年来，优化设计的结构常将双偏心套与轴承做成一个整体，称为整体式双偏心轴承。

(3) 中心轮b 又称针轮，由针齿壳5上沿针齿中

心圆周上均布一组针齿销3（通常针齿销上还装有针齿套4）组成。

(4) 输出机构W 与渐开线少齿差行星齿轮传动一样，通常采用销轴式输出机构，见图8.1-3。

1.2 摆线针轮行星传动的特点

(1) 传动比范围大 单级传动比为6~119；两级传动比为121~7569；三级传动比可达658503。

(2) 结构紧凑、体积小、重量轻 用它代替两级普通圆柱齿轮减速器，体积可减小 $1/2\sim 2/3$ ，重量约减轻 $1/3\sim 1/2$ 。

(3) 传动效率高 一般单级传动效率为0.9~0.95。

(4) 运转平稳，噪声低。

(5) 工作可靠，使用寿命长

由于有上述优点，这种减速器在不少情况下可以代替两级、三级普通圆柱齿轮减速器及圆柱蜗杆减速器，在冶金、矿山、石油、化工、船舶、轻工、食品、纺织、印染、制药、橡胶、塑料、起重运输以及国防工业等部门得到日益广泛的应用。目前，摆线针轮行星传动在国内外都被积极研究发展。日本住友重机械株式会社的“80系列”提高性能的主要技术措施有以下六项：

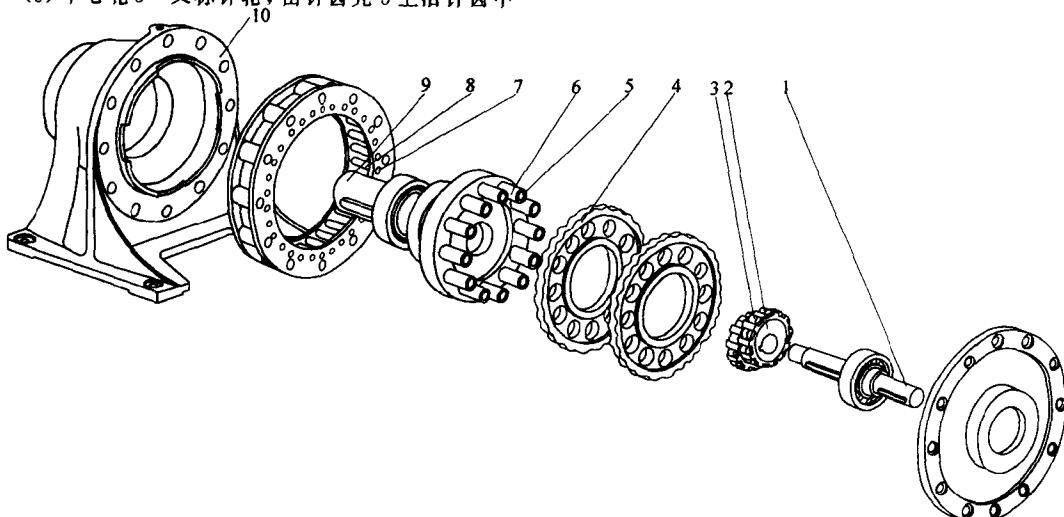
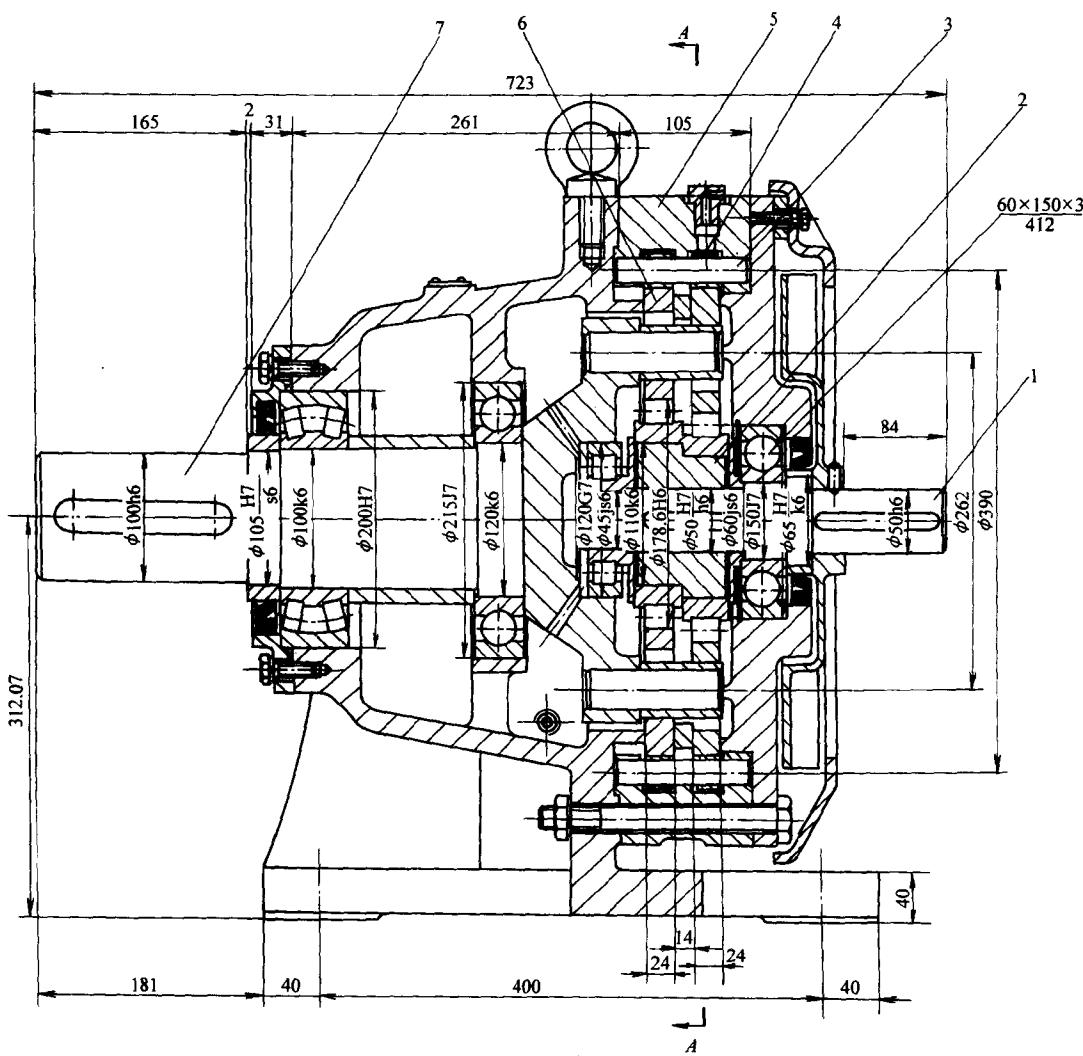


图8.1-1 摆线针轮行星传动的主要零部件

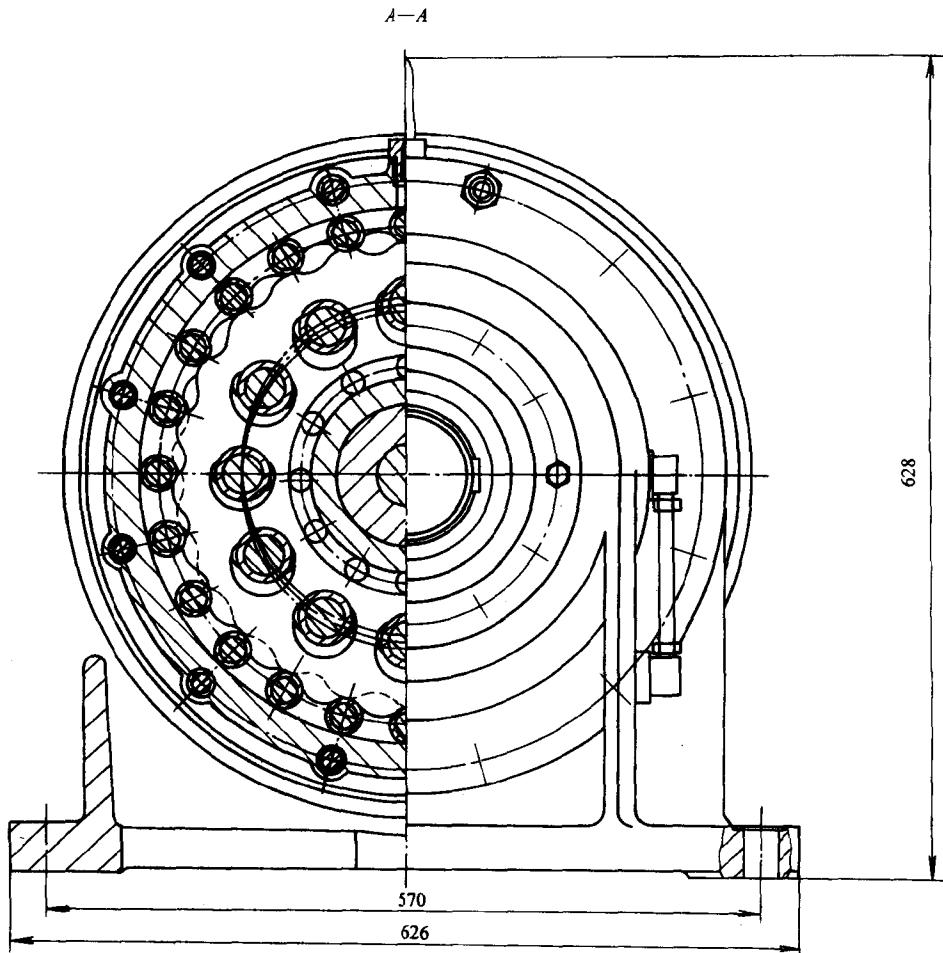
1—输入轴 2—双偏心套 3—转臂轴承 4—摆线轮 5—柱销 6—柱销套
7—针齿套 8—针齿壳 9—输出轴 10—机座



