

石英諧振器 等效電阻的研究

B. K. 舍姆別里著



國防部出版



內 容 簡 介

本书系根据苏联計量科学研究所(ВНИИМ)出版的版本翻譯的，书中專門闡述了石英諧振器等效电阻的研究方法，詳細地介紹了影响等效电阻值的几种因素，并推导了石英电阻的計算公式。本书可供从事压电石英晶体生产和研究的工程技术人员及理科高等院校师生参考。

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОГО
СОПРОТИВЛЕНИЯ КВАРЦЕВОГО

РЕЗОНАТОРА

Б. К. ШЕМБЕЛЬ

ВНИИМ 1948

*

石英諧振器等效电阻的研究

閻 凤 辰 譚

*

國防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第 074 号

国防工业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

787×1092 1/32 印张 2 1/16 43 千字

1963 年 12 月第一版 1963 年 12 月第一次印刷 印数：0.001—2,500 册

统一书号：15034·695 定价：(11-6)0.10 元

研究 器 振 的 阻 阻 电 电 等 效 石 英 谐

B. K. 舍 姆 別 里 著

關 凤 寶 譯

國防工業出版社

1963

目 录

石英諧振器等效电阻的研究	3
一、石英的等效有效电阻成分	4
二、測量方法	9
三、剛性固定振蕩石英由于机械接触点所引起的电阻	12
四、超声波輻射引起的电阻	30
五、石英耦合振蕩引起的电阻	41
六、石英表面的被金屬层所引起的电阻	46
七、石英表面层上能量損耗所引起的电阻	50
八、石英晶体的內摩擦和疵病所引起的电阻	57
九、石英电阻的計算公式	60
十、結束語	65
参考文献	65

石英諧振器^①等效电阻的研究

石英等效电路的三个动态参数——电感、电容和电阻——中最难研究的是电阻，因为它不同于电感、电容，通常在很大程度上取决于石英的生产工艺，取决于支架的结构及其他外界条件，而晶体的物理常数对其影响则较小。

尽管在文献中有相当多的論著涉及到石英电阻的測量及研究，但这一参数仍然是研究得最不够的，并且在很多情况下，用計算方法还很难确定石英的电阻值。

但是由于无线电技术的发展，迫切要求精确了解石英的所有等效参数值，以及研究它与外界因素的关系。

下面是运用这方面知識的几个无线电技术領域：

1. 选择电路——石英滤波器的计算。
2. 频率稳定性非常高的石英振荡器的制造。

频率标准(石英钟)，以及最近在技术上，都要求振荡频率的不稳定度为 1×10^{-9} 数量級。这一問題只有仔細地研究作为等效电气振荡系統的石英，才能解决。

① 术语“石英諧振器”就是在无线电技术装置中作为振荡系統使用的由石英晶体切成的石英棒或者石英片。对用在振荡电路和選擇电路(无线电接收机、滤波器)中的諧振器的技术要求，哪怕是按照其分散的功率值來說，也都是各种各样的。因此使用在振荡器中的石英，現在总是叫作“石英振荡器”，对選擇电路的石英还保留术语“諧振器”。“石英諧振器”也叫做“石英振盪器”，我們为了清楚起見，保留了前面的术语。在本书中我們將只用术语“石英”。

3. 石英振蕩器的計算。

最近一个时期，发表了不少理論著作^[1]，这些論著都表明：这种振蕩器的計算，在工程實踐中不久就会解决。

4. 按給定的頻率和“活動性”进行石英的計算，以及石英支架合理結構的設計。

5. 石英生产中工艺工序的檢驗。

第二次世界大战时期，对石英的需求猛烈增加，同时对其质量的要求也大大提高。当时在石英生产中已采用了新的和精确的測量技术。这些測量方法都是間接測量，或仅是对石英等效电路特性的相对測試^{[2], [3], [4]}。

6. 石英的标准化。

由于上述原因，便提出了石英标准化問題^[5]。自然，只有在石英特性中，其等效参数值很准确的时候，有科学根据的标准化才有可能實現。

下面作者談談自己工作的一些成果。

在所有的測量中，作者都利用了自己研究出的振蕩方法。这种方法很简单，非常准确，不需要用复杂的測量仪器；并可以使用直讀式仪表，这在很大程度上縮短了測量時間。这种方法适用于較寬的頻率範圍，而且不需要复杂的运算就可以得到結果。

