

Modern Robust Control
Theory and Application

现代鲁棒控制
理论与应用

梅生伟 申铁龙 刘康志 编著

Mei Shengwei Shen Tielong Liu Kangzhi

清华大学出版社

Modern Robust Control
Theory and Application

现代鲁棒控制 理论与应用

梅生伟 申铁龙 刘康志 编著

Mei Shengwei Shen Tielong Liu Kangzhi

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要介绍现代鲁棒控制理论的基本设计思想及其前沿领域的理论与应用成果,具体内容
包括三个部分。第一部分介绍有关基础知识,包括数学基础、稳定性、有界性和收敛性的基本定
理、具有不确定性的系统的描述方法以及鲁棒稳定与鲁棒性能准则的条件;第二部分介绍线性及
非线性鲁棒控制的理论成果,其中线性鲁棒控制集中介绍以 H_∞ 控制以及 μ 设计等为代表的经典
理论;非线性鲁棒控制则主要介绍鲁棒镇定和鲁棒 L_2 设计,鲁棒自适应控制的基础理论与前沿成
果;第三部分分别介绍上述理论成果在机械系统、电力及电力电子等系统中的设计实例。

本书可以作为自动控制和电气工程专业的研究生教材,也可供从事上述专业的科研人员和工
程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代鲁棒控制理论与应用/梅生伟,申铁龙,刘康志编著. —北京:清华大学出版社,2003
ISBN 7-302-06576-4

I. 现… II. ①梅… ②申… ③刘… III. 鲁棒控制 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 029719 号

出 版 者:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

客 户 服 务:010-62776969

组稿编辑:陈国新

文字编辑:赵从棉

版式设计:刘祎森

印 刷 者:清华大学印刷厂

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×260 印张:19 插页:1 字数:437千字

版 次:2003年9月第1版 2003年9月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-06576-4/TP·4927

印 数:1~4000

定 价:28.00元(平装)

45.00元(精装)



作者简介

梅生伟 男，1964年9月生，1996年获中国科学院博士学位，1998年10月清华大学博士后出站后留校从事教学和科研工作至今。主要从事自动控制、非线性系统、数学和运筹学等基础理论研究，以及将上述理论应用于电力系统、机器人和FACTS等领域的应用技术研究。在国内外期刊上共发表论文70多篇，其中SCI收录论文20篇。除撰写《现代鲁棒控制理论与应用》外，还合著英文专著1部。近年来，他致力于电力系统灾变防治与经济运行理论和技术的研究，并积极参与科研成果的转化工作，同时承担“现代控制理论”、“自动控制原理”和“电工技术新进展”等课程的教学工作。1998年以来任国家基础研究项目(973)“我国电力大系统灾变防治与经济运行重大科学问题研究”首席科学家助理，并作为骨干参加国家自然科学基金重点项目、863计划和国家重大攻关计划等项目。

序

实际运行的工程系统都会受到不确定性的影响,机电系统就是这样一类典型的具有不确定性的系统。而以线性最优控制和非线性微分几何控制为代表的现代控制理论一般是基于被控对象的精确数学模型来做控制器的设计的。该类理论虽然能够为控制器设计提供完善的解析设计手段,但由于在系统建模时忽视了不确定性,从而使得所设计的控制器难以达到预期的性能指标。为了弥补现代控制理论的这一不足,以 H_∞ 控制、无源化控制及 L_2 增益分析等理论为代表的现代鲁棒控制理论应运而生。它们共同的出发点是在系统建模和控制器设计过程中考虑不确定性对系统的影响,将实际控制对象看成一个系统族,即带有不确定性的系统,其数学模型由标称系统(即精确已知部分)和一个不确定性判别模式所组成。在此基础上,利用解析方法设计控制器,这样有更大的可能性使系统族中的所有被控对象(包括实际控制对象)均能满足期望性能指标。

该书包括鲁棒控制基础、非线性鲁棒控制方法和工程应用三个部分。其中第 1 部分的叙述不拘于一般鲁棒控制基础理论的专著或教材,它涵盖了系统稳定性、线性鲁棒基础、 H_∞ 控制、 μ 理论和包括 Popov 判据等在内的鲁棒控制基础知识。结构精炼而不失完备,内容丰富而不失简洁,利于引导读者进入鲁棒控制领域。第 2 部分主要是基于该书作者在不确定建模的非线性鲁棒控制方面的理论研究成果,包括鲁棒自适应镇定、鲁棒性能准则设计和递推设计等。第 3 部分是作者将理论研究成果应用于实际工程的设计实例,包括采矿业、汽车离合器、发电机励磁和电力电子等机电一体化系统。