技术条件

1. 各连接件、紧固件不得出现松动现象
2. 减速机运转平稳，不得出现冲击和不均匀噪声等现象
3. 减速机的负载试验应按制造与验收的技术要求
4. 各密封件不得出现漏油、渗油现象
5. 润滑冷却采用油池式，选用100号中极压齿轮油，油面高度最低205mm，最高230mm

图 8.1-2 双轴型卧式
1—输入轴 2—偏心套 3—针齿销 4—针齿套



技术特性

1. 减速机与电动机功率的选配 (电压 380V, 50Hz, 同步转速 1500r/min)

减速比	11	17	29	35	43	59
功率/kW	37	37	30	30	30	15

2. 当输入电动机转速为 1500r/min 时输出轴转速

减速比	11	17	29	35	43	59
转速/(r/min)	136	88	51	42	34	25

输出轴转速没有考虑电动机滑移损失，当需要精确转速时按电动机实际转速除减速比

摆线针轮行星减速器

5—针齿壳 6—摆线轮 7—输出轴

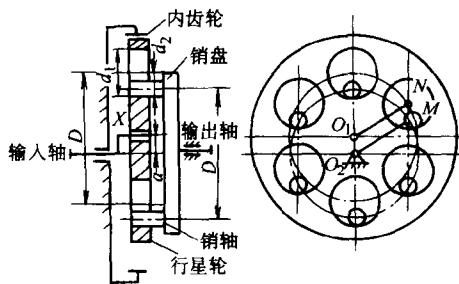


图 8.1-3 销轴式输出机构

1) 依靠齿形修形技术的积累以及加工技术的提高。

2) 在低减速比范围内采用两齿差,以增加同时有效啮合传力齿数;在高减速比范围内采用复合齿形,以保证仍可采用针齿套提高传动效率。

3) 通过对齿形主要参数的优化设计来增加单位重量传递的功率。

4) 用计算机进行精确的计算,达到先进而可靠的设计指标。

5) 改进转臂轴承的设计,如采用整体式双偏心轴承,以提高轴承的承载能力。

6) 改善润滑条件。

从 1990 年开始,住友重机械株式会社又在“80 系列”的基础上推出了最新“90 样本”的摆线针轮行星减速器,它在以下三方面有发展:

1) 机型由 15 种扩大为 21 种;
2) 传动比由 8 种扩大为 16 种: 6、8、11、13、15、17、21、25、29、35、43、51、59、71、87、119。

3) 60%以上型号的摆线针轮行星减速器所传递的功率均较“80 系列”略有增大。

我国对于日本提高摆线针轮行星减速器性能的主要技术措施已进行了较深入的分析,而且在赶超世界先进水平方面也有自己的创新成果,如符合实际的对摆线轮与输出机构受力进行准确分析的方法及摆线轮齿形的优化设计等。

目前,摆线针轮行星减速器所传递的最大功率为 132kW,输入轴最高转速为 1800r/min。美国在研究直升飞机传动装置时所研制的摆线针轮行星传动试验样机,采用四片摆线轮,可以保证输入轴动平衡的新结构,输入轴转速达到 2000r/min,传动功率达到了 205kW。

我国于 1981 年制订了 JB 2982—81 摆线针轮行星减速器系列参数标准,又于 1994 年修改该标准,制订出新的 JB/T 2982—94 标准。传动级数分为一级、二级和三级,其安装型式、基本参数见第 12 篇。

1.3 摆线针轮行星传动几何要素代号

- a ——中心距(偏心距)(mm);
- b_c ——摆线轮齿宽(mm);
- b_p ——针轮有效齿宽(mm);
- d_{ac} ——摆线轮顶圆直径(mm);
- d_{bc} ——摆线轮基圆直径(mm);
- d_{fc} ——摆线轮根圆直径(mm);
- d_g ——发生圆直径(滚圆直径)(mm);
- d_p ——针轮中心圆直径(针轮分布圆直径)(mm);
- d'_p ——针轮节圆直径(mm);
- d_{rp} ——针齿套外径(mm);
- d_{rw} ——柱销套外径(mm);
- d_{sp} ——针齿销直径(mm);
- d_w ——柱销孔直径(mm);
- h ——摆线轮齿高(mm);
- i ——传动比;
- j ——啮合侧隙;
- n ——转速(r/min);
- p_{bc} ——摆线轮基圆齿距(mm);
- p_c ——摆线轮分布圆齿距(mm);
- r_{ac} ——摆线轮顶圆半径(mm);
- r_{bc} ——摆线轮基圆半径(mm);
- r_c ——摆线轮分布圆半径(mm);
- r'_c ——摆线轮节圆半径(mm);
- r_{fc} ——摆线轮根圆半径(mm);
- r_g ——发生圆半径(滚圆半径)(mm);
- r_p ——针齿中心圆半径(mm);
- r'_p ——针轮节圆半径(mm);
- r_{rp} ——针齿套外圆半径(mm);
- r_{rw} ——柱销套外圆半径(mm);
- r_{sp} ——针齿销半径(mm);
- r_w ——柱销孔半径(mm);
- R_w ——输出机构柱销孔中心圆半径(mm);
- W_{af} ——摆线轮顶根距(mm);
- W_k ——跨 k 齿测量的公法线长度(mm);
- Z_c ——摆线轮齿数;
- Z_p ——针轮齿数;
- Z_w ——输出机构柱销孔数;

- α ——啮合角；
 ρ ——摆线轮齿廓曲线的曲率半径 (mm)；
 ϕ_d ——齿宽系数；
 $\varphi_{H\rho}$ ——啮合相位角；
 ω ——角速度；
 Δr_p ——移距修形量 (mm)；
 Δr_{rp} ——等距修形量 (mm)；
 δ ——转角修形量。

2 摆线针轮行星传动的啮合原理

2.1 摆线针轮传动的齿廓曲线

齿廓曲线可由两种等效方法形成：

(1) 第一种方法(外切外滚法) 见图 8.1-4, 当半径为 r_s 的动圆(发生圆)沿着半径为 r_{bc} 的基圆外侧作外切的纯滚动时, 位于动圆上一点 B 的轨迹 $B_1B'B''B_2$ 为外摆线, 而位于动圆内一点 M 的轨迹 $M_1M'M''M_2$ 则称为短幅外摆线(属变幅外摆线)。比值 $O'M/r_s = K_1$ 通称为变幅系数, 若 $K_1 < 1$, 则称 K_1 为短幅系数。

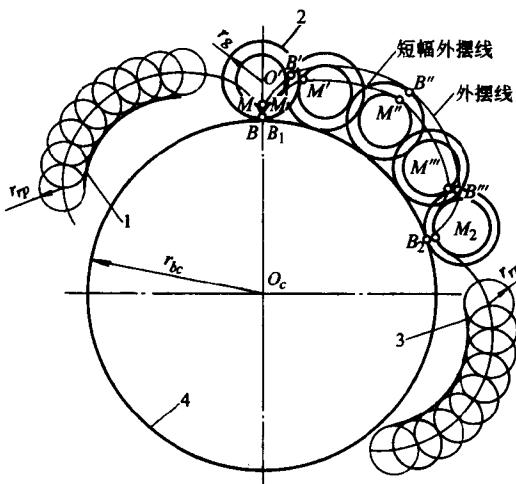


图 8.1-4 形成齿廓曲线的第一种方法

- 1—外摆线的内侧等距曲线 2—动圆
3—短幅外摆线的内侧等距曲线 4—基圆

以外摆线上或短幅外摆线上连续的各点为圆心, 以 r_p 为半径作一系列等直径的圆, 则这些圆的内侧包络线称为该二曲线的内侧等距曲线。

若 $O'M > r_s$, 此时 $K_1 > 1$, 则 M 点的轨迹为长幅外摆线。

摆线针轮传动中, 摆线轮的齿廓大多采用短幅外摆线的内侧等距曲线。

(2) 第二种方法(内切外滚法) 见图 8.1-5, 半径为 r'_p 的动圆套在半径为 r'_c 的基圆上, 两者偏心距 $a=r'_p-r'_c$, 当动圆沿基圆的外侧作内切的纯滚动时, 位于动圆上一点 B 的轨迹 $BB'B''B_1$ 为外摆线; 在动圆外与动圆相固连的一点 M 的轨迹 $MM'M''M_1$ 为短幅外摆线。

