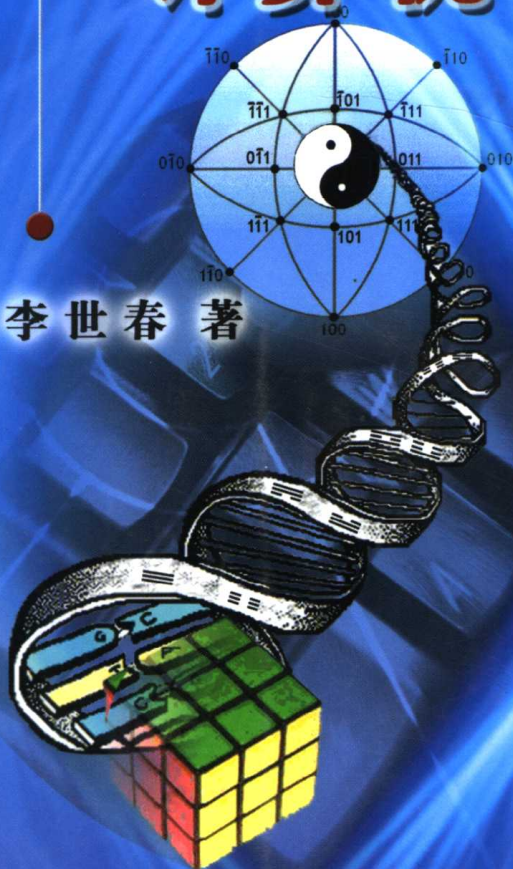


国家自然科学基金资助 (60120201)

魔方的科学 和 计算机表现

李世春 著



石油大学出版社

国家自然科学基金资助（60120201）

魔方的科学和计算机表现

李世春 著

石油大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

魔方的科学和计算机表现 / 李世春著。—东营: 石油大学出版社, 2003. 4

ISBN 7-5636-1771-X

I. 魔… II. 李… III. 魔方—数学理论 IV. G898.2-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 031356 号

魔方的科学和计算机表现

李世春 著

责任编辑: 宋秀勇 (电话 0546-8392139)

封面设计: 吴思远

出 版 者: 石油大学出版社 (山东东营, 邮编 257061)

网 址: <http://sunctr.hdpu.edu.cn/~upcpress>

电子信箱: yibian@mail.hdpu.edu.cn

印 刷 者: 石油大学印刷厂

发 行 者: 石油大学出版社 (电话 0546-8392563)

开 本: 140×202 印张: 13.625 字数: 354 千字

版 次: 2003 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

印 数: 1—2000

定 价: 19.80 元

序

20 年前，魔方曾经风靡全世界，但是热闹之后，似乎被人们忘记了。在静悄悄的 20 年里，李世春教授却完成了 35 万字的著作——《魔方的科学和计算机表现》。

李世春将魔方的起源追溯到中国 5000 年前的洛书，而且科学地阐述了从洛书到魔方的演化过程。李世春使用晶体学符号，根据点群理论建立了能描述 N 阶魔方的数学模型，在数学模型的基础上，给出了求解魔方问题的计算机程序。李世春还以魔方为模型，讨论了晶体学、群论、晶体电子衍射、夸克、混沌和基因等科学问题，在多种科学领域建立了新颖的魔方和科学的隐喻关系。

《魔方的科学和计算机表现》是第一部关于魔方的综合性著作，是李世春教授积 20 年研究所取得的丰硕成果。我衷心祝贺这部著作的出版，并且相信这部著作对普及科学的观念和传播相关的科学将起到积极的作用。

程开甲

谨以此书献给我的家乡— 大毛忽洞

我的家乡的名字叫大毛忽洞，是个一穷二蓝的地方。穷还是那么穷，但是天仍然还是那么蓝。

家乡的夏天可以和任何地方比美，放眼广阔的田野：淡绿色的是麦子，墨绿色的是莜麦，银白色的是荞麦，金黄色的是油菜子，灰白色的是土豆，红色的是压青地（处于休息状态的土地）。环看四周，就像置身于一个天然的彩色方阵中。由于轮换耕种，第二年的颜色要发生置换，不同的观察点将反映出不同的置换周期，这就是家乡的数学。