该著作不仅是一本良好的鲁棒控制基础读物,而且对了解和研究鲁棒控制前沿课题也有所裨益。同时,也为那些有志于运用先进控制理论解决实际工程问题的科研工作者提供了一个范例。因此具有较高的学术价值,对工程实践也有指导意义。

主题突出、系统完整是该书一大特点。另一方面,使前沿理论与实际工程

问题如此紧密结合实为可贵,此为该著作另一鲜明特性。有关鲁棒控制设计的研究虽已有大量成果,但令人稍感遗憾的是目前尚缺乏系统性的专著,本书的出版在一定程度上弥补了这个不足。相信这本书将为有关同行和青年科技工作者提供有益的参考。

清华大学 卢强
2002年8月

前言

在经典控制理论中,被控对象的频率特性是设计控制系统的主要依据,整个系统的性能指标也是通过引入控制器来整定开环系统频率特性的方法而实现的。由于被控对象的频率特性通常是靠实验测试等手段获得的,因此,不可避免地带有不确定性。这就导致经典控制理论设计的控制器,在很大程度上必须依靠现场调试,才能获得满意的控制性能。而基于状态方程等数学模型为主要设计依据的现代控制理论,则依靠线性代数、微分几何以及最优化方法等严谨的数学工具,采用数学解析的手段来设计控制系统。同理,通常用机理推导和模型辨识等手段得到的数学模型同样带有不确定性,所以,通过严谨的数学手段设计出来的控制器,在实际运行时,其理论上预期的性能指标仍然不能完全实现。而且基于现代控制理论设计的控制器,其现场调试更为复杂,有时甚至显得无从下手。这就对现代控制理论提出了一个非常重要的课题——鲁棒控制。即,在建立数学模型和设计控制器的过程中,如何考虑不确定性的影响,并且基于有关不确定性的不完整信息,设计不依赖于不确定性的控制器,使得实际系统满足期望性能指标。

所谓鲁棒性(Robustness),粗略地讲就是指系统的性能对不确定性的“强健”程度。这里所说的不确定性并不意味着一无所知或变幻莫测,而是指对系统的某些部分了解不全面,只知道片断的不完整信息。通俗地说,鲁棒控制问题就是如何将这些已知的不完整信息利用到系统设计中。事实上,早在经典控制理论中,鲁棒性问题就已经引起人们的重视。譬如就稳定性能而言,使系统频率特性具有足够的稳定裕度,就是为了保证稳定性不受到不确定性的破坏。不过直至现代控制理论发展的后期,对鲁棒性问题的研究还停留在定性分析的程度。但从 20 世纪 80 年代初起,在现代控制理论的框架上迅速发展起来的鲁棒控制,则开始在建立数学模型和设计控制器的过程中积极地考虑不确定性,并对其影响给出定量的结论。在 20 世纪最后 20 年中诞生并成熟的这种鲁棒控制,其基本思路就是将含有不确定性的被控对象表现为一个系

统集,即基于有关不确定性的不完全信息构造表现该系统集的数学模型,再根据该模型设计能够使系统集中所有的成员即被控对象满足期望性能指标的控制器。为了区别这种鲁棒控制与早期的有关鲁棒性问题的理论,我们称前者为现代鲁棒控制理论。

本书的主要目的,就是介绍现代鲁棒控制理论的基本设计思想及其前沿领域的理论与应用成果。本书的内容具体可分为三个部分。第1部分包括第1章至第4章,主要介绍与本书内容有关的基础知识,包括数学基础,稳定性、有界性和收敛性的基本定理,具有不确定性的系统的描述方法以及鲁棒稳定与鲁棒性能准则的条件;第2部分包含第5章至第9章,主要介绍线性及非线性鲁棒控制的理论结果,其中线性鲁棒控制集中介绍以 H_∞ 控制以及 μ 设计等为代表的经典理论,非线性鲁棒控制则主要介绍鲁棒镇定和鲁棒 L_2 设计、鲁棒自适应控制的基础理论与前沿成果;第3部分包括第10章和第11章,分别介绍上述理论结果在机械系统、电力及电力电子等系统中的设计实例。