从这一工作中我們求出了石英电阻的計算公式，这些类型的石英的电阻值用一般所熟悉的公式从未能够正确地計算出来。

一、石英的等效有效电阻成分

1. 开吉^[6]提出的彈性的和韌性的石英棒的振蕩方程为：

$$M\ddot{\xi} + N\dot{\xi} + G\xi = F, \quad (1)$$

式中 ξ ——形变; M 、 N 和 G ——分别为材料的等效质量、电阻和刚度; F ——加在石英棒^[7]端头的激励机械力。这个力均匀地分布在石英棒的端晶面上, 因此在任意一个垂直于长度的截面上都产生相同的法向应力。由于在石英里压电力同样在上述截面上产生相同的法向应力, 所以它们可以用等效的力 F 来表示。

如果向石英棒那些端晶面再加上一些附加力(在一般情况下, 这些附加力决定于 ξ , $\dot{\xi}$ 和 $\ddot{\xi}$), 则代替(1)式有:

$$M\ddot{\xi} + N\dot{\xi} + G\xi = F + \sum \Theta_k(\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}), \quad (2)$$

若将函数 Θ_k 中变量分离, 则可写成:

$$M'\ddot{\xi} + N'\dot{\xi} + G'\xi = F, \quad (3)$$

式中

$$M' = M + \sum M_k;$$

$$N' = N + \sum N_k;$$

$$G' = G + \sum G_k.$$

为了确定石英的等效电气参数, 要把 M' , N' 和 G' 乘以系数 β , 系数 β 取决于石英的尺寸及压电模数。这时有:

$$\left. \begin{aligned} L' &= \beta M + \sum \beta M_k = L_q + \sum L_{qk}; \\ \frac{1}{C'} &= \beta G + \sum \beta G_k = \frac{1}{C_q} + \sum \frac{1}{C_{qk}}; \\ R' &= \beta N + \sum \beta N_k = R_q + \sum R_{qk}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2. 当附加力不能认为是很均匀地分布在石英棒端截面上时, 例如石英在支架的夹固点上因摩擦产生能量损耗时, 只能近似地解决这个问题。

在振荡着的石英中, 甚至在其固定点上, 弹性力和惯性力要比摩擦力大许多倍。所以可假设摩擦力不破坏石英截面上

的恒力的均匀分布，也就是说，问题是平面性的。因此利用动力或其他的某种力的比值，可以换算所有附加力使适应于所要的截面。这时公式(4)可以适用于这种情况。

在所有的情况下，引入成分 L_{qk} 和 $\frac{1}{C_{qk}}$ 都具有很小的相对值（间接地证明了石英棒截面上恒力的分布是不变的）。但是在计算石英有效电阻值时，引入成分一般在数值上都显著地超过由晶体粘滞性及其介质损耗所决定的固有成分。因此对于 R_q ，用一般的计算公式，在大多数情况下得到的结果是完全不正确的。

石英的等效有效电阻用的分析式，在各类振动形式中^[9]，不论是对沿长度振动的石英棒^[8]，还是对沿厚度振动的石英片来说，均为：

$$R_q = \frac{\pi^2 \rho B}{8e^2} \frac{\Delta}{s} \text{ (CGS)} = \frac{\pi^2 \rho B}{8e^2} \frac{\Delta}{s} \times 9 \times 10^{11} \text{ 欧。} \quad (5)$$

在这一方程中， ρ ——石英晶体的密度； e ——压电模数； Δ ——外电场电力线方向的谐振器尺寸（这个尺寸我们将常叫作石英的厚度）； s ——垂直于尺寸 Δ 的石英晶面面积（见图 1）。