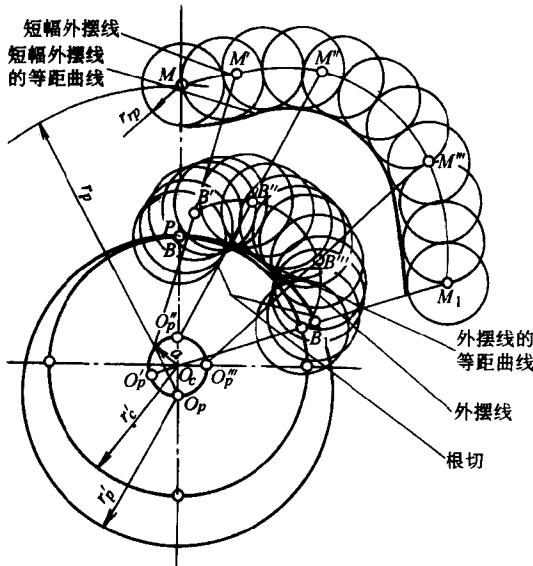


图 8.1-5 形成齿廓曲线的第二种方法

内啮合的摆线针轮传动通常是以短幅外摆线 $MM'M''M_1$ 作为摆线轮的理论齿廓, 而 M 点就是针齿的理论齿廓上的一点。实际上, 传力的针齿是以 M 为圆心, 以 r_p 为半径所作的圆为齿廓, 而用短幅外摆线的内侧等距曲线作为摆线轮的实际齿廓。构成啮合传动时, 基圆半径 r'_c 就是摆线轮的节圆, 而动圆半径 r'_p 是针轮的节圆, 摆线轮与针轮的内啮合传动相当于这两个节圆作纯滚动, 当然必满足传动比 i 等于常数的基本要求。两节圆的切点 P 称为节点。针齿与摆线轮两者的理论齿廓接触点的公法线, 以及两者的实际齿廓接触点的公法线, 恒通过节点, 互为共轭曲线。

从图 8.1-5 看出, 当动圆(r'_p)绕基圆(r'_c)顺时针方向作纯滚动时, 每滚过动圆的周长 $2\pi r'_p$ 时, 动圆上的一点 B 在基圆上就形成一整条外摆线 $BB'B''B_1$ 。动圆的周长 $2\pi r'_p$ 比基圆的周长 $2\pi r'_c$ 长 $2\pi r'_p - 2\pi r'_c = 2\pi(r'_p - r'_c) = 2\pi a$, 当 r'_p 圆上的 B 点在动圆滚过周长 $2\pi r'_p$ 再次与 r'_c 圆接触时, 应是在 r'_c 圆上的 B_1 点, 而 $BB_1 = 2\pi a$, 这也就是摆线轮基圆上的一个齿距 p , 即

$$p = 2\pi(r'_p - r'_c) = 2\pi a \quad (8.1-1)$$

由此可得摆线轮的齿数为

$$z_c = \frac{2\pi r'_c}{p} = \frac{2\pi r'_c}{2\pi a} = \frac{r'_c}{a} \quad (8.1-2)$$

针轮齿数为

$$\begin{aligned} z_p &= \frac{2\pi r'_p}{p} = \frac{2\pi r'_p}{2\pi a} \\ &= \frac{r'_p}{a} = \frac{r'_c + a}{a} = z_c + 1 \end{aligned} \quad (8.1-3)$$

无论用外摆线还是短幅外摆线的等距曲线为齿廓，一整条循环曲线所对应的基圆上的弧长都是同一个齿距 p ，故式(8.1-1)、(8.1-2)与式(8.1-3)对二者都适用。

把一条完整的短幅外摆线的等距曲线都用作摆线轮的齿廓，使摆线轮的全部齿廓是由 z_c 条完整的循环曲线组成的连续曲线，要求基圆半径 r'_c 与滚圆半径 r'_p 之比满足条件

$$\frac{r'_c}{r'_p} = \frac{z_c}{z_p} = \frac{z_c}{z_c + 1} \quad (8.1-4)$$

如图 8.1-5 所示，与短幅外摆线的等距曲线为齿廓的摆线轮相啮合的针轮，其针齿中心圆的半径为 r_p 。针轮的节圆半径 r'_p 与 r_p 的比值为短幅系数 K_1 ，即

$$K_1 = \frac{r'_p}{r_p} \quad (8.1-5)$$

当 $K_1 = 1$ 时，即 $r_p = r'_p$ ，外摆线的等距曲线与针齿相啮合；当 $K_1 < 1$ 时，短幅外摆线的等距曲线与针齿相啮合。

在 r_p 圆上，针齿间的齿距为

$$MM_1 = \frac{2\pi r_p}{z_p} = \frac{2\pi r'_p}{z_p K_1} = \frac{p}{K_1} \quad (8.1-6)$$

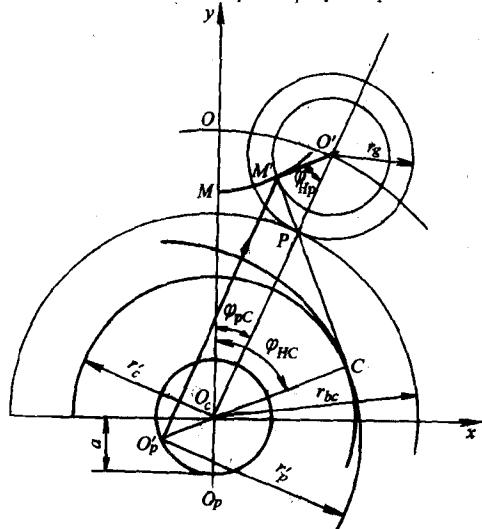


图 8.1-6 两种方法等效形成同一短幅外摆线的原理

形成短幅外摆线及其等距曲线的两种方法，实际上就是用展成法切削加工摆线轮齿廓的理论基础，两种方法等效形成同一短幅外摆线的条件(图 8.1-6)是：

$$1) O'M' = r'_p - r'_c = a$$

$$2) r_{bc} + r_s = O_c O' = O_p M = r_p$$

$$3) \frac{r_{bc}}{r_s} = \frac{r'_c}{a} = K_1$$

用以上三式联立，有下述关系：

$$\frac{a}{r_s} = \frac{r'_c}{r_{bc}} = \frac{r'_p}{r_p} = K_1 \quad (8.1-7)$$

2.2 摆线轮齿廓曲线的方程式

2.2.1 摆线轮的标准齿形方程式

和标准针轮相啮合，与针齿共轭且无啮合侧隙的摆线轮齿形称标准齿形。选择摆线轮的几何中心作为原点，通过原点并与摆线轮齿间的对称轴重合的轴线作为 x_c 轴，见图 8.1-7，则摆线轮的标准齿形方程式如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = [r_p - r_{rp} S^{-\frac{1}{2}}] \cos(1 - i^H) \varphi \\ \quad [a - K_1 r_{rp} S^{-\frac{1}{2}}] \times \cos i^H \varphi \\ y_c = [r_p - r_{rp} S^{-\frac{1}{2}}] \sin(1 - i^H) \varphi \\ \quad [a - K_1 r_{rp} S^{-\frac{1}{2}}] \times \sin i^H \varphi \end{array} \right. \quad (8.1-8)$$

式中 i^H ——摆线轮和针轮的相对传动比， $i^H = \frac{z_p}{z_c}$ ；

φ ——转臂相对于某一针齿中心矢径的转角，即啮合相位角 φ_{HP} 之简写(°)；

r_{rp} ——针齿套外圆半径(mm)；

$S = S(K_1, \varphi) = 1 + K_1^2 - 2K_1 \cos \varphi$ ；

其余符号含义同前，长度单位均为 mm。

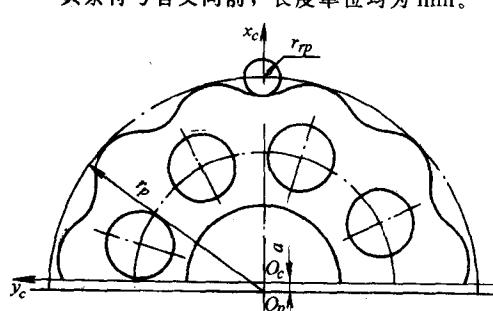


图 8.1-7 摆线轮齿形曲线

2.2.2 通用的摆线轮齿形方程式

实际应用摆线针轮传动时，为补偿制造误差，便于装拆和保证润滑，摆线轮齿与针轮齿之间必须有啮合

侧隙。因此，实际的摆线轮不能采用标准齿形，都必须修形。

根据摆线针轮传动的啮合与展成法切削加工原理，摆线轮的齿形有以下三种基本修形方法：

(1) 移距修形法 加工摆线轮时，偏心距 a ，砂轮圆弧半径 r_{rp} （相当于针齿半径）及传动比等均同加工标准齿形一样。所不同者，是将砂轮向工作台中心移动一个微小距离 Δr_p （称负移距），使针齿中心圆半径由标准的 r_p 缩小为 $r_p + \Delta r_p$ （负移距时， Δr_p 应以负值代入），这样磨出的齿形必小于标准齿形，与标准针轮啮合，自然会产生啮合侧隙。

(2) 等距修形法 加工摆线轮时，机床的调整与加工标准齿形基本一样，不同的是将砂轮圆弧半径由标准的 r_{rp} 加大到 $r_{rp} + \Delta r_{rp}$ 。这样磨出的轮齿也必小于标准齿形的轮齿，与标准针轮啮合时，也会产生啮合侧隙。