在本书的写作过程中,作者试图突出“精、新、简、实”,并力争做到自我完备(self-contained)。即在选择基础理论时精益求精,同时力求介绍前沿领域,特别是作者自身的最新理论及应用成果。在叙述方法上力求理论与工程实际相结合,而在证明推导过程中则力求简明扼要。涉及有关泛函分析、微分几何等数学知识时,不过分追求纯数学意义上的严谨性,以便于只具有工科数学基础的读者能够理解本书的基本内容。此外,本书在内容安排上尽可能做到内容完备,以便于掌握了经典控制理论、线性系统理论的基本内容以及工科数学基础知识的读者不再需要翻看其他参考书就能够理解本书的内容。

本书的写作动机应该追溯到1997年。当年暑期,本书的作者之一申铁龙博士应已故的中国科学院系统科学研究所王恩平教授之邀回国短期工作,深深感到有必要用中文写作一本系统地介绍鲁棒控制理论的基础与前沿成果的著作,以推动国内该领域的学术研究活动。他的设想得到了王恩平教授以及系统科学研究所秦化淑教授的热情鼓励和支持,但是由于种种原因未能及时成稿。在后续几年里,作者为清华大学、日本上智大学和千叶大学的研究生讲授现代控制理论的讲稿,以及自身在该领域的更深入的研究成果,构成了本书的雏形。特别是,这期间作者承担和参加国家重点基础研究项目(No. G1998020309)、国家自然科学基金重点项目(No. 59837270)、863高技术计划项目(863-98-2)、清华大学电力系统国家重点实验室开放研究课题基金以及中日科学合作项目(NSFC/JSPS)的研究经历,更增强了作者完成本书的信心。

本书初稿执笔分担如下:第2,3,11章和第4,10章的部分内容由梅生伟博士主笔,第1章和第6章至第9章的内容由申铁龙博士主笔,第5章和第4,10章的部分内容由刘康志博士主笔。全书最后由梅生伟博士统一定稿。

作者由衷地感谢中国科学院院士、清华大学电力系统国家重点实验室主任卢强教授和清华大学自动化系郑大钟教授,他们的热忱推荐使得本书得到清华大学出版社学术出版基金的支持。

本书所介绍的鲁棒控制理论在电力系统中应用的研究得到了卢强教授的指导,而在上述研究项目的执行过程中,作者得到了清华大学孙元章教授、中国科学院系统科学研究所秦化淑教授、程代展教授、日本上智大学田村捷利教授以及东京工业大学美多勉教授的热情支持。上智大学理工学部博士研究生焦晓红认真校阅了第1章至第9章,并提出了

许多宝贵意见。清华大学电机系研究生薛安成、王智涛和吴佳耘为本书排版付出了辛勤劳动。特别是博士研究生胡伟、陈菊明和刘锋,本书所涉及的在电力系统中的应用成果与他们的刻苦研究是分不开的。

清华大学出版社对本书出版给予了大力帮助和支持,作者谨借此机会表达深切的谢意。

作者 谨识
2002年7月

目 录

第 1 章 绪论	1
第 2 章 数学基础	7
2.1 向量和矩阵的范数	7
2.2 矩阵奇异值	11
2.3 函数的范数	14
2.4 算子及其范数	18
2.5 Lyapunov 方程	20
2.6 Riccati 方程	25
2.7 正实性	31
2.8 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程	38
第 3 章 稳定性	42
3.1 BIBO 稳定性	42
3.2 小增益定理	44
3.3 Lyapunov 稳定性	46
3.4 Lyapunov 稳定定理	47
3.5 La Salle 不变集原理	53
3.6 终值定理	57
第 4 章 鲁棒控制基础	61
4.1 鲁棒控制基本思想	61
4.2 不确定性的描述	64
4.3 线性不确定系统频域模型	67
4.4 鲁棒稳定性的频域判据	70