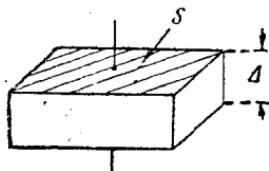


图 1

至于系数 B ，则作为石英之粘度^[6]列入微分方程(1)里。别赫曼^[9]指出，对于系数 B 也同样要考虑到石英中的介质损耗，并认为 B 值等于 0.25。

但是，试验得出，实际应用的石英中 B 值常常要比 0.25 大许多倍。这被解释为：在石英谐振器振荡系统中的能量损耗不仅决定于晶体的粘滞性以及晶体中的介质损耗，也取决于其他原因。因此维古廖^[7]和别赫曼^[9]指出，实际上在石英

中的这个系数預先确定是不可能的，只能以試驗的方法找到。

对系数 B 作这样的假想絲毫不能帮助我們解决計算石英等效电阻的实际問題，何况，在原則上这样来假想也是不正确的。无论我們設系数 B 为何值，都不能用公式(5)表示石英的电阻，因为作为石英的尺寸函数的电阻的各个成分的分析式各不相同。

公式(5)是假定晶体中仅存在內摩擦損耗而获得的，它只可用来計算相应的石英电阻成分。

公式(5)中 ρB 乘积的量綱为：

$$[\rho B] = ML^{-1}T^{-1},$$

它也是气体和液体中內摩擦系数 η 的量綱，气体和液体中的內摩擦力为：

$$F_i = S\eta \frac{\partial v}{\partial n}, \quad (6)$$

式中 S —— 摩擦面积； $\frac{\partial v}{\partial n}$ —— 垂直于运动方向的速度梯度。

图 2 所示为諧振器典型形变。

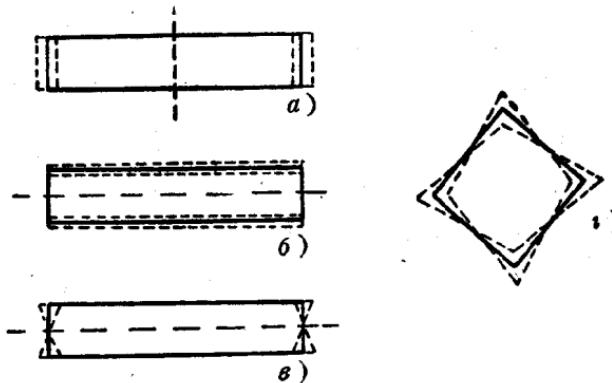


图 2

表 1 列出了这些振荡的压电模数 e 的数值。

表 1

文献来源	X-切型 Y-切型 (图2a和26)	AT-切型 (图26)	BT-切型 (图26)	CT-切型 (图2t)	DT-切型 (图2t)
別赫曼 ^[9]	4.77×10^4	2.62×10^4	2.68×10^4	—	—
麦逊 ^[10]	5.02×10^4	—	—	—	—
舒勃尼柯夫 ^[11]	4.93×10^4	—	—	—	—
哈依特和維拉德 ^[12]	—	—	—	3.0×10^4	1.8×10^4

注:

1. 別赫曼在研究石英片(图26)的振荡中给出了垂直切割 e 的数值, 而麦逊提供了Y-切型的石英棒(图2a)的 e 的数值。

2. e 值用绝对单位表示。比较一下经常研究的一些垂直切割的模数数据, 我们可以得出结论: 利用公式(5)时, 由于对这一数值了解得不够确切所造成的误差可能达到 10%。

3. 按分布的特性, 石英里可有下列损耗形式:

- 1) 由于石英中的内摩擦(粘滯性), 介质损耗, 外加耦合振荡引起的电阻等造成的总损耗;
- 2) 由于石英表面层和金属涂层间的内摩擦以及超声波辐射所造成的表面损耗;
- 3) 由于石英固定点, 以及晶体各种疵病(裂缝, 杂质等)处的摩擦造成的局部损耗。

这些损耗形式中的每一种, 下面可看到, 都以特定的公式表示, 式中包括损耗系数、石英的物理常数及其几何尺寸。我们可以归纳成七种成分, 并且今后将采用下列符号:

引起各种电阻成分的原因	电阻成分的符号	下标的涵义
1. 固定点的摩擦	R_{qf}	Friction(摩擦)
2. 超声波辐射	R_{qr}	Radiation(辐射)

