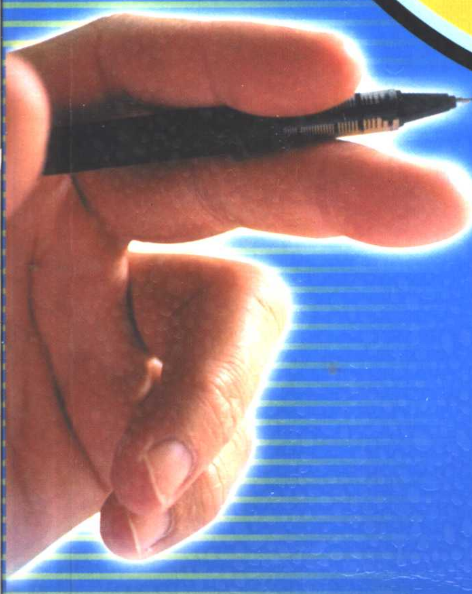
◎中学生同步学习参考书◎

JIEJINSHUXI
捷进书系

HuangGang MingShiDianBo

黄冈名师点拨

主　编·洪鸣远



初三代数

中国青年出版社

主　编：洪鸣远

捷进书系

黄冈名师点拨

初三代数

执行主编：成学江
本册主编：何光新　江华牧　夏贤忠

中国青年出版社

(京)新登字(083)号

黄冈名师点拨·初三代数

*

中国青年出版社 出版 发行

北京东四12条21号 邮政编码:100708

网址:www.cyp.com.cn

各地新华书店 经销

北京云浩印刷有限责任公司 印刷

*

880×1230毫米 32开本 8.5印张 281千字

2003年6月第1版 2003年6月第1次印刷

ISBN 7-5006-3148-0/G·914

定价:9.80元

(如有印装质量问题,请与印厂调换。邮编:101500)

《黄冈名师点拨》丛书

编 委 会

前　言

“全国高考看黄冈”，黄冈之所以被誉为“高考状元之乡”，关键在于拥有一批年富力强且不断探索在教学第一线的优秀教师。他们广博的知识、丰富的课堂经验和先进的教学理念，是全国千百万学子共同期待的。为此，我们组织了数十名来自黄冈地区教学一线的骨干教师，潜心钻研，编写完成了这套“点拨”丛书。本丛书依据教育部教改的最新精神，立足学科体系，着眼思维整合，充分体现了探索性学习的精神，具有鲜明的特色。

☞“学法导引”⇒点拨学生，指导学生怎样学才能“事半功倍”！

☞“知识要点精讲”⇒全面覆盖要点，讲解清晰透彻。

☞“思维整合”⇒梳理知识结构，讲清重点，解析难点。

☞“精典例题再现”⇒精彩经典好题，帮你提高实战能力。

（以上三项：三层解读“解题思维”“解题依据”“答题要点”）

☞“中(高)考链接”⇒中(高)考在平时，培养中(高)考意识和应试技巧。

☞“发散思维点拨”⇒激活灵感，启迪智慧，令你触类旁通。

☞“练测精选”⇒A　卷：教材跟踪训练，夯实基础。

B　卷：综合应用创新题，题题精彩，培养综合能力，体现“能力”和“素质”的统一。

想一想：精彩一笔，一题多变多解，启迪学生多向思维！

☞ “答案点拨”⇒更注重解题指导，在给出答案的同时，详尽的点拨体现了对学生的关心和呵护！

呕心沥血，始成《黄冈名师点拨》。我们衷心地希望此书能给同学们带来学习上的进步。不妥之处，谨请批评指正！

主编：洪鸣远

2003 年 5 月·北京

目 录

第十二章　一元二次方程

12.1　用公式解一元二次方程

学法导引

弄懂“平方根”、“直接开平方法”、“配方法”、“公式法”之间的内在联系，循序渐进.

解　法	理论根据	适用范围
直接开平方法	平方根定义	形如$(ax+b)^2=c(a\neq 0,c\geqslant 0)$的方程
配方法	完全平方公式 直接开平方法	所有的一元二次方程
公式法	配方法	所有的一元二次方程

知识要点精讲

知识点1：　整式方程的概念.

定义：方程两边都是关于未知数的整式的方程，叫做整式方程.

由于在此以前，已学过分式、根式及整式的概念，所以，要注意这几个概念的区别.

知识点2：　一元二次方程的概念.

定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程是一元二次方程.

由一元二次方程的定义可知，只有同时满足三个条件：① 是整式方程；② 只含有一个未知数；③ 未知数的最高次数是2；这样的方程才是一元二次方程.