4.5	鲁棒稳定性的时域判定条件	76
4.6	绝对稳定性	78
4.7	鲁棒性能准则及其充分条件	81
第5章	线性鲁棒控制系统设计	84
5.1	H_∞ 控制问题	84
5.2	Riccati 方程解法	89
5.3	LMI 解法	92
5.4	定理 5.1 的证明	100
5.5	一般被控对象建模原则	104
5.6	μ 设计与鲁棒性能	108
5.7	鲁棒 H_∞ 性能的充分必要条件	113
5.8	$D-K$ 递推设计法	114
5.9	参数摄动的抽出法	116
第6章	非线性系统鲁棒控制基础	120
6.1	无源性与稳定性	120
6.2	耗散性与 L_2 性能准则	126
6.3	L_2 增益与 HJI 不等式	129
6.4	存储函数的递推设计	132
6.5	坐标变换与反馈等价性	137
6.6	非线性系统的标准型	141
6.7	非线性系统的链式结构	145
第7章	非线性鲁棒镇定	151
7.1	不确定系统的描述	151
7.2	无源化设计基础	153
7.3	鲁棒无源性	159
7.4	鲁棒镇定控制器设计	163
7.5	鲁棒控制器的推广	169
第8章	非线性系统鲁棒性能准则设计	172
8.1	L_2 性能准则设计问题	172
8.2	基于 HJI 不等式的设计方法	175
8.3	匹配条件与存储函数	180
8.4	L_2 性能准则问题的递推解法	185
8.5	鲁棒 L_2 性能准则问题	190

第 9 章 具有自适应功能的鲁棒控制器设计	193
9.1 参数不确定性及自适应功能	193
9.2 自适应控制器	196
9.3 调整函数	204
9.4 自适应鲁棒控制器	210
9.5 自适应鲁棒 L_2 性能设计	214
第 10 章 线性鲁棒控制设计实例	219
10.1 汽车离合器变速缓冲装置	219
10.2 矿车速度控制	224
10.3 STATCOM(静止无功补偿器)内部控制	232
10.4 三峡输电系统 TCSC(可控串补) H_∞ 控制	242
第 11 章 非线性鲁棒控制设计实例	249
11.1 单机系统 L_2 增益干扰抑制励磁控制器	249
11.2 多机系统分散 L_2 增益干扰抑制控制器	255
11.3 励磁系统非线性自适应控制器	263
附录	273
附录 A Minkovski 不等式的证明	273
附录 B 例 5.4 中硬盘 H_∞ 设计用 mfile	274
附录 C 例 5.9 中硬盘 μ 设计用 mfile	277
附录 D 6 机仿真系统数据	278
附录 E 注 11.4 的证明	280
附录 F 定理 11.3 的证明	282
附录 G 定理 11.4 的证明	283
名词索引	286
参考文献	289

第 1 章

绪 论

无论是自然界还是人类社会,不确定性是一个普遍存在的因素。所谓天有不测风云就是这个意思。这种不确定性的存在,使人类的社会活动更富于挑战性,使人生更具有戏剧性色彩。可以想像,如果没有这种不确定性存在,人类的社会生活将会变得多么索然无味。但是,对于工程技术而言,这种不确定性的存在一般是不能允许的。工厂生产的产品要精益求精,要精确地满足设计指标,这种设计指标一般是不允许在含有不确定性因素的意义上实现的。

对于自动控制技术来讲也是这样。理想的情况应该是设计出来的自动控制系统的性能品质准确地实现预期的设计要求,但是这对控制技术来讲几乎是不可能的事情。因为,自动控制系统的设计与其他领域的制造技术不一样,有其自身的特点。例如机械产品的设计人员可以完全按照自己的意愿对所设计的产品进行加工和改造,使其精确满足预期的设计要求。而自动控制系统一般由两部分组成,即被控对象和控制器。其中,从控制的角度来讲,设计人员能够自由支配的只有控制器,而被控对象中存在的 uncertainty 因素是设计人员所无法剔除的。这意味着不确定性是自动控制系统设计人员不可避免地所要面对的,从而给自动控制技术提出了一个很重要的课题:在被控对象含有某种不确定性的假设前提下,如何设计控制器使系统尽可能接近理想的设计指标。