(3) 转角修形法 加工摆线轮时，机床的调整与加工标准齿形一样，只是在第一次磨出标准齿形以后，让摆线轮转动一微小角度 δ ，改变摆线轮的初始位置，并按原来方法进行第二次磨削，这样会使摆线轮的整个齿厚减薄，而齿槽稍有增大。从理论上说，将转角修形磨出的摆线轮装于标准针轮内，仍属共轭齿形啮合。与上面两种修形法相比，它可以保证同时受力齿数多，侧隙均匀，传动平稳，但齿顶和齿根部分几乎不存在间隙，因而还需附加其他方法对齿顶和齿根部分修形，以保证适量的径向间隙。

以上三种齿形修形方法，除转角修形不能单独使用外，其他方法即可一次性相互匹配使用，也可单独使用。关于最佳修形方法的选用，将在第6节中专门讨论。

建立概括上述三种齿形修形的摆线轮齿形方程式，只需将摆线轮标准齿形方程式(8.1-8)中的 r_p 以 $(r_p + \Delta r_p)$ 代替， K_1 以 $K'_1 = \frac{az_p}{r_p + \Delta r_p}$ 代替， r_{rp} 以 $(r_{rp} + \Delta r_{rp})$ 代替， $i^H\varphi$ 以 $(i^H\varphi + \delta)$ 代替。

选择摆线轮的几何中心 O_c 作为原点，选通过原点并与摆线轮齿槽的对称轴重合的轴线作为 x_c 轴，见图 8.1-7，则概括多种修形方式的通用的摆线轮齿形方程式如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp})S_r^{-\frac{1}{2}}] \times \cos[(1-i^H)\varphi - \delta] - \frac{a}{r_p + \Delta r_p} \times [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp})S_r^{-\frac{1}{2}}] \cos(i^H\varphi + \delta) \\ y_c = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp})S_r^{-\frac{1}{2}}] \times \sin[(1-i^H)\varphi - \delta] + \frac{a}{r_p + \Delta r_p} \times [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp})S_r^{-\frac{1}{2}}] \sin(i^H\varphi + \delta) \end{array} \right. \quad (8.1-9)$$

式中 $S_r = S_r(K'_1, \varphi) = 1 + K'_1^2 - 2K'_1 \cos\varphi$ ；

K'_1 ——有移距修形时齿形的短幅系数：

$$K'_1 = az_p / (r_p + \Delta r_p); \quad (8.1-10)$$

其余符号含义与单位同前。

应当注意的是， Δr_p 的值有正负，负移距（砂轮向工作台中心移动）时， Δr_p 应以负值代入公式；正移距（砂轮远离工作台中心方向移动）时， Δr_p 应以正值代入公式。

由方程式(8.1-9)可知，摆线轮的实际齿形决定于 r_p 、 r_{rp} 、 a 、 z_p 、 Δr_p 、 Δr_{rp} 、 δ 这 7 个独立参数。

2.3 摆线轮齿廓的曲率半径

摆线轮理论齿廓曲线的曲率半径 ρ_0 ，根据微积分的公式可求得

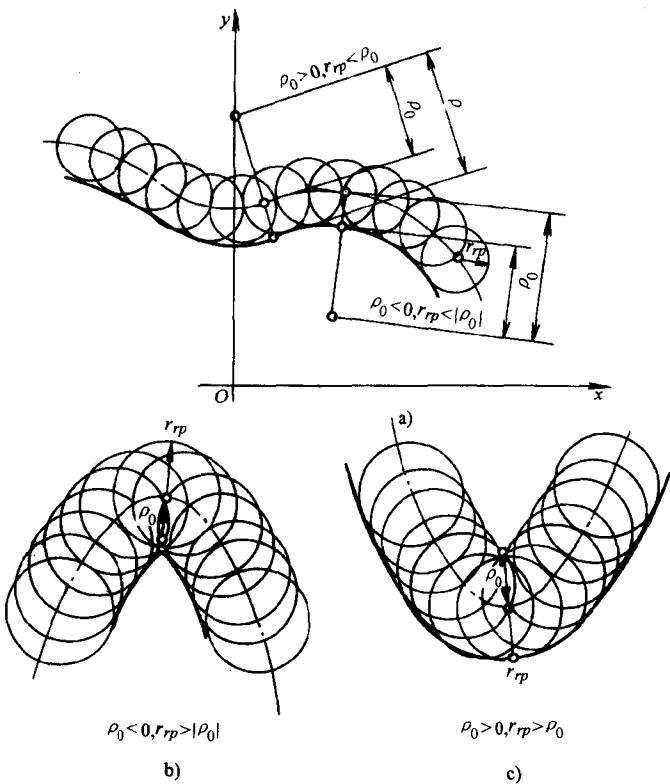


图 8.1-8 摆线轮的齿廓曲率半径和顶切

$$\rho_0 = \frac{r_p(1+K_1^2-2K_1\cos\varphi)^{3/2}}{K_1(z_p+1)\cos\varphi-(1+z_pK_1^2)} \quad (8.1-11)$$

ρ_0 为正值, 曲线向内凹; ρ_0 为负值, 曲线向外凸 (见图 8.1-8a)

摆线轮实际齿廓曲线的曲率半径为

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + r_{rp} \\ &= \frac{r_p(1+K_1^2-2K_1\cos\varphi)^{3/2}}{K_1(z_p+1)\cos\varphi-(1+z_pK_1^2)} + r_{rp} \end{aligned} \quad (8.1-12)$$

对于外凸的理论齿廓 ($\rho_0 < 0$), 当 $r_{rp} > |\rho_0|$ 时 (图 8.1-8b), 则理论齿廓在该处的等距曲线就不能实现, 即等距曲线成交叉齿廓, 这种情况称为摆线齿廓的“顶切”(干涉), 严重的顶切会破坏连续平稳的啮合, 显然

是不允许的。当 $r_{rp} = |\rho_0|$ 时, $\rho = 0$, 即摆线轮在该处出现尖角, 也应防止。若 ρ_0 为正值 (图 8.1-8c), 不论 r_{rp} 取多大, 摆线轮实际齿廓都不会发生类似现象。

摆线轮齿廓是否发生顶切, 不仅取决于理论外凸齿廓的最小曲率半径 $|\rho_0|_{\min}$, 而且与针齿齿形半径有关。根据推导, 最小曲率半径 $|\rho_0|_{\min}$ 的计算公式见表 8.1-1。

表中同时给出 $|\rho_0|_{\min}$ 处所对应的啮合相位角 $\varphi_{|\rho_0|_{\min}}$ 。按表中公式可以算出比值 $|\rho_0|_{\min}/r_p = e_{\min}$, 称为最小曲率半径系数。

摆线轮齿廓不产生顶切或尖角的条件可表示为

$$r_{rp} < |\rho_0|_{\min} = e_{\min} r_p \quad (8.1-17)$$

或

$$\frac{r_{rp}}{r_p} < e_{\min}$$

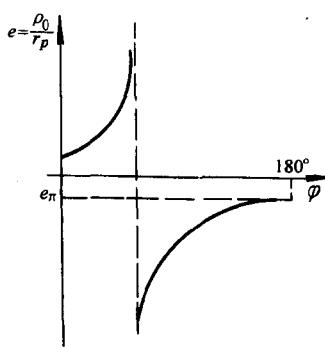
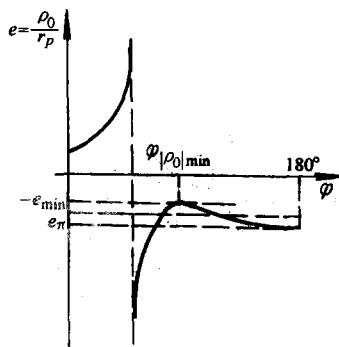
表 8.1-1 最小曲率半径 $|\rho_0|_{\min}$ 的计算公式

齿顶外凸	K_1 值范围	$1 > K_1 > \frac{1}{z_p}$
	最小曲率半径处所对应的 φ	0°
	最小曲率半径 $ \rho_0 _{\min}$ 的计算公式	$ \rho_0 _{\min} = \frac{(1-K_1)^2}{z_p K_1 - 1} r_p$ (8.1-13)
齿根内凹	K_1 值范围	$I \quad 1 > K_1 > \frac{z_p - 2}{2z_p - 1}$
	最小曲率半径处所对应的 φ	$II \quad \frac{z_p - 2}{2z_p - 1} \geq K_1$
		$\arccos \frac{K_1^2(2z_p - 1) - (z_p - 2)}{K_1(z_p + 1)}$ 180° (8.1-14)
	最小曲率半径 $ \rho_0 _{\min}$ 的计算公式	$ \rho_0 _{\min} = r_p \sqrt{\frac{27(1-K_1^2)(z_p - 1)}{(z_p + 1)^3}}$ $\rho_0 _{\min} = \frac{(1+K_1)^2}{z_p K_1 + 1} r_p$ (8.1-16) (8.1-15)