点拨　以上三点必须同时具备，有一点不满足的方程就不是一元二次方程.

一元二次方程的一般形式是：$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$

知识点3：一元二次方程的二次项及其系数；二次项及其系数；常数项.

在一元二次方程的一般形式 $ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$ 中，ax^2 叫做二次项，a 叫做二次项系数；bx 叫做一次项，b 叫做一次项系数；c 叫做常数项.

知识点4：用直接开平方法解一元二次方程.

对形如 $(ax+b)^2=c \quad (a \neq 0, c \geqslant 0)$ 的方程可以用直接开平方法求解.

由平方根的定义，可得 $ax+b=\pm\sqrt{c}$，所以 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{c}}{a}$. 当 $c<0$ 时，方程没有实数根.

知识点5：用配方法解一元二次方程.

配方法是以完全平方公式 $a^2 \pm 2ab+b^2=(a \pm b)^2$ 为理论依据，将方程转化为 $(x+a)^2=b \ (b \geqslant 0)$ 的形式，再利用直接开平方法求解的一种方法. 具体步骤是：

(1) 若二次项的系数不是1，先将二次项的系数化为1；

(2) 将二次项、一次项移到方程左边，常数项移到方程右边；

(3) 将方程两边同时加上一次项系数一半的平方，使方程左边配成完全平方式. 此时，原方程可变形为 $(x+a)^2=b$ 的形式；

(4) 当 $b \geqslant 0$ 时，用直接开平方法求解.

知识点6：用公式法解一元二次方程.

用一元二次方程的求根公式解一元二次方程，是解一元二次方程的通用方法. 其公式为 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad (b^2-4ac \geqslant 0)$ 它揭示了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$ 的根是由各项系数的值确定的.

思维整合

【剖析重点】 重点：用公式法解一元二次方程.

一般地，一元二次方程都可用求根公式求解，这是其一；其二，将要学习的根的判别式和根与系数的关系等内容，都是从讨论求根公式得出的结论. 所以，对于一元二次方程的求根公式，一定要理解其推导过程.

用公式法解一元二次方程，实际上是已知 a,b,c 的值，求代数式 $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 的值，只是在运用公式时，要将方程化为一般形式，并正确写出 a，b，c 的值，还要注意 $b^2-4ac \geqslant 0$ 这一前提条件.

【解析难点】 难点：用配方法解一元二次方程.

配方的目的是为了将方程化为 $(x+a)^2=b \quad (b \geqslant 0)$ 的形式. 为了达到这一目的，就需要应用完全平方公式.

观察 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 可知,若将 b 看成常数,有如下特征:(1) 二次项 a^2 的系数为 1;(2) 常数项 b^2 是一次项 $\pm 2ba$ 的系数 $\pm 2b$ 的一半的平方.由此,可以知道为什么配方时要在方程两边加上一次项系数一半的平方.

精典例题再现

例 1 下列方程中,不是整式方程的是(　　)

A. $\frac{1}{3}x^2 + 5x = 2$　　　　B. $\sqrt{2}x^3 + 7x - 3 = 0$

C. $x + \frac{1}{x} = 1$　　　　D. $7x - 2 = 5$

[解析] 根据整式方程的定义,整式方程的两边必须都是关于未知数的整式.C 式左边的式子 $x + \frac{1}{x}$ 是分式不是整式,所以应选 C.

例 2 若方程 $(1 + m)x^{3-|m|} - 3x = 0$ 是关于 x 的一元二次方程,求 m 的值.

[解析] 形如 $ax^n + bx + c = 0$ 的方程,当 $a \neq 0, n = 2$ 时一定是一元二次方程.

[解] 由题意,得

$$\begin{cases} 3 - |m| = 2 & ① \\ 1 + m \neq 0 & ② \end{cases}$$

由 ①,得 $m = \pm 1$;由 ②,得 $m \neq -1$

综上所述,得 $m = 1$

点拨　不要只考虑 $3 - |m| = 2$ 的条件,而忽略了 $1 + m \neq 0$ 的限制条件.

例 3 用直接开平方法解下列方程

(1) $(2x - 5)^2 - 4 = 0$;(2) $9(3x - 1)^2 - 5 = 0$.

[解析] 将方程化为 $(ax + b)^2 = c \quad (c \geqslant 0)$ 的形式,再根据平方根的定义求解.

[解] (1) 移项,得 $(2x - 5)^2 = 4$

因为 $2x - 5$ 是 4 的平方根,所以,

$\therefore 2x - 5 = \pm 2, 2x - 5 = 2$ 或 $2x - 5 = -2$,

$\therefore x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = \frac{3}{2}$.