数学是我从小的爱好，而且这种爱好从未间断过，无论是艰苦绝伦的拔麦子的日子，还是玩得昏头胀脑的春节期间。我的数学爱好为我的 77 年高考贡献了三分之一的总分。

我的家乡很穷，但是非常地具有诗情画意。就连我们村的名字也非常有诗意：大毛忽洞，从字面上看，可以和孙悟空的水帘洞洞天相比拟。那是 70 年代初，由于教室紧缺，我们五年级和三年级共用一个教室，我们五年级做数学的时候，三年级却在朗诵“……，杨柳轻扬直上重霄九”。也许就是这种非意识的开发，我觉得我在家乡大毛忽洞学到的数学具有诗情画意的内涵。

当我上高中的时候，正是 1973 年到 1976 年，这三年间国内发生了许多大事，但是，我最感兴趣的事还是 1975 年马克思《数学手稿》的出版。我们的学校叫白灵淖中学，和大毛忽

洞相距 10 公里，位于固阳阴山北 30 公里。如此偏僻的地方，当时在经济上又不能有任何的非分之想，根本不可能到城市的新华书店去看看。后来得知北京有个王府井书店，可以办理邮购业务，当即汇去 5 元钱，大约一个月后，一本崭新的马克思《数学手稿》便寄来了，余款以邮票的形式同书返回。后来再次去信询问有关数学方面的书籍，邮来的清单上除马克思《数学手稿》外，只有《运筹学》和华罗庚的《优选法》，可以想象到当时北京王府井新华书店也没有多少数学书籍。

众所周知，马克思《数学手稿》既不是一本教科书，也不是一本学术专著。当时只感觉到马克思是一个大学问家，看他的书肯定能学到些什么。后来上大学也带上了这本马克思《数学手稿》，并且一直保存到今天。

高中毕业后，我又回到我的大毛忽洞，因为“黄河之水天上来，蒸发回归大气层”，这是我给同学的毕业赠言。确实，在 1976 年，你还能有什么想法？

即使在不能有想法的年代，我仍然对数学非常感兴趣，而且留心收集民间数学游戏，例如，像“唐王乱点兵”，“韩信立马分油”等，并且都建立了自己的数学模型。1976 年 9 月，由于数学的原因，我被生产大队任命为民办教师，讲授初中数学。我得到任命的消息是上班的前一天，也就是说，我不知道我能当老师，也没有想过能当老师，因为在 1976 年能当民办教师需要相当的背景，而我家是 1960 年从山西“走西口”来到内蒙的，因此，什么背景也没有。我非常喜欢马克思的一句话，就是“辩证法不崇拜任何东西”，而此时我朦胧地感觉到，“数学也不崇拜任何东西”。

1977 年，恢复高考的消息像是一场强烈无比的 10 级“大地震”，家乡尽管离震源遥远，但是余波还是传来了。经过简单的复习之后，就上考场了。我们的考场非常严格，外面下着

雪，每个门口有两位持枪的民兵在站岗。不像现在还有高考作弊的事情，那时似乎根本就没有作弊这个概念。我们参加高考的方式也很特别，我们自己带着铺盖卷和行军的干粮，被负责高考的公社学区安排在老乡家，老乡免费提供开水和热炕，这样的传统可能是从延安传过来的。总之，那是一个冬天，我吃着自己的干粮喝着老乡的开水，睡着老乡的热炕，完成了我的高考。

1978年3月5日，我接到了吉林大学挂号寄来的录取通知书，离开学只剩下了7天的时间。我填的自愿是数学，但是录取的专业是金属物理。当时我就想，这可能是家乡离包头（包头有包钢）近的缘故吧，学校把数学给我换成金属了。四年大学生活的最深刻的印象是高粱米，我对高粱米的记忆是“物理记忆”，例如，会骑自行车是物理记忆。当时东北的高粱不仅红，而且多，一天吃两顿，连着吃了四年，因此，记忆深刻。四年之后，面临毕业分配，我根据对称性原理，选择了两个单位，这两个单位的地点写出来满足某种对称性。即

山	东	陕	西
东	营	西	安

当年的行李标签就是按如上格式书写的。这和二阶魔方的图案有些相似之处，这是20年前的事了。

我第一次接触魔方是在1982年3月，即大学毕业参加工作不久。我的一位同事将他的魔方主动借给我，在两天之内，我以自己的方式复位了两层。那位同事对我的表现评价很好，认定我的天资不错。后来我在学校图书馆看到《科学》（Scientific America 的中译本）上有关于魔方的文章，并且记下了基本的信息。当时我对魔方表现得非常平静，因此，并没有给予特别的投入。