上述问题对于 20 世纪 60 年代逐渐发展起来的现代控制系统设计理论来讲就显得更为突出。尽管这种现代控制理论能够以完美的数学工具,解析地给出精确满足理想品质要求的控制器,但真正应用在工程上时,只有在用于设计的数学模型准确无误地描述了被控对象的动态特性的情况下,这种理想的性能品质要求才能得以实现,否则只是纸上谈兵。但是,数学模型往往不可避免地带有未建模动态、近似参数等不确定性因素。换句话说,理想化的数学模型与现实的被控对象之间不可避免地存在着偏差,这种不确定性的偏差的存在,有时会使理想变为空谈。

下面不妨考察一下这种不确定性是如何影响系统性能品质的。

例 1.1 最优控制问题。设单输入单输出的线性被控对象由如下状态方程描述：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, $y \in \mathbb{R}$ 和 $u \in \mathbb{R}$ 分别为输出、输入信号。 A, B, C 分别为具有适当维数的定常矩阵和向量。

根据线性系统的最优调节器理论可知, 对于给定系统(1.1), 可以通过状态反馈控制器

$$u = -r^{-1} B^T P x \quad (1.2)$$

使得性能指标

$$J = \int_0^{\infty} (y^2 + r u^2) dt \quad (1.3)$$

达到最小, 且其最小值为

$$J_{\min} = x_0^T P x_0 \quad (1.4)$$

其中, $r > 0$ 为给定的加权系数, $x_0 = x(0)$ 为状态的初始值, P 是满足 Riccati 方程

$$A^T P + PA - r^{-1} P B B^T P + C^T C = 0 \quad (1.5)$$

的正定矩阵。

事实上, 如果考虑二次型正定函数

$$V(x) = x^T(t) P x(t) \quad (1.6)$$

并计算其沿系统(1.1)从初始状态 x_0 出发的轨迹的时间微分, 得

$$\dot{V}(x) |_{(1.1)} = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T (A^T P + PA) x + 2x^T P B u$$

将式(1.5)代入上式, 整理得

$$\dot{V}(x) |_{(1.1)} = -(y^2 + r u^2) + r(u + r^{-1} B^T P x)^2$$

故

$$\int_0^{\infty} \dot{V} dt = - \int_0^{\infty} (y^2 + r u^2) dt + r \int_0^{\infty} (u + r^{-1} B^T P x)^2 dt$$

如果此时闭环系统是稳定的, 即 $x(\infty) = 0$, 那么, 由上式得

$$J = x_0^T P x_0 + r \int_0^{\infty} (u + r^{-1} B^T P x)^2 dt \quad (1.7)$$

显然, 使性能指标 J 为最小的输入 u 应该是使上式右端第二项为零的信号。即, 最优控制输入信号由式(1.2)给定。至于闭环系统的渐近稳定性, 则可以由 Lyapunov 判据得到保证。事实上, 由于闭环系统给定如下:

$$\dot{x} = A_K x \quad (1.8)$$

其中, $A_K = A - r^{-1} B B^T P$, 且 Riccati 方程(1.5)等价于方程

$$A_K^T P + P A_K = -C_K^T C_K \quad (1.9)$$

其中, $C_K^T = [C^T \quad r^{-1/2} P B]$ 。当 (A, C) 完全可观测时, (A_K, C_K) 亦为完全可观测, 且由于 P 是正定阵, 所以根据 Lyapunov 定理可知(参见第 3 章), A_K 是渐近稳定矩阵。

上述结果是现代控制理论的精髓, 只要被控对象的数学模型精确已知, 即 A 和 B 精确已知, 那么使性能指标 J 达到最小的控制器可以按式(1.2)给出。

问题是当被控对象的精确的数学模型无法获取时将会出现什么样的结局。

假设被控对象由式(1.1)描述,但是用于设计的模型参数 A 具有一定的误差 ΔA ,即真正的被控对象满足

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

其中, ΔA 表示参数误差。

与前述同理,对于性能指标(1.3),该系统对应的最优控制器给定如下:

$$u = -r^{-1}B^T P'x \quad (1.11)$$

其中, P' 为满足 Riccati 方程

$$(A + \Delta A)^T P' + P'(A + \Delta A) - r^{-1}P'BB^T P' + C^T C = 0 \quad (1.12)$$