3. 谐振器中的耦合振荡	R_{q3}	Insert(插入)
4. 晶体有疵病地方的摩擦	R_{qd}	Defect(疵病)
5. 石英表面层的摩擦	R_{qs}	Skin(外壳)
6. 金属涂层的摩擦	R_{qm}	Metal(金属)
7. 粘滯性和介质损耗	R_{qo}	

为了判定电阻各个成分的相对值，我们将把它们用公式(5)所表示的 R_{q0} 成分来除。

二、測量方法

整个石英电阻的测量都是用我們所研究的振荡方法① 进行的。

这里我們簡述如下：

1. 假定石英等效电路具有普通振荡槽路的一般形状，槽路的参数包含所有的外加成分(图 3)。

在石英振荡器的線路中，当自振时，这个槽路我們可用有效电阻 R'_q 和电抗(感抗) x'_q 的串联来代替，我們称它为“等效”。在测量振荡器的線路中，它的电路的电阻——这个电阻从晶体插脚一方测量——乃是一个电容 C ，而这个电容用普通方法是容易测出的。

这时石英的实际参数和有效参数之間有下列关系：

$$\begin{aligned} R'_q &= k_e^2 R_q; \\ x'_q &= k_e c_q, \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$x_q = \omega L_q - \frac{1}{\omega C_q}.$$

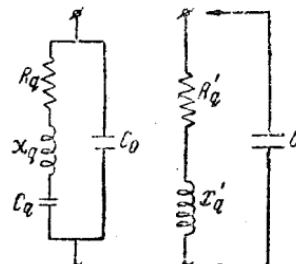


图 3

① 专利 №68559 И. Т. Ф. XVII, 3, 349.

“失谐系数” k_s ，以下式表示：

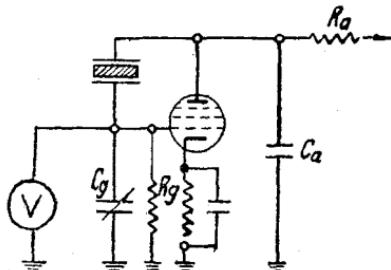


图 4

$$k_s = 1 - \frac{C_0}{C} \quad (8)$$

2. 测量振荡器的线路
如图 4 所示。

振荡器工作不用栅流，而且电阻 R_a 和 R_g 值很大，因此其电气系统中的能量损耗 95~99% 是决定于石英中的能量损耗。

振荡的稳定条件，当

$$R_g \gg \frac{1}{\omega C_g} = |x_g|; \quad R_a \gg \frac{1}{\omega C_a} = |x_a|$$

时，以及当振幅小时，将为

$$R'_g - S x_a x_g + \frac{x_a^2}{R_a} + \frac{x_g^2}{R_g} = 0;$$

$$x'_g + x_a + x_g = 0,$$

式中 S ——电子管之跨导。

由于有可能采用很大的 R_g ，测量电阻可用下列方程：

$$R'_g = S x_a x_g - \frac{x_a^2}{R_a} \quad (9)$$

如果用改变电容器 C_g 值（当 $C_a = \text{const}$ 时）的方法保持电子管栅极的电压不变，例如保持 1 伏，那么 $S = \text{const}$ ，而这时 R'_g 是 x_g 的线性函数。

专门的测量确定，将石英上串联一个无抗电阻 R ，等于增加了 R'_g ，其值等于接入的电阻。由此得出 R'_g 的测量方法，于是 R_g 的值可由方程(7)和(8)确定。

我们接入一个已知的电阻 R 来改变 x_g 的数值（这个值是保持 $U_g = 1$ 伏所不可少的），做出 $x_g = f(R)$ 的关系图，如图 5

所示。延伸这一直綫至 $x_a=0$ 处，在纵軸上得到截矩 OA ，在电阻比例上該段給出电阻值：

$$R'_q + \frac{x_a^2}{R_a}.$$

在采用高跨导电子管(1851, 6HK2M)时，被加数 $\frac{x_a^2}{R_a}$ 是很小的，因而，常常可以将它忽略，特别是在石英片工作于高頻時。但是，在精确測量时， R_a 的能量損耗校正值可能很容易地計算出来，因为 x_a 和 R_a 可以准确地測出。