曲率半径系数 $e = \frac{\rho_0}{r_p}$ 随啮合相位角 φ 变化而变化的情况, 即

$$\frac{\rho_0}{r_p} = e \text{ 曲线。}$$

图中 φ 为啮合相位角 φ_{H_p} 的简写



2.4 复合齿形

对于大传动比摆线针轮传动，由于相对齿距很小，若要保证摆线轮齿形不产生顶切，所允许的针齿半径 r_{rp} 较小，因而只能采用不带针齿套的针齿销进行传动，此时摆线轮与针齿间为滑动摩擦，导致温升增加，传动效率大大降低。为改善传动性能，有效措施之一是增大针齿半径，并使针齿销装上针齿套，使摆线轮与针齿之间变为滚动摩擦。但加针齿套后，当针齿套半径 $r_{rp} > |\rho_0|_{\min}$ 时，就会产生前述顶切现象，在齿廓上出现尖点。为使齿廓曲线连续圆滑，必须设计另一条合乎不干涉条件的曲线，既能去掉原齿廓上的尖点，又能最大限度地保存原齿廓的可工作齿形与之光滑相连，这就提出了复合齿形设计的要求。

2.4.1 齿形干涉区的界限点（起止点）

摆线轮齿廓的内凹部分不会产生干涉，只需研究理论齿廓外凸部分的干涉情况。常见的有两种：

(1) 当短幅系数 K_1 满足不等式 $1 > K_1 > \frac{z_p - 2}{2z_p - 1}$ 时，摆线针轮减速器常用的 K_1 大多属此范围。参见表8.1-1中第Ⅰ类参数范围的 $e = \frac{\rho_0}{r_p} - \varphi$ 曲线的特征，可以看出，干涉有两种形式：

1) 当 $e_{\min} < \frac{r_{rp}}{r_p} < |e_n|$ 时，即 $|\rho_0|_{\min} < r_{rp} < |\rho_{0n}|$ 时，在啮合相位角 $\varphi = 0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内，干涉区有起、止点，见图8.1-9，即从某一 φ_1 开始产生干涉现象，到另一 φ_2 值干涉现象消失。因而在 $\varphi = 0^\circ \sim 360^\circ$ 之间，即一个完整摆线轮齿范围内有两处干涉区。

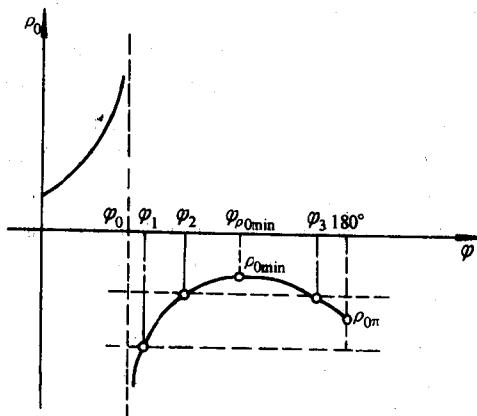


图 8.1-9 摆线轮理论齿廓 (短幅外摆线)
的曲率半径

2) 当 $\frac{r_{rp}}{r_p} \geq |e_n| = \frac{(1+K_1)^2}{z_p K_1 + 1}$ 时，即 $r_{rp} \geq |\rho_{0n}|$ 时，见

图8.1-9，干涉区从某一 φ_1 开始直到 180° 始终存在，因

而在 $\varphi = 0^\circ \sim 360^\circ$ 之间，即一个完整摆线轮齿范围只有一处干涉区，此时齿形干涉的情况见图8.1-10。

$$|\rho_0|_{\min} = r_p \sqrt{\frac{27(1-K_1^2)(z_p-1)}{(z_p+1)^3}}$$

$$|\rho_{0n}| = \frac{(1+K_1)^2}{z_p K_1 + 1} r_p$$

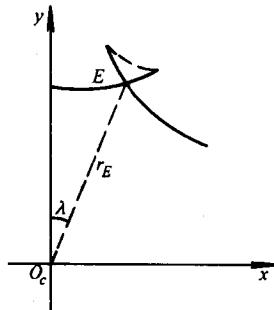


图 8.1-10 单干涉区

(2) 当短幅系数 K_1 满足不等式 $\frac{z_p - 2}{2z_p - 1} \geq K_1$ 时，

参看表8.1-1中第Ⅱ类参数范围的 $e = \frac{\rho_0}{r_p} - \varphi$ 曲线的特征，可以看出，若 $\frac{r_{rp}}{r_p} \geq |e_n|$ 时，亦即 $r_{rp} \geq |\rho_{0n}|$ 时，则干涉区从某一 φ 开始直到 180° 始终存在，因此在一个完整的摆线轮齿范围内只有一处干涉区。

齿形干涉区的起始界限点所对应的啮合相位角可按下式求出：

令 $\rho_0 = -r_p$ (理论齿形外凸处 ρ_0 为负)

$$\text{即 } r_{rp} = \frac{-r_p(1+K_1^2-2K_1\cos\varphi)^{3/2}}{(z_p+1)K_1\cos\varphi-(1+z_pK_1^2)} \quad (8.1-18)$$

从式(8.1-18)解出之 φ 即为干涉区起始界限点所对应的啮合相位角。

式(8.1-18)可以转化成三次代数方程求解，也可以应用微分几何中求曲线奇异点的方法求解，但是用计算机解超越方程的方法会更为方便、适用。

利用计算机解式(8.1-18)，首先要判断干涉的类型。如为单干涉区，则在 $\varphi = 0^\circ \sim 180^\circ$ 之间得到一解即为起始干涉点，干涉终点为起始点的对称点。如果是双干涉区，则需在 $\varphi = 0^\circ \sim 90^\circ$ 和 $90^\circ \sim 180^\circ$ 之间各求得一解，分别为干涉区的起点和终点，一个摆线轮齿的另一侧干涉区为前一干涉区的对称位置，见图8.1-11。

当求得干涉区界限点所对应的啮合相位角 φ ，即可代入式(8.1-9)求得界限点的坐标。

2.4.2 干涉后的摆线轮齿顶圆半径

设计复合齿形必须知道原齿廓顶切后的齿顶圆半径。其求法如下：

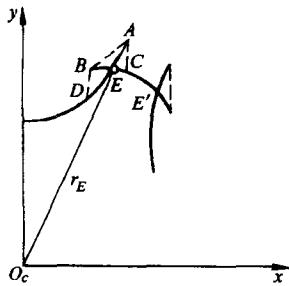


图 8.1-11 双干涉区

(1) 当 $r_{rp} \geq |\rho_{0\pi}|$ 时, 此时顶切后干涉区形成的尖点 E (见图 8.1-10) 即摆线轮的齿顶, r_E 即为齿顶圆半径, 其求法如下:

由对称关系可知 $\lambda = \frac{2\pi}{2z_c} = \frac{\pi}{z_c}$, 设 E 点坐标为 (x_E, y_E) , 则

$$\tan \lambda = \frac{x_E}{y_E}$$

由通用的摆线轮齿形方程式, 并考虑到图 8.1-10 中坐标轴的取法与图 8.1-7 的区别, 可得

$$\left\{ \begin{array}{l} x_E = [r_p + \Delta r_p - (r_p + \Delta r_p) S_E^{-\frac{1}{2}}] \sin(1 - i^H) \varphi_E + \\ \quad \frac{a}{r_p + \Delta r_p} [r_p + \Delta r_p - z_p (r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_E^{-\frac{1}{2}}] \times \\ \quad \sin(i^H \varphi_E) \\ y_E = [r_p + \Delta r_p - (r_p + \Delta r_p) S_E^{-\frac{1}{2}}] \cos(1 - i^H) \varphi_E - \\ \quad \frac{a}{r_p + \Delta r_p} [r_p + \Delta r_p - z_p (r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_E^{-\frac{1}{2}}] \times \\ \quad \cos(i^H \varphi_E) \end{array} \right.$$

式中 $S_E = S_E(K'_1, \varphi_E) = 1 + K'_1^2 - 2K'_1 \cos \varphi_E$; 其余符号同前。

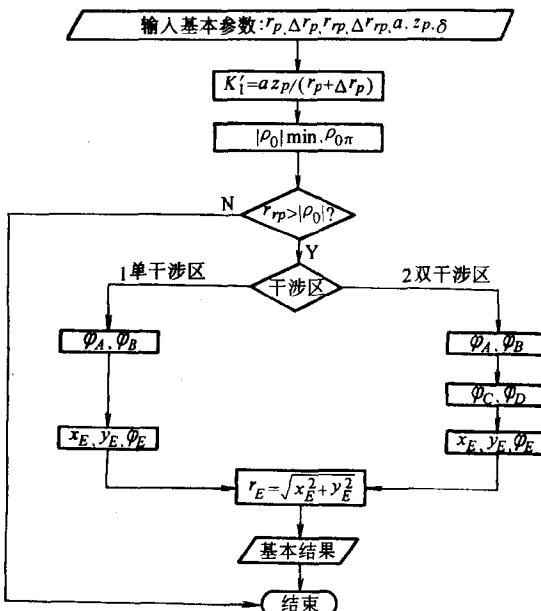
已知 $r_p, \Delta r_p, r_{rp}, \Delta r_{rp}, z_p, i^H, a, K'_1 = az_p / (r_p + \Delta r_p)$, 通过上面各式联立, 在计算机上求解, 可求得 x_E, y_E 及 φ_E , 然后可求得 $r_E = \sqrt{x_E^2 + y_E^2}$.