1987 年冬天，我在吉林大学材料系的实验室做我的硕士论文，实验工作是添加稀土的铝合金超塑性拉伸，是一种类似蠕变的实验，好几个小时才能完成一个样品。在照看实验的同时，我进行着我的欧拉角思考。因为当时 ODF（晶粒取向分布函数）比较热门，而我打算要用晶粒取向来解释我的超塑性实验结果。当时我画了 50 种欧拉变换的情况，即通过欧拉转动联系两个三维空间。

特别值得一提的是吉林大学固体物理学专业《群论》硕士学位课对我的影响很大。当时有 100 多人选《群论》课，讲课的老师是丁培柱教授，他的课讲得非常好，教材是自己编写的，还要定期举行答疑。记得一次答疑时，由于我把转动矩阵用混了（注：问题相当于魔方方程的块位方程和色位方程使用了同一个转动矩阵，当时不是为了建立魔方方程），我的推导没有一点错误，但是结果和教材的却不同。丁老师为我检查核对近一个小时才发现了问题，这次答疑给我留下了非常深刻的印象。期末考试给我留下了更深刻的印象，试题分两部分内容，1/3 开卷，2/3 闭卷。开卷的只有一个题，题目本身并不很大，但是其中涉及到 O 群（即魔方点群）的乘法表。记得当时 100 多研究生参加考试，大家都反映找不到现成的 O 群乘法表，因此，只有我们自己构造了。实际上构造 O 群乘法表并不难，但是，如果符号体系选择得不好，工作量会很大。因为 24 个元素两两相乘，有 276 种组合。其实难点并不在于矩阵乘法运算次数的多少，关键在于 24 种空间方位的表示。我当时就用晶体学符号，即晶向指数来表达 24 个元素对应的转轴，并且给出了 O 群完整的乘法表。在 276 个结果中，考试题只用到 3 个结果，因此，大多数同学不太愿意干这种效率很低的活。当时我感觉到构造 O 群乘法表比考试还要有意义，因为我在那一次答疑中，已经把握了转动矩阵的本质，这次把点群的所有

矩阵都过目了一遍。

1990 年，当我再度思考 ODF 问题时，感觉到这个理论非常巧妙地把一个现实的二维空间和一个抽象的三维欧拉空间联系起来，变换矩阵用到了量子力学的角动量理论。我把思考的结果写成“ODF 的物理思想”，发表在 1990 年《理化检验·物理分册》第 4 期。在此之前，我完成了 ODF 的 BASICA 程序设计工作，从模型到算法，从算法到程序语言，再从程序语言到上机调试，进行了全方位的自我培训。所有这些工作，为我的魔方理论和魔方计算机程序打下了坚实的基础。

1991 年冬天，我开始思考魔方的数学模型，我把《群论》课的学习笔记、O 群乘法表、坐标系的欧拉转动等资料汇集在标有“魔方”的档案袋里，算是自己给自己立了一个项目。当我用群论的转动矩阵直接描述魔方转动时，结果表明，有的小块适用，有的小块不适用。由于我对转动矩阵坚信不疑，因此，认为问题在于如何处理不适合转动矩阵的小块的坐标，为此，我引入了镜像处理和右手化处理技巧。在不到两周的时间，建立了魔方的数学模型，并且设计了魔方转动的 BASICA 程序，调试通过了计算机的运行。

1992 年出版《魔方及其应用》时，我的魔方计算机程序已经现成在手，但是我没有把数学模型和计算机程序写进书里，因为我认为发表数学模型和计算机程序的时机还不成熟。我也不担心别人在短期内能搞出同样的模型，这一等就是 10 年。

2000 年，国家自然科学基金委员会设立了关于科学传播专项基金。2001 年，我提交了“魔方的科学隐喻和计算机表现”（以下简称为魔方）的申请书，年底我的魔方在国家基金委正式立项。

我的魔方项目虽然积累了 20 年，但是《魔方的科学和计

《计算机表现》的成书用了一年的时间。在写作此书期间，我浏览了国际上几乎所有的和魔方相关的网站和网页，这使我对自己的模型和程序更加充满信心。通过和别人的魔方操作体系进行比较，我感觉到我的晶体学符号体系具有明显的优点。特别是在处理高阶魔方的转动时，用我的晶体学符号体系显得非常简洁。

我通过魔方学会了如何做学问，也体会到了进行原创性工作的意义。做学问和爬山有相似之处，爬山如果跟在别人后面，是省力一些，也安全一些，但是前方的视野总是被人遮挡着。如果自己有模型，每天只为自己的模型添枝加叶或是锦上添花就是从事原创性的工作。如果使用或者是注释别人的模型，首先要搞明白人家的模型，但是很难了解到人家建立模型时的工作背景；然后再用人家的模型解决自己的问题，这样的工作很难有原创性。