(2) 移项,得 $9(3x - 1)^2 = 5, [3(3x - 1)]^2 = 5$,

因为 $3(3x - 1)$ 是 5 的平方根,所以,$3(3x - 1) = \pm\sqrt{5}$,

$3(3x - 1) = \sqrt{5}$ 或 $3(3x - 1) = -\sqrt{5}$,

$\therefore x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{9}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{9}$.

例 4 分别用配方法和公式法解方程 $3x^2 - 2 = 5x$.

[解析] 用配方法时,为便于配方,先将二次项系数化为 1.用公式法时,为了正

确确定 a,b,c 的值,先要把方程化为一般形式.

解法一:(配方法)移项,得 $3x^2-5x=2$

把方程两边除以3,得 $x^2-\frac{5}{3}x=\frac{2}{3}$

配方,得 $x^2-\frac{5}{3}x+(-\frac{5}{6})^2=\frac{2}{3}+(-\frac{5}{6})^2,(x-\frac{5}{6})^2=\frac{49}{36}$

解这个方程,得 $x-\frac{5}{6}=\pm\frac{7}{6}$

即 $x_1=2,x_2=-\frac{1}{3}$

解法二:(公式法)移项,得 $3x^2-5x-2=0$

$\because a=3,b=-5,c=-2$

$b^2-4ac=(-5)^2-4\times3\times(-2)=49>0$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{49}}{2\times3}=\frac{5\pm7}{6}$

$\therefore x_1=2,x_2=-\frac{1}{3}$.

点拨 用公式解方程,在确定 a,b,c 的值时,要注意符号.

中考链接

本节内容的考点主要有:一元二次方程的基本概念的辨析,灵活运用直接开平方法、配方法、公式法解一元二次方程.本节内容在中考中直接出现的频率较低,约为3%,主要渗透在其他知识中.如有些分式方程最终要转化为一元二次方程进行解答.

例5 填空题

(1)(2002·娄底)已知方程 $x^2+px-3=0$ 的一个根是2,则 $p=$________.

(2)(2002·黔东南州)写出一元二次方程 $x^2+x-1=0$ 的两根:________.

[解析] (1)把 $x=2$ 代入原方程,解得 $p=-\frac{1}{2}$.

(2)用求根公式求得原方程的两根分别为 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2},x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

例6 单项选择题

(1)(2000·内蒙古)方程 $2x(x-3)=5(x-3)$ 的根是(　　)

A.$x=\frac{5}{2}$　　B.$x=3$

C.$x_1=3,x_2=\frac{5}{2}$　　D.$x=-\frac{5}{2}$

(2)用直接开平方法解方程 $(x-3)^2=8$,得方程的根为(　　)

A.$x=3+2\sqrt{2}$　　B.$x=3-2\sqrt{2}$

C.$x=3\pm2\sqrt{3}$　　D.$x=3\pm2\sqrt{2}$

[解析] (1)用移项提公因式法较简便.方程变形为$(x-3)(2x-5)=0$,解得$x_1=3,x_2=\frac{5}{2}$,故选C.

(2)用直接开平方法解方程应注意平方根有两个,不要漏根.答案为D.

发散思维点拨

【问题1】 如何利用一元二次方程求代数式的值?

一元二次方程与代数式的值有着密切联系,在求值问题中有着广泛的应用.

例1 已知$(a^2+b^2-3)(a^2+b^2+1)=12$,求$a^2+b^2$的值.

[解析] 将a^2+b^2看成一个整体,解关于a^2+b^2的一元二次方程.

[解] 设$a^2+b^2=y$,则原方程变形为

$(y-3)(y+1)=12$

化简整理,得$y^2-2y-15=0$

解这个方程,得$y_1=5,y_2=-3$

因为$a^2+b^2\geqslant 0$,所以负值舍去

$\therefore a^2+b^2=5$.

点拨 此题容易忽略$a^2+b^2\geqslant 0$的条件,而得到错误答案$a^2+b^2=-3$.

例2 x取什么值时,x^2+2x-1的值与$(2x-1)(x+1)$的值相等?

[解] $x^2+2x-1=(2x-1)(x+1)$

整理,得$x^2-x=0$

解这个方程,得$x_1=0,x_2=1$

$\therefore$ 当$x=0$或$x=1$时,x^2+2x-1与$(2x-1)(x+1)$的值相等.

【问题2】 $a\neq 0$是一元二次方程$ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$的重要组成部分,那么b、c能否为0呢?

根据一元二次方程的定义可知,b、c的取值可以为0.

当$a\neq 0,b=0,c\neq 0$时,方程变形为$ax^2+c=0$,此时方程两根为$x=\pm\frac{\sqrt{-ac}}{a}\ (ac<0)$,即两根互为相反数.