(2) 当 $|\rho_0|_{\min} < r_{rp} < |\rho_{0\pi}|$ 时, 此时在一齿范围内有两处干涉区, 形成两个尖点 (短幅外摆线的等距曲线的自交点) E 与 E' (见图 8.1-11)。为把干涉区修掉, 暂取 E 点处的矢径长 r_E 为摆线轮的齿顶圆半径, 即

$$r_E = \sqrt{x_E^2 + y_E^2}$$

(3) 微机求解 x_E 与 y_E 首先求出干涉界限点 A 和 B (见图 8.1-11) 的坐标和啮合相位角 φ_A, φ_B , 然后在 $\varphi = \varphi_B \sim 180^\circ$ 之间找出与 A 点同一 x 坐标下的点 C 及其啮合相位角 φ_C , 同理, 在 $\varphi = 0^\circ \sim \varphi_A$ 之间找出与 B 点同一 x 坐标下的点 D 及其啮合相位角 φ_D 。最后, 在 $\varphi = \varphi_D \sim \varphi_A$ 和 $\varphi = \varphi_B \sim \varphi_C$ 二个区间找出具有同一 x ,

y 坐标值的点, 此点的坐标值就是交点 E 的坐标值 x_E, y_E 。求 r_E 的程序框图见图 8.1-12。

图 8.1-12 求 r_E 的程序框图

【例 1】已知 $r_p = 165\text{mm}$, $r_{rp} = 6\text{mm}$, $a = 1.5\text{mm}$, $z_p = 88$, $\Delta r_p = 0.44\text{mm}$, $\Delta r_{rp} = 0.29\text{mm}$, $\delta = 0^\circ$, 求 r_E 。

【解】求 r_E 的程序框图见图 8.1-12, 用计算机求得本例属双干涉区, E 点的矢径长 $r_E = 160.28\text{mm}$ 。

2.4.3 复合齿形设计

摆线轮端面上的齿廓由一条短幅外摆线的内侧等距曲线与另一条曲线复合而成时, 称为复合齿形。

在展成法摆线磨齿机上能够精磨的复合齿形, 通常是用优化方法选出另一条满足不干涉条件的短幅外摆线的等距曲线作为顶部齿形, 与原摆线轮齿形不干涉部分相连而组成。要求前者既能修去原摆线轮齿因顶切而出现的尖点 E (见图 8.1-10 与图 8.1-11), 同时又能在最大限度保留原摆线不干涉部分齿形的前提下, 与之较光滑地相连, 见图 8.1-13 及图 8.1-14。应当指出, 用此法形成的复合齿形, 在绝大多数情况下, 这两条短幅外摆线的等距曲线只能相交, 不能相切。但通过优化计算, 可以使得这两条曲线交点的两条切线间的夹角比较小。

这种复合齿形的设计要点如下:

1) 算出有顶切的原摆线轮齿形 (短幅外摆线的等距曲线) 自交点 E 的坐标 (x_E, y_E) 及齿顶圆半径 $r_E = \sqrt{x_E^2 + y_E^2}$ (见 2.4.1 及 2.4.2 所述)。优选的齿顶曲线的顶圆半径 r_{ac2} 必须满足条件 $r_{ac2} < r_E$ 。

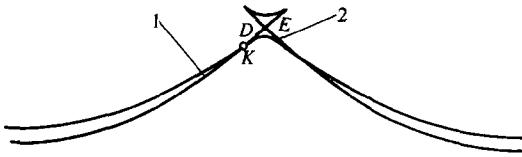


图 8.1-13 削去单干涉区的复合齿形

1—有顶切的工作齿形 L_1 , 其参数为: $r_p = 131\text{mm}$, $\Delta r_p = 0.34\text{mm}$, $r_{rp} = 6\text{mm}$, $\Delta r_{rp} = 0.46\text{mm}$, $a = 1\text{mm}$, $r_E = 125.88\text{mm}$, $z_p = 88$

2—顶部齿形 L_2 , 其参数为: $r_p = 131.32\text{mm}$, $r_{ac} = 125.57\text{mm}$, $r_{rp} = 6.5\text{mm}$, $a = 0.75\text{mm}$, $z_p = 88$

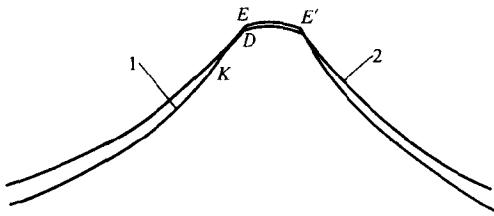


图 8.1-14 削去双干涉区的复合齿形

1—有顶切的工作齿形 L_1 , 其参数为: $r_p = 275\text{mm}$, $r_{ac} = 267.3\text{mm}$, $r_{rp} = 10\text{mm}$, $a = 2.5\text{mm}$, $z_c = 87$, $z_p = 88$, $\Delta r_{rp} = 0.537\text{mm}$, $\Delta r_p = 0.337\text{mm}$

2—顶部齿形 L_2 , 其参数为: $r_p = 275.9\text{mm}$, $r_{ac} = 267.25\text{mm}$, $r_{rp} = 10.9\text{mm}$, $a = 2.25\text{mm}$, $z_c = 87$, $z_p = 88$

2) 算出在 r_E 以内, 可能并需要保留的第 i 齿啮合点 K 的坐标 (x_K, y_K) 及 K 点的矢径 $r_K = \sqrt{x_K^2 + y_K^2}$, 优选的齿顶曲线 L_2 与工作齿形曲线 L_1 交点 D 的矢径 r_D 应满足条件 $r_D > r_K$ 。

3) 为使顶部齿形 L_2 与工作齿形 L_1 在交点处连接较光滑, 很显然就要求这两条曲线在交点 D 的斜率差尽量小, 即

$$\left| \left(\frac{dy_1}{dx_1} \right)_D - \left(\frac{dy_2}{dx_2} \right)_D \right| \rightarrow \min$$

式中 $\left(\frac{dy_1}{dx_1} \right)_D$ 、 $\left(\frac{dy_2}{dx_2} \right)_D$ — 分别为曲线 L_1 与曲线 L_2 在交点 D 处的斜率。

为更直观, 亦可用两曲线 L_1 与 L_2 在交点 D 处切线的夹角最小作为追求目标, 要使 L_1 与 L_2 这两条曲线连接较光滑的问题, 就可归结为以 L_1 与 L_2 两曲线在交点 D 的两切线夹角为目标函数, 以前面所述的几点要求 ($r_{ac2} < r_E$, $r_D > r_K$ 及 L_2 曲线本身不干涉要求 $r_{rp2} - |\rho_{02}|_{\min} < 0$) 作为约束条件, 来求设计变量 r_{p2} 、 r_{rp2} 、 a_2 、 z_{p2} (曲线 L_2 的诸参数) 的最优化求解问题。

上述目标函数可表示为

$$F = \left| \arctan \left(\frac{dy_1}{dx_1} \right)_D - \arctan \left(\frac{dy_2}{dx_2} \right)_D \right| \quad (8.1-19)$$

首先求 $\frac{dx_1}{d\varphi}$ 与 $\frac{dy_1}{d\varphi}$:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\varphi} = & \left\{ -(r_p + \Delta r_p) \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} \cos[(1-i^H)\varphi - \delta] \right. \\ & \left. - [r_p + \Delta r_p - (r_p + \Delta r_p)S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}] \times \right. \\ & (1-i^H)\sin[(1-i^H)\varphi - \delta] - \frac{a}{r_p + \Delta r_p} \left\{ [-z_p \times \right. \\ & (r_p + \Delta r_p) \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi}] \cos(i^H\varphi + \delta) - \\ & \left. [r_p + \Delta r_p - z_p(r_p + \Delta r_p)S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}] \times \right. \\ & i^H \sin(i^H\varphi + \delta) \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{d\varphi} = & \left\{ -(r_p + \Delta r_p) \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} \sin[(1-i^H)\varphi - \delta] \right. \\ & \left. + [r_p + \Delta r_p - (r_p + \Delta r_p)S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}] \times \right. \\ & (1-i^H)\cos[(1-i^H)\varphi - \delta] + \frac{a}{r_p + \Delta r_p} \left\{ [-z_p \times \right. \\ & (r_p + \Delta r_p) \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi}] \sin(i^H\varphi + \delta) + \\ & \left. [r_p + \Delta r_p - z_p(r_p + \Delta r_p)S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}] \times \right. \\ & i^H \cos(i^H\varphi + \delta) \left. \right\} \end{aligned}$$

式中 r_p 、 r_{rp} 、 a 、 z_p 、 Δr_p 、 Δr_{rp} 、 δ —— L_1 曲线的参数;

$$S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}} = (1+K'_1)^2 - 2K'_1 \cos\varphi)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} = -(K'_1 \sin\varphi) [S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}]^3;$$

$$K'_1 = \frac{az_p}{r_p + \Delta r_p}.$$

从而

$$\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_1}{d\varphi} / \frac{dx_1}{d\varphi} \quad (8.1-20a)$$