问题是如何能拥有自己的模型或理论，或者是怎样建立自己的模型或理论？我认为唯一的途径是积累，是多年的积累。如果能坚持 10 年或是 20 年思考一个问题，换句话说，如果能对一个问题坚持 10 年或是 20 年的思考，得到的结果肯定与众不同。需要强调的是，这么做的前提条件是一定要选择一个有难度的问题，如果没有相当的难度，怎能经得住 10 年的思考或是 20 年的思考？

以上的话权当是本书的历史背景，以家乡的名义，献给读者。

著 者

2002 年 12 月

目 录

第一章 魔方和洛书	1
§ 1.1 魔方的起源	1
1.1.1 洛书走入数学	2
1.1.2 幻方走出数学	5
1.1.3 从一维到三维	9
1.1.4 转动魔方的发明	10
§ 1.2 魔方的构造	11
1.2.1 力学构造	11
1.2.2 数学构造	12
1.2.3 心理学构造	14
§ 1.3 魔方研究概况	15
1.3.1 70 年代	15
1.3.2 80 年代	16
1.3.3 90 年代	18
第二章 魔方和八卦	21
§ 2.1 太极八卦坐标系	21
2.1.1 八卦的符号体系	21
2.1.2 八卦坐标和笛卡儿坐标	22
2.1.3 魔方和六十四卦	24
§ 2.2 八卦的对称性和周期性	27
2.2.1 八卦的对称性	27
2.2.2 八卦的周期性	28
§ 2.3 魔方的八卦描述	30
2.3.1 魔方八卦坐标系	30

2.3.2 八卦九宫展开表示	31
2.3.3 箱式展开表示	31
第三章 魔方转动及其概念	33
§ 3.1 标准魔方	33
3.1.1 角块的块位和色位	34
3.1.2 边块的块位和色位	34
3.1.3 心块的块位和色位	35
§ 3.2 魔方转动参照坐标系	35
3.2.1 魔方坐标系	35
3.2.2 转动操作的概念	36
3.2.3 魔方转动的表示	37
3.2.4 魔方方位坐标系	38
§ 3.3 魔方的晶体学表示	40
3.3.1 晶向指数	40
3.3.2 魔方的方向指数	41
3.3.3 魔方的对称性	42
3.3.4 魔方转动的周期性	44
第四章 魔方和点群	45
§ 4.1 点群简介	45
4.1.1 群的定义	45
4.1.2 立方点群	46
4.1.3 魔方点群	48
§ 4.2 魔方点群的坐标表示	50
4.2.1 坐标系的旋转	50
4.2.2 心块元素的坐标表示	51
4.2.3 角块元素的坐标表示	52
4.2.4 边块元素的坐标表示	52
§ 4.3 魔方点群的矩阵表示	52
4.3.1 坐标变换矩阵	53

4.3.2 心块元素	53
4.3.3 角块元素	54
4.3.4 边块元素	55
§ 4.4 魔方点群乘法表	56
4.4.1 心块 $\times$ 心块	57
4.4.2 心块 $\times$ 角块	58
4.4.3 心块 $\times$ 边块	59
4.4.4 角块 $\times$ 心块	60
4.4.5 角块 $\times$ 角块	61
4.4.6 角块 $\times$ 边块	62
4.4.7 边块 $\times$ 心块	62
4.4.8 边块 $\times$ 角块	63
4.4.9 边块 $\times$ 边块	64
第五章 魔方投影和置换表示	65
§ 5.1 魔方投影的概念	65
5.1.1 投影球和投影极点	65
5.1.2 极式投影	66
§ 5.2 魔方的标准投影	66
5.2.1 魔方心块标准投影	67
5.2.2 魔方角块标准投影	67
5.2.3 魔方边块标准投影	67
§ 5.3 魔方状态的置换表示	68
5.3.1 置换坐标	69
5.3.2 排队置换	70
5.3.3 块位的置换表示	71
5.3.4 色位的置换表示	73
5.3.5 关联置换	76
第六章 魔方状态函数	77
§ 6.1 魔方状态函数的概念	77