当$a\neq 0,b\neq 0,c=0$时,方程变形为$ax^2+bx=0$,此时方程的两根为$x_1=0$,$x_2=-\frac{b}{a}$.

当$a\neq 0,b=0,c=0$时,方程变形为$ax^2=0$,此时方程的两根为$x_1=x_2=0$.

例 已知关于x的方程$x^2-(2m^2-m)x+(4m-1)=0$的两根互为相反数,求m的值.

[解析] 在$b^2-4ac\geqslant 0$的前提下,当$b=0$时,一元二次方程$ax^2+bx+c=0$

的两根互为相反数.

[解] 由题意,得 $-(2m^2-m)=0$

解之,得 $m_1=\dfrac{1}{2}, m_2=0$

当 $m_1=\dfrac{1}{2}$ 时,原方程没有实根,故舍去.

$\therefore m=0$

点拨 有关一元二次方程的求值问题,所求之值一定要满足 $b^2-4ac\geqslant 0$ 这一前提条件,否则,原方程没有实根.

教材跟踪训练

A卷

1. 下列方程中,是关于 x 的整式方程的是(　　)

A. $x+1=\dfrac{1}{x-1}$　　B. $\sqrt{x^2+1}=x$

C. $mx^2+\dfrac{x}{2}-1=0$　　D. $\dfrac{x^2}{x}=2$

2. 下列方程中,是一元二次方程的是(　　)

A. $x^2-y=3$　　B. $x^2-2-x(x-2)=0$

C. $\sqrt{2}x^2-2x=1$　　D. $ax^2+3x-5=0$

3. 已知2是关于 x 的方程 $\dfrac{3}{2}x^2-2a=0$ 的一个根,则 $2a-1$ 的值是(　　)

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

4. 一元二次方程 $ax^2-c=0\ (a\neq 0)$ 的根是(　　)

A. $\dfrac{c}{a}$　　B. $\dfrac{\sqrt{ac}}{a}$

C. $\pm\dfrac{\sqrt{ac}}{a}$　　D. a、c 异号时,无实根;a、c 同号时,两根是 $\pm\dfrac{\sqrt{ac}}{a}$

5. 用配方法解关于 x 的方程 $x^2-px+q=0$,此方程可变形为(　　)

A. $(x+\dfrac{p}{2})^2=\dfrac{p^2-4q}{4}$　　B. $(x+\dfrac{p}{2})^2=\dfrac{4q-p^2}{4}$

C. $(x-\dfrac{p}{2})^2=\dfrac{p^2-4q}{4}$　　D. $(x-\dfrac{p}{2})^2=\dfrac{4q-p^2}{4}$

6. 将方程 $(x+4)(x-3)=6$ 化为一般形式是________,二次项是________,一次项是________,常数项是________.

7. 若 $kx^2+x=2x^2+1$ 是一元一次方程,则 $k=$________.

8. 当 a ________时,方程 $(x-1)^2-a=0$ 有实数根;当 a ________时,方程无实数根.

9. (1)$x^2+6x+11=(x+\_\_\_\_\_\_)^2+\_\_\_\_\_\_$;

(2)$4x^2+\_\_\_\_\_\_x+25=(2x+\_\_\_\_\_\_)^2$.

10. 方程 $2x^2-x-21=0$ 的两根为 x_1,x_2,且 $x_1>x_2$,则 $2x_1+x_2$ 等于______.

11. 选择适当的方法解下列方程

(1)$(2x-5)^2-2=0$　　(2)$6x^2+7x-3=0$

(3)$x^2-8x-9=0$　　(4)$4x^2-12x+9=0$

(5)$\frac{1}{2}(3x-1)^2-8=0$　　(6)$x^2-2mx+m^2-n=0\quad(n>0)$

12. 若代数式 $4x^2-2x-5$ 与 $2x^2+1$ 的值互为相反数,求 x 的值.

13. 已知 $2y^2+y-2$ 的值为3,求 $4y^2+2y+1$ 的值.

14. 已知三角形的两边长分别为1和2,第三边的长是方程 $2x^2-5x+3=0$ 的根,求这个三角形的周长.

15. 已知方程 $(m-2)x^{m-2}+(m+1)x+3m-1=0$.

(1)若它是关于 x 的一元二次方程,求 m 的值,并求出二次项系数、一次项系数和常数项的和.

(2)若它是关于 x 的一元一次方程,求 m 的值.