曲线 L_2 通常用不着移距和等距修形, 故其方程式可利用式 (8.1-9), 令 $\Delta r_p = 0$ 和 $\Delta r_{rp} = 0$ 而获得, 因此

$$\frac{dx_2}{d\varphi} = -r_{p2} \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} \cos[(1-i^H)\varphi - \delta_2] - [r_{p2} -$$

$$r_{rp2} S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}] (1-i^H) \sin[(1-i^H)\varphi - \delta_2] -$$

$$\frac{a_2}{r_{p2}} \left\{ [-z_{p2} r_{rp2} \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi}] \cos(i^H\varphi + \delta_2) - \right.$$

$$\left. [r_{p2} - z_{p2} r_{rp2} S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}] i^H \sin(i^H\varphi + \delta_2) \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_2}{d\varphi} = & -r_{rp2} \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} \sin[(1-i^H)\varphi-\delta_2] + [r_{rp2}- \\ & r_{rp2}S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}](1-i^H)\cos[(1-i^H)\varphi-\delta_2] + \\ & \frac{a_2}{r_{rp2}} \left\{ \left[-z_{rp2}r_{rp2} \frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} \right] \sin(i^H\varphi+\delta_2) + \right. \\ & \left. [r_{rp2}-z_{rp2}r_{rp2}S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}]i^H\cos(i^H\varphi+\delta_2) \right\} \end{aligned}$$

式中 r_{rp2} 、 r_{rp2} 、 a_2 、 z_{rp2} 、 δ_2 —— L_2 曲线的参数;

$$S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}} = (1+K'_1^2 - 2K'_1\cos\varphi)^{-\frac{1}{2}};$$

$$\frac{dS_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}}{d\varphi} = -K'_1\sin\varphi[S_r(K'_1, \varphi)^{-\frac{1}{2}}]^3;$$

$$K'_1 = \frac{a_2 z_{rp2}}{r_{rp2}}.$$

从而

$$\frac{dy_2}{dx_2} = \frac{dy_2}{d\varphi} / \frac{dx_2}{d\varphi} \quad (8.1-20b)$$

最后, 将式 (8.1-20a) 与式 (8.1-20b) 代入式 (8.1-19) 就可得到目标函数的具体数学模型。

4) 在优选顶部齿形曲线 L_2 的参数 r_{rp2} 、 r_{rp2} 、 a_2 与 z_{rp2} 时, 齿数 $z_{c2}=z_{rp2}-1$ 必须为工作齿形 L_1 齿数 $z_c=z_p-1$ 的整数倍, 即 $z_{c2}=Nz_c$, N 应为正整数, 通常 N 只能取 1 或 2, 应当注意: 当 $N=1$ 时, 两曲线的相位角相同 (见图 8.1-14)。因此, 式中 $\delta_2=\delta$, 而当 $N=2$ 时, 曲线 L_2 的相位角与工作齿形曲线 L_1 的相位角相差 π/z_{c2} (见图 8.1-15), 故此时各式中的 $\delta_2=\delta+\pi/z_{c2}$ 。

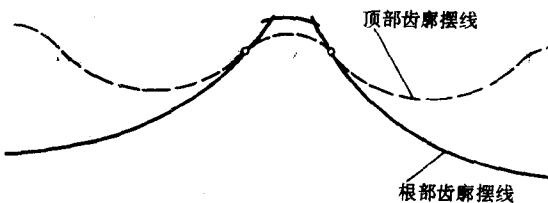


图 8.1-15 $N=2$ 时的顶部齿形曲线

5) 顶部修形曲线参数 a_2 的确定, 应符合摆线磨床的标准偏心距规范, 为使曲线 L_1 与曲线 L_2 在交点处切线的夹角最小, 通常取 $a_2=a/N$ 或 $a_2=\frac{a}{N}-0.25$ 。

6) 大传动比摆线针轮行星传动, 针齿数多因结构限制装不下时, 通常要隔一齿抽掉一齿, 在此情况下, 采用复合齿形虽可增大 r_{rp} 从而采用针齿套以提高传动效率, 但往往因工作齿形的齿顶削去过多而使同时啮合齿数显著减少。因此, 复合齿形设计时, 一定要使同时啮合传力齿数不少于 3~4 齿。

7) 顶部摆线 L_2 不得产生干涉, 其齿顶圆不得大于工作摆线 L_1 的齿顶圆, 而齿根圆不得小于工作摆线 L_1 的齿根圆。

8) 顶部摆线 L_2 与工作摆线 L_1 在优选交点 D 之前不得相交, 即保证不出现图 8.1-16 所示的现象, 写成约束条件的形式为

$$y_1(x)-y_2(x)<0 \quad \{x|0<x<x_D\}$$

式中 $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$ —— 对应相同 x 坐标的顶部摆线 L_2 与工作摆线 L_1 的 y 坐标, 其值可采用数值计算方法求得。

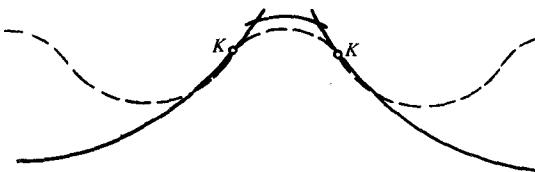


图 8.1-16 顶部摆线与工作齿形两次相交

根据上述设计要点, 设计复合齿形的实例见图 8.1-13 及图 8.1-14。图 8.1-13 为削去单干涉区的复合齿形, 有顶切的工作摆线齿形为 L_1 ; 削去前者干涉区的顶部齿形为 L_2 。图 8.1-14 为削去双干涉区的复合齿形, 有顶切的工作摆线齿形为 L_1 ; 优化计算得到的削去前者干涉区的顶部齿形为 L_2 。在这两个实例中都能保证同时有 4 个齿啮合传力。

复合齿形用展成法磨齿时, 需先磨一次有顶切的工作齿形, 再磨一次能削去干涉尖点的顶部齿形, 且前后两次磨削时的偏心距不同 ($a_2 \neq a$), 砂轮齿形半径也不同 ($r_{rp2} \neq r_{rp} + \Delta r_{rp}$), 因此磨削工艺复杂, 调整、检测精度要求也较高。

在大传动比 ($i>43$) 的小型摆线针轮减速器中, 由于采用复合齿形的磨削工艺复杂, 为了降低制造成本, 也可改用不带针齿套的微变幅 ($K_1 \approx 1$) 摆线针轮行星传动以改善传动性能。

2.5 两齿差摆线针轮行星传动

传动比 $i \leq 17$, 特别是 $i \leq 11$ 的摆线针轮传动采用传统的“一齿差”齿形时, 理论上同时啮合齿数 (约为针轮齿数的一半) 本来就不多, 为了形成必要的啮合间隙以补偿制造安装误差和满足润滑要求, 摆线轮齿经过等距或移距修形后, 则同时啮合有效传力的齿数就会更少, 从而使承载能力降低, 并容易产生胶合。为了克服“一齿差”在小传动比时的弱点, 国内外相继开发了两齿差摆线针轮传动。该传动能有效增加同时啮合齿数, 使小传动比摆线针轮传动的承载能力得到显著提高。

2.5.1 两齿差摆线针轮传动的齿廓

如图 8.1-17 所示，在动圆 r_p' 圆周上 $\widehat{CC_1}, \widehat{C_1C_2}, \dots$ 之间增置 $C', C'_1, C'_2, C'_3, \dots$ ，并使这些点位于各段圆弧的中点，即 $\widehat{CC'} = \widehat{C'C_1} = \widehat{C_1C_2} = \dots = p/2$ ，当半径为 r_p' 的圆沿半径为 r_c 的基圆滚动时， C, C', C_1, C_2, \dots 便构成两组相交的整条外摆线，其相位差为 $\frac{360^\circ}{2z_c}$ （此处 z_c 为“一齿差”传动时摆线轮的齿数），以齿顶相互削去后的非整条外摆线来看，就形成了齿距为 $p/2$ 的“两齿差”的理论齿廓。同理，也可得到非整条的短幅外摆线的“两齿差”理论齿廓。后者的等距曲线即“两齿差”摆线针轮传动的实际齿廓，它可以与针齿数也增加一倍的针轮相啮合，见图 8.1-18。当然，按此原理也可实现“三齿差”，而三齿差虽齿数增多，但齿高也会削去很多，往往承载能力反而不如“两齿差”。

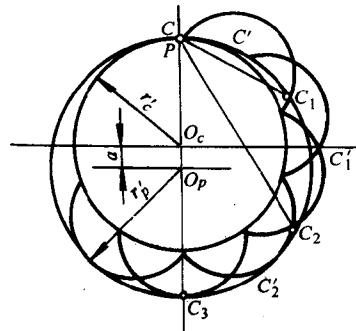


图 8.1-17 “两齿差”传动齿廓形成

2.5.2 两齿差摆线轮的齿顶修形

如图 8.1-18 所示，由于“两齿差”传动中摆线轮的齿形是由两条相位差半个齿距的“一齿差”摆线轮齿形相交而形成。故其齿顶为一尖点。由于尖点使齿廓顶部强度不足，还会在传动中引起噪声，因此需要优选一条与齿形工作部分圆滑相连的齿顶修形曲线修去齿顶尖点。