6.1.1 全式函数和简式函数	77
6.1.2 角块函数和边块函数	78
§ 6.2 魔方角块函数	79
6.2.1 角块块位函数	79
6.2.2 角块色位函数	83
6.2.3 块位和色位混合函数	88
§ 6.3 魔方边块函数	89
6.3.1 边块块位函数	89
6.3.2 边块色位函数	94
6.3.3 块位和色位混合函数	97
§ 6.4 角块和边块块位的混合函数	98
第七章 魔方的循环操作和复位	101
§ 7.1 魔方小块的运动	101
7.1.1 角块的自由运动	101
7.1.2 边块的自由运动	102
7.1.3 魔方小块的自由循环	103
7.1.4 魔方小块的约束循环	106
§ 7.2 魔方的复位操作	112
7.2.1 魔方复位问题	112
7.2.2 方位坐标系	114
§ 7.3 魔方复位方法	115
7.3.1 上边位	116
7.3.2 上角位	117
7.3.3 中边位	118
7.3.4 底角块位	119
7.3.5 底角色位	122
7.3.6 底边块位	125
7.3.7 底边色位	127
第八章 高阶魔方	131

§ 8.1 魔方的阶和方向指数	131
8.1.1 四阶魔方	131
8.1.2 五阶魔方	133
8.1.3 N 阶魔方问题	135
§ 8.2 高阶魔方的转动符号	137
8.2.1 四阶魔方的转动符号	137
8.2.2 五阶魔方的转动符号	139
§ 8.3 四阶魔方的复位	140
8.3.1 降阶魔方	141
8.3.2 降阶心块	142
8.3.3 降阶边块	148
8.3.4 降阶魔方的复位	156
§ 8.4 五阶魔方的复位	157
8.4.1 降阶魔方	157
8.4.2 降阶心块和降阶边块	159
8.4.3 第二类面块的同色复位	161
8.4.4 第一类面块的同色复位	164
8.4.5 边块的匹配操作	168
8.4.6 降阶魔方的复位	176
第九章 低阶魔方	177
§ 9.1 二阶魔方及其概念	177
9.1.1 二阶魔方的方向指数	177
9.1.2 二阶魔方的三轴编码	178
9.1.3 魔方三轴编码的图像	179
§ 9.2 二阶魔方的转动	186
9.2.1 二阶魔方的转动特点	186
9.2.2 二阶魔方的转动符号	187
§ 9.3 二阶魔方的复位方法	187
9.3.1 第一层的复位	187

9.3.2 第二层块位的复位	188
9.3.3 第二层色位的复位	190
§ 9.4 色子	194
9.4.1 色子的彩票方案	194
9.4.2 彩票的概率分布和计算公式	201
第十章 魔方的科学隐喻	203
§ 10.1 魔方和晶体学	203
10.1.1 魔方和晶体电子衍射	204
10.1.2 [001]方向的衍射花样	205
10.1.3 [110]方向的衍射花样	207
10.1.4 [111]方向的衍射花样	209
§ 10.2 魔方和夸克	211
10.2.1 夸克简介	212
10.2.2 魔方的夸克模型	213
§ 10.3 魔方和混沌	216
10.3.1 周期操作和混沌循环	217
10.3.2 周期循环和非周期循环	218
§ 10.4 魔方和基因	222
10.4.1 基因及其概念	222
10.4.2 魔方三轴码和基因三联码	224
10.4.3 魔方子循环和DNA微随体	225
第十一章 魔方转动的数学模型	227
§ 11.1 魔方转动方程	227
11.1.1 块位坐标和色位坐标	228
11.1.2 转动操作和操作矩阵	230
11.1.3 转动方程举例	232
§ 11.2 镜像处理	236
11.2.1 镜像处理和镜像还原	236
11.2.2 镜像处理举例	237

§ 11.3 右手化处理	238
11.3.1 笛卡儿坐标的右手置换	238
11.3.2 右手化处理举例	239
11.3.3 第二次转动举例	239
第十二章 魔方转动的计算机程序	245
§ 12.1 魔方程序的数据与变量	245
12.1.1 基本数据	246
12.1.2 基本变量	246
§ 12.2 魔方计算机程序框图	248
12.2.1 基本数据的整理	248
12.2.2 基本变量的处理	248
§ 12.3 魔方计算机程序的运算过程	251
12.3.1 数据和操作序列输入	251
12.3.2 转动操作的格式化	253
12.3.3 转层内小块的识别	254
12.3.4 右手化处理	257
12.3.5 镜像处理	261
12.3.6 运算魔方方程	261
12.3.7 魔方状态展开输出	263
附录 1 三阶魔方的 VB 源程序	267
附录 2 四阶魔方的 VB 源程序	297
附录 3 五阶魔方的 VB 源程序	341
索引	405
英文目录	410
后记	417