的正定阵。而且,此时 J 的最优值为

$$J' = x_0^T P' x_0 \quad (1.13)$$

但是,如果在设计最优控制器时忽视了误差 ΔA ,那么得到的最优控制器仍然是(1.2)。而且,沿实际系统(1.10)的轨迹,有

$$\dot{V}(x) |_{(1.10)} = x^T (A^T P + PA)x + 2x^T P Bu + x^T (\Delta A^T P + P \Delta A)x \quad (1.14)$$

所以,即使是误差 ΔA 的存在不至于破坏闭环系统

$$\dot{x} = (A_K + \Delta A)x \quad (1.15)$$

的稳定性,但是,此时性能指标的实际值为

$$J = x_0^T P x_0 + \int_0^{\infty} x^T (\Delta A^T P + P \Delta A)x dt \quad (1.16)$$

显然,此时的性能指标值,既不是理想情况下的式(1.4),也不是实际对象式(1.10)所对应的最优值式(1.13)。上式的第二项就是不确定性误差 ΔA 对性能指标的恶化程度。更为严重的是,由于参数误差 ΔA 的影响,有时会使得闭环系统的极点进入右半平面,从而使闭环系统变得不稳定。

例 1.2 考察给定的非线性系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= u \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

其中, x_1, x_2 为状态变量, u 为控制输入。若选择 Lyapunov 函数

$$V(x) |_{(1.17)} = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) \quad (1.18)$$

那么,由于

$$\dot{V}(x) |_{(1.17)} = x_1(-x_1 + x_1 x_2) + x_2 u \quad (1.19)$$

所以,选择控制器

$$u = -x_2 - x_1^2 \quad (1.20)$$

将使 $x_1 = x_2 = 0$ 成为闭环系统的全局稳定的平衡点。但是,如果在被控对象(1.17)中存在不确定性 $\Delta(x_1, x_2)$,即

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_1[x_2 + \Delta(x_1, x_2)] \\ \dot{x}_2 &= u \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

则有

$$\dot{V}(x)|_{(1.21)} = -x_1^2 + x_2(x_1^2 + u) + x_1^2 \Delta(x, x_2)$$

所以,控制器(1.20)不一定能够保证 $\dot{V}(x) < 0, \forall t \geq 0, x \neq 0$, 从而闭环系统的稳定性有可能被破坏。不过,如果已知不确定性摄动函数的界,比如

$$|\Delta(x_1, x_2)| \leq |x_2|, \quad \forall x_1, x_2 \quad (1.22)$$

那么可根据这个界函数,将控制器(1.20)修正为

$$u = -x_2 - x_1^2 - \frac{1}{2} x_1^2 x_2 \quad (1.23)$$

于是有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x)|_{(1.21)} &= -x_1^2 - x_2^2 - \frac{1}{2} x_1^2 x_2^2 + x_1^2 \Delta(x_1, x_2) \\ &= -x_2^2 - \frac{1}{2} x_1^2 - \frac{1}{2} x_1^2 (1 - \Delta)^2 - \frac{1}{2} x_1^2 (x_2^2 - \Delta^2) \\ &< 0, \quad \forall t \geq 0, x \neq 0 \end{aligned}$$

即,闭环系统对于任意满足式(1.22)的 $\Delta(x_1, x_2)$ 仍能保持稳定。

上述两个例子讨论的都是被控对象的数学模型有误差的情况。在实际工程系统中,不确定性除了以模型误差的形式出现外,还可以用未知的不确定性干扰信号表示。如果在设计系统时忽略了这种干扰信号,那么,即使这种信号很小,也可能恶化系统的品质。特别是对非线性系统,有时甚至造成系统不稳定。

例 1.3 峰值现象(peaking phenomenon)。考察给定的系统

$$\dot{x} = -x^3 \sin x + \frac{1}{1 + \cos^2 x} u + x^2 w \quad (1.24)$$

其中, x 为状态变量, u 为控制输入, w 为未知且不可测量的干扰信号。

如果干扰 $w(t)$ 的幅值很小,可以忽略不计,那么,令反馈控制器为

$$u = -(1 + \cos^2 x)(1 - x^2 \sin x)x \quad (1.25)$$

则闭环系统可以视为

$$\dot{x} = -x \quad (1.26)$$

显然,上述系统在原点 $x=0$ 应该是全局稳定的,即,对于任意初始状态 $x(0) = x_0$, 均有 $x(t) \rightarrow 0$ 。

但是,由式(1.24)和式(1.25)构成的实际闭环系统为

$$\dot{x} = -x + x^2 w \quad (1.27)$$

而被忽略的 $w(t)$ 的存在,有可能造成系统状态发散。比如

$$w(t) = \epsilon e^{-t} \quad (1.28)$$

其中, ϵ 为非常小的正数。此时,系统(1.27)的状态 $x(t)$ 给定如下:

$$x(t) = \frac{2x_0}{(2 - \epsilon x_0)e^t + \epsilon x_0 e^{-t}} \quad (1.29)$$

显然,若初始状态 $x_0 > \frac{2}{\epsilon}$, 则有

$$\lim_{t \rightarrow t_0} x(t) = \infty \quad (1.30)$$

其中, $t_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{\varepsilon x_0}{\varepsilon x_0 - 2}$ 。

这表明,即使是干扰信号 $w(t)$ 非常小,从距原点较远的初始状态 $x(0)$ 出发的状态轨迹,将在有限时间 t_0 趋向无穷。

通过上述例子可知,对于一个被控对象,由于采用的控制器不同,闭环系统的性能品质相对于不确定性因素的“强健”程度也不同。就稳定性而言,例 1.2 的系统在控制器(1.23)的作用下,即使存在模型误差 Δ ,仍然能够保证稳定性。而在控制器(1.20)的作用下,这种稳定性就未必能得到保证。

一般来讲,如果一个系统的品质,诸如稳定性、干扰抑制性能、最优性能指标等,对于系统中存在的不确定性不敏感,就称该系统具有鲁棒性,或者具体地称为鲁棒稳定性、鲁棒干扰抑制性能或鲁棒最优等。

粗略地讲,使用任何一种设计理论设计出来的系统,或多或少都有一定程度的鲁棒性。譬如由于系统的极点对于系统模型参数一般是连续的,所以任何一个系统或多或少都有一定鲁棒稳定性。如例 1.1 所示, ΔA 很小的话,系统的极点不会进入右半平面,至少系统的稳定性不会被破坏。但是,关键问题是一个系统究竟能够允许多大范围的不确定性存在,或者在已知不确定性的范围的前提下,如何设计控制器使闭环系统具有所期望的鲁棒性。

本书的主题——现代鲁棒控制,正是一种在这种意义上,更加积极地处理系统中存在的不确定性,定量地分析和综合系统的不确定性及鲁棒性的理论。

实际上,鲁棒控制问题在经典控制理论中就已经引起了重视。早在 1927 年,Black 在一项关于真空管放大器的专利中就涉及了不确定性因素对系统品质的影响^[1]。在这篇被认为是研究鲁棒控制问题的最原始的文献里,Black 首次明确地提出了用高增益来抑制真空管特性变化对放大器精度的影响。但是,这种高增益有时会造成系统动态过程不稳定。1932 年,Nyquist 在文献[2]中对系统的动态稳定性与高增益之间互不相容的特性(Trade-off)做了详细的论述。以 Nyquist, Bode 以及 Horowitz 等人的理论为代表的经典控制系统设计理论^[3,4],主要是以频域灵敏度函数的整形为主要手段,来克服系统中存在的不确定性对控制品质的影响。这种情况一直持续到 1960 年左右。1960 年到 1975 年是现代控制理论发展的鼎盛时期。以 Kalman 为代表的现代控制理论,其主要特征是以状态空间理论作为描述系统的工具。现代控制理论以其清新和准确的概念,取得了许多突出的成就。诸如状态的可控性、可观测性、LQ 最优调节器以及最佳估计等。但是,这一期间的控制理论研究却忽略了系统中存在的不确定性因素。只有个别学者试图将古典的频域灵敏度函数整形方法推广到多输入多输出系统。比如, Cruz 等人的研究就是属于这一类^[5]。这些研究的内容就是将通过灵敏度函数整形来抑制不确定性的思想加以推广,提出了轨迹灵敏度、性能品质灵敏度、特征值及特征向量灵敏度等概念及其分析与设计方法。

本书要讲的现代鲁棒控制理论的研究始于 1975 年左右。第一次在论文中明确使用鲁棒控制这一术语的是 1971 年 Davison 的论文^[6],而首先将这一术语写进论文标题的是