上述有效参数变化法可以用来确定图表上的直綫斜率(图 5)，但仅仅能用一次。这一斜率应当用繪制图表时所采用的石英的固有电容来修正，于是这时便得到了仪表的校准，具有这一校准可直接在电容器 C_g 的度盤上找到同一頻率下的任一被測石英的 R'_q 。为了扩大被測 R_q 值的范围，采用了容量不同的固定电容器 C_a 。当在另一頻率(不是校准时的那一頻率)下工作时，可简单地改变与頻率平方成反比的校准直綫斜率[見方程(9)]。

在我們的方法中，当 $x_a = \text{const}$ 和 $x_g = \text{const}$ 时，用改变 S 的方法同样可測量 R_q 。这样可以制成測量 R_q 用的直讀式仪表。

假如也測量板极电容器(C_a)上的电压，则校准就沒有必要了，这时电阻可按下式計算：

$$R'_q = x_g \frac{U_a}{U_g} \sqrt{1 - \left(\frac{U_g C_g}{U_a C_a}\right)^2},$$

而当 $U_g = 1$ 时，得公式

$$R'_q = K U_a,$$

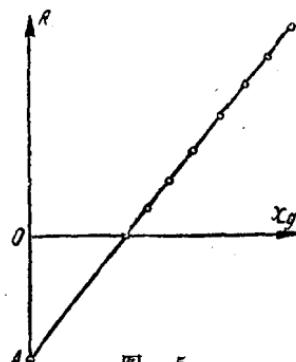


图 5

式中 K ——比例系数。

3. 为了进行下面的测量，利用了上述三种方案中的第一种。在要求确定电阻的某一增量的情况下，经常是采用代替方法，即 R'_g 的增量用和它相等但符号相反的附加电阻 R 的增量来补偿。在这种情况下，既采用了无抗电阻箱，也采用了炭膜电阻。

现在，已经制成了按这种方法进行测量的专门的测试装置。

对栅极电压不变性的检验曾采用了补偿方法；用零值灵敏检流计记录补偿。结果，用这种仪表测量，在技术上完全和用桥式线路工作类似。

三、刚性固定振荡石英由于机械接触点所引起的电阻

1. 刚性固定振荡石英的机械接触点摩擦损耗所引起的电阻，在所有的石英支架上都毫无例外，并从经验得知，这个电阻，它有多大的数值，也就有多么大的不稳定性。汪戴克^[13]谈到：“当谐振器有金属电极接点时，写出所有衰减值是不可能的，谐振器夹固很紧及其衰减很大的情况除外”。的确，石英在支架上的固定方式要给予特别注意；常常稍微有一点不正确就会引起完全不能允许的衰减，尤其是对于用较长的一边决定振荡频率的石英。石英机械接触点对于摩擦的这种灵敏性造成了似乎不可确定的假象，或者使此处的摩擦力所遵循的规律变得极其复杂。

不能否认石英机械固定整个问题的复杂性；但我们要指出，接触点的摩擦力完全具有一定的规律性，如果现在我们仍然不能够计算由于接触点而引起的电阻，那只是由于到现在

为止对这个问题的研究以及对于石英支架结构的研究都还不够。

在目前还没有两个非润滑面摩擦的完整理论。如果谈到问题的实质，则只能肯定，这种摩擦的过程是很复杂的，并且摩擦表面材料的弹性、粘滞性及硬度在这里起着很重要的作用^[14]。但当表面相互位移很大时，几乎所有的摩擦都涉及到机理工作；对振荡着的石英，机械固定点的位移是很小的(10^{-7} 厘米)。

文献中对于位移很小的摩擦问题进行的研究还不算多，这些研究确认，这里所指的摩擦力(相互作用力)与机械中所说的摩擦力概念是有本质上的区别的。

这样，兰金^[15]发现，这些小位移(达 8×10^{-6} 厘米)的相互作用力具有弹性特性，相互作用力的“弹性模数”与压力成比例，而在不同的负荷下，弹性界限约在同一位移上出现。

托穆里松^[16]在自己的著作“摩擦的分子理论”中谈到，当位移时，假若位移值小于原子间的距离($(2\sim 4) \times 10^{-8}$ 厘米)，即可以认为非弹性摩擦完全消失。他企图用摆的摆动试验来证明上述结论，的确，当振幅很小时，摩擦系数减小了。