(1) 未修顶前齿顶圆半径的计算 如图 8.1-19 所示，两条短幅外摆线的等距曲线的交点 A 就构成了两齿差摆线轮的齿顶。

由图 8.1-19 可知

$$\lambda = \frac{180^\circ}{2z_c} \quad (8.1-21)$$

设 A 点坐标为 (x_A, y_A) ，则

$$\tan \lambda = \frac{y_A}{x_A} \quad (8.1-22)$$

又由通用的摆线轮齿形方程式 (8-9) 可得

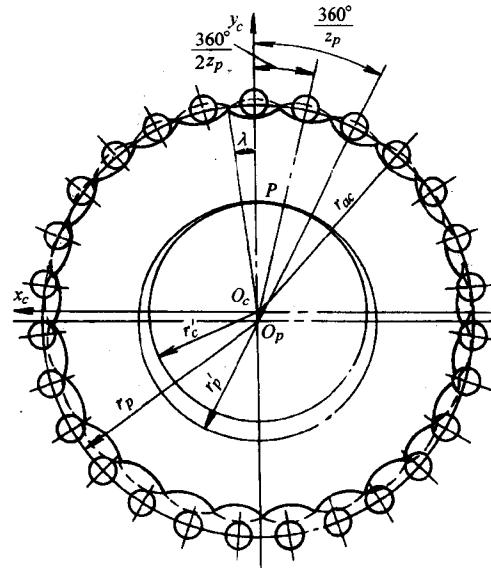


图 8.1-18 “两齿差”摆线针轮传动

$$\left\{ \begin{array}{l} x_A = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_A^{-\frac{1}{2}}] \cos[(1-i^H)\varphi_A - \delta] - \frac{a}{r_p + \Delta r_p} [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_A^{-\frac{1}{2}}] \times \cos(i^H \varphi_A + \delta) \\ y_A = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_A^{-\frac{1}{2}}] \sin[(1-i^H)\varphi_A - \delta] + \frac{a}{r_p + \Delta r_p} [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_A^{-\frac{1}{2}}] \times \sin(i^H \varphi_A + \delta) \end{array} \right. \quad (8.1-23a)$$

$$\left. \begin{array}{l} x_A = [r_p + \Delta r_p - (r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_A^{-\frac{1}{2}}] \sin[(1-i^H)\varphi_A - \delta] + \frac{a}{r_p + \Delta r_p} [r_p + \Delta r_p - z_p(r_{rp} + \Delta r_{rp}) S_A^{-\frac{1}{2}}] \times \sin(i^H \varphi_A + \delta) \end{array} \right. \quad (8.1-23b)$$

已知 $r_p, r_{rp}, a, z_p = z_p'/2$ (z_p' 为两齿差传动针轮的实际齿数)、 $\Delta r_p, \Delta r_{rp}, \delta$ ，由式 (8.1-21) 算得 λ 值，将式 (8.1-22)、式 (8.1-23a)、式 (8.1-23b) 三式联立，用计算机求解，就可求出 φ_A, x_A, y_A 的数值。从而未修顶前齿顶圆的半径 r_{ac} 即可由下式求得

$$r_{ac} = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} \quad (8.1-24)$$

(2) 修顶曲线参数的选择 比较实用的修顶方法是优选另一条短幅外摆线的等距曲线作为“两齿差”传动摆线轮的修顶曲线。如图 8.1-20 所示，曲线 MAN 是“两齿差”传动摆线轮齿顶修形前的齿廓，曲线 $EKK'F$ 是优选出来的另一条短幅外摆线的等距曲线，它与前一曲线 MAN 相交于 K, K' 两点，两条曲线在交点切线的夹角很小。显然，若用短幅外摆线的等距曲线 $EKK'F$ 的 KK' 段修去原“两齿差”传动摆线轮的齿尖，作为摆线轮的顶部曲线，则在展成法摆线磨齿机上是很容易实现的理想修顶曲线。

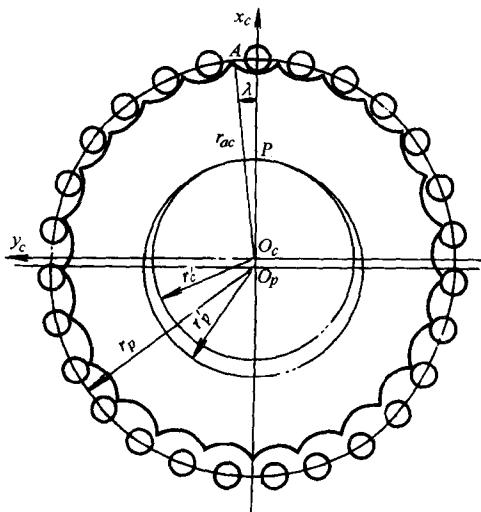


图 8.1-19 “两齿差”传动齿顶圆计算

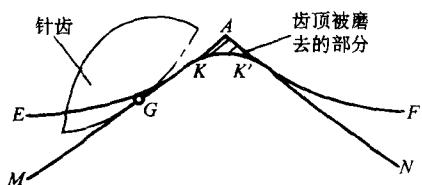


图 8.1-20 “两齿差”传动摆线轮的齿顶修形曲线

优选修顶用的短幅外摆线的等距曲线 $EKK'F$ 参数的方法与前面 2.4 节所述优选复合齿形顶部曲线参数的方法思路相同。应注意的要点如下：

1) 为使修顶曲线与原两齿差工作齿廓相连处(图 8.1-20 中的 K 与 K' 点)较光滑的过渡，在优选修顶曲线时，与复合齿形优选顶部曲线的思路相同，可把两条短幅外摆线的等距曲线交点 K 处的切线夹角作为目标函数 F ，使其极小化。通常要求在交点的两切线夹角不大于 6° 。

2) 为在展成法磨齿机上一次修完所有齿顶，修顶短幅外摆线的等距曲线参数(摆线轮齿数) z_{c2} 通常应选为两齿差摆线轮实际齿数 z_2 的 2 倍或 3 倍。

3) 修顶曲线的偏心距 a_2 应符合摆线磨齿机的偏心距 (mm) 系列，通常可在 0.75 、 1.0 、 1.25 、 1.5 及 1.75 这几个数值中按 a 值大小选 ($\frac{a_2}{a} \approx \frac{1}{5} \sim \frac{1}{8}$)。

4) 为使磨齿砂轮有合理寿命，修顶曲线参数中的针齿半径 r_{rp2} 不应过小，通常可取

$$3 \sim 2.5 \text{ mm} < r_{rp2} < \frac{r_{re}}{2}$$

5) 修顶曲线不得产生顶切，其约束条件为

$$g_1(x) = r_{rp2} - |p_0|_{\min} < 0$$

式中， $|p_0|_{\min}$ 为修顶短幅外摆线的等距曲线的理论齿廓的最小曲率半径，其计算见式 (8.1-17) 及表 8.1-1 中的式 (8.1-15) 与式 (8.1-16)。

6) 修顶曲线的起始点 K 应在有效传力轮齿的最远啮合点(如图 8.1-20 中的 G 点)之外，以保证有足够的同时啮合传力的齿数，通常设计时，应争取有 $4 \sim 5$ 个齿同时啮合传力。设对应于啮合点最远的针齿相对于转臂的转角(啮合相位角)为 φ_c ，而摆线轮工作齿廓与修顶曲线交点 K 处的啮合相位角为 φ_K ，则上述要求可写成如下的约束条件：

$$g_2(x) = \varphi_G - \varphi_K < 0$$

7) 在修顶起始点 K (见图 8.1-20)以前，两齿差传动摆线轮的工作齿廓 MK 不得与修顶曲线相交，以保证工作齿廓 MK 的正确齿形，此要求可写成约束条件

$$g_3(x) = x(y) - x_2(y) < 0$$

式中 $x(y)$ 、 $x_2(y)$ —— 对应相同 y 坐标的修顶曲线的 x 坐标和工作齿廓的 x 坐标。

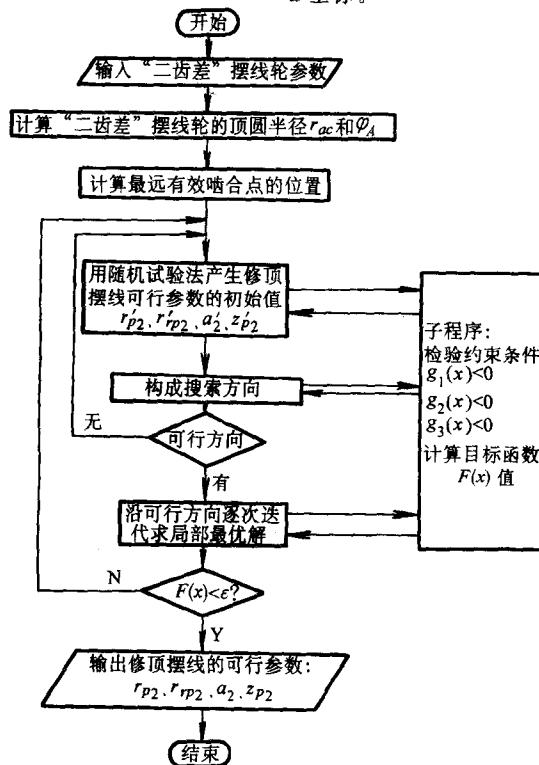


图 8.1-21 求修顶曲线参数的计算机程序框图