1939年C. 哈依金和其他人^[17]在带有专用金属盖板的石英表面的机械接触处，对石英衰减测量试验时，证实了兰金关于存在相互作用力的弹性成分的结论。此外，C. 哈依金发现了，相互作用力的特性和大小的变化不取决于位移是法线方向的还是切线方向的。由此，他作出结论：在小位移时，相互作用力的场的形状接近于球形。

可见，小位移时的摩擦规律和在一般情况下是不同的，对这种规律的研究不仅能帮助解决在石英等效电路中由于夹固

所引起电阻的問題，而且也有助于我們弄清楚，在紧密接触时两个固体間的相互作用力的物理規律性。

2. 在 1941 到 1942 年間，本书作者曾作了許多試驗，研究石英等效电阻中由于石英的夾固而引起的电阻成分，这里我們用 R_{gf} 来表示它。

采用振蕩方法測量 R_{gf} 时，同时也可通过測量振蕩频率的变化測出摩擦系数的虛数部分。此外，这个方法还有可能給出用来計算石英表面各点位移大小的数据。

为了測量，曾采用了专用夾固装置。石英在两个夾固点之間夾固，而夾固力可随意規定(用法碼負荷方法)。应当指出，无论 是夾固装置的結構，还是测量的本身，都要求給予极大的注意，因为在裝架中，很微小的歪斜都会导致接触表面力的重新分布，因而引起石英电阻的不規律变化，从而不可避免地引起很大的誤差。

在我们的測量中，我們采用了图 2a 和 i 所示类型的石英。石英和支架表面是研磨过的；研磨是采用很細的金剛砂，在石英生产中，在最后研磨时使用这种金剛砂。电极用化学方法在表面上塗一薄层銀。夾固支架同时也是电气接点。支架的材料采用軟鋼(銀光鋼)。

3. 在討論取得的結果之前，我們首先对图 2i 所示之石英，确定其測量时夾固处的位移大小。

为使問題简单化，假設晶片的形变如图 6 所示。利用压电效应的已知关系^[7]，可写成：

$$\left. \begin{aligned} \Delta_n l &= \frac{F s'_{55}}{2\Delta} + d'_{25} \frac{l}{\Delta} V; \\ q &= C_0 V - F \frac{l}{2\Delta} d'_{250} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

公式(10)成立的条件是：激励电极是在石英片较大大晶面上塗复金属层而形成的。方程中： d'_{25} ——剪切压电常数； s'_{55} ——模数； C_0 ——石英片的介电电容； V 和 q ——石英片较大大晶面上的电压和电荷。

由方程(10)，消去力 F ，得

$$\Delta_m l = \frac{(C_0 V - q) s'_{55}}{l d'_{25}} + d'_{25} \frac{l}{\Delta} V. \quad (11)$$

当用振荡方法测量等效参数时，在由石英和串联的电容 C_a 和 C_g 组成的电路(见图4)中有自给振荡，因此在石英电极上的电荷 q 等于：

$$q = \frac{C_a C_g}{C_a + C_g} V = C V. \quad (12)$$

将方程(12)代入公式(11)中，并令 $d'_{25} s'_{55} = e_{ct}$ (压电模数)，我们得到：

$$\Delta_m l = \frac{C_0 - C}{l e_{ct}} V + d'_{25} \frac{l}{\Delta} V \approx \frac{C}{l e_{ct}} V. \quad (13)$$

允许最后一项简化，是因为 d'_{25} 为 10^{-8} 数量级，而 e_{ct} 为 10^4 数量级；此外， C_0 不大于 C 的10%，因此公式(13)有可能计算出位移的大小。

在我们的试验中：

$$V_{max} \approx 1 \text{ 伏};$$

$$C = 250 \text{ 厘米};$$

$$l = 3 \text{ 厘米}.$$

CT 切型的压电模数

$$e_{ct} = 3.0 \times 10^4 (\text{CGS}).$$

将这些数据代入方程(13)中，得：

$$\Delta_m l \approx 0.9 \times 10^{-5} \text{ 厘米}.$$