B卷

1. 方程 $ax^2+bx+c=0\quad(a\neq0)$ 至少有一个根是零的条件是(　　)

A. $b=0$　　B. $c=0$　　C. $b=0$ 且 $c=0$　　D. $b\neq0,c=0$

想一想　满足什么条件,只有一根为零,另一根不为零.

2. (宁波)如果 $1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}=0$,那么 $\frac{2}{x}$ 的值是(　　)

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. 1或2

3. (贵州)如果方程 $2x^2+kx-5=0$ 的两实根互为相反数,那么 k 的值是(　　)

A. $\frac{5}{2}$　　B. ±5　　C. 0　　D. 1

4. 已知 $(x^2+y^2-1)^2=4$,则 $x^2+y^2=$ ______.

5. 已知 $(x^2+2x-3)^0=x^2-3x+3$,则 $x=$ ______.

6. 已知 $x^2-x-1=0$,则 $-x^3+2x^2+2002=$ ______.

综合题

7. 已知 $ax^2-5x+3=0$ 是一元二次方程,求不等式 $3a+6>0$ 的解集.

8. 试证:不论 x 为何实数,多项式 $2x^2-4x-1$ 的值总大于 x^2-2x-4 的值.

9. 若关于 x 的二次三项式 $x^2+2mx+4-m^2$ 是一个完全平方式,求实数 m 的值.

想一想 若二次三项式改为 $x^2-2mx+4-m^2$,答案是否相同?

应用创新题

10. 试证明关于 x 的方程 $(a^2-8a+17)x^2+2ax+1=0$ 不论 a 取何值,该方程都是一元二次方程.

11. 已知一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根是 -1,且 a、b 满足等式 $b=\sqrt{a-3}+\sqrt{3-a}-2$,求方程 $\frac{1}{4}y^2+c=0$ 的根.

12. 若 $x^{2a+b}-2x^{a-b}+3=0$ 是关于 x 的一元二次方程,求 a,b 的值.

中考精题回眸

13. (2002·北京东城)关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2+x+a^2-1=0$ 的一个根是 0,则 a 的值为(　　)

A. 1　　B. -1　　C. 1 或 -1　　D. $\frac{1}{2}$

14. (2002·武汉)一元二次方程 $x^2-4=0$ 的根(　　)

A. $x=2$　　B. $x=-2$

C. $x_1=2,x_2=-2$　　D. $x_1=\sqrt{2},x_2=-\sqrt{2}$

15. (2002·甘肃)方程 $(m+2)x^{|m|}+3mx+1=0$ 是关于 x 的一元二次方程,则(　　)

A. $m=\pm 2$　　B. $m=2$　　C. $m=-2$　　D. $m\neq\pm 2$

参考答案与点拨

A卷

1. C　2. C　3. B　4. D　5. C　6. $x^2+x-18=0,x^2,x,-18$　7. $k=2$　8. $a\geq 0,a<0$

9. (1)3,2　(2) $\pm 20,\pm 5$　10. 4

11. (1) $x_1=\frac{5+\sqrt{2}}{2},x_2=\frac{5-\sqrt{2}}{2}$　(2) $x_1=-\frac{3}{2},x_2=\frac{1}{3}$

(3) $x_1=-1,x_2=9$　(4) $x_1=x_2=\frac{3}{2}$

(5) $x_1=\frac{5}{3},x_2=-1$　(6) $x_1=m+\sqrt{n},x_2=m-\sqrt{n}$.

12. $x=-\frac{2}{3}$ 或 $x=1$

13. 由已知得 $2y^2+y=5$, $\therefore 4y^2+2y+1=2(2y^2+y)+1=2\times 5+1=11$.

14. 解方程 $2x^2-5x+3=0$,得 $x_1=\frac{3}{2},x_2=1$(舍去),当第三边长为 $\frac{3}{2}$ 时周长为 $4\frac{1}{2}$

15. (1) $m=4,18$　(2) $m_1=2,m_2=3$

B卷

1. B(想一想: $b \neq 0, c = 0$) 2. B 3. C 4. 3 5. 2(提示: $a^0 = 1$ 中 $a \neq 0$) 6. 2003

7. $a > -2$ 且 $a \neq 0$

8. $\because (2x^2 - 4x - 1) - (x^2 - 2x - 4) = 2x^2 - 4x - 1 - x^2 + 2x + 4 = (x - 1)^2 + 2 > 0$,
$\therefore 2x^2 - 4x - 1$ 总大于 $x^2 - 2x - 4$

9. 由常数项等于一次项系数一半的平方,得 $4 - m^2 = (-m)^2$,解之,得 $m = \pm\sqrt{2}$(想一想:答案相同)

10. $\because a^2 - 8a + 17 = a^2 - 8a + 16 + 1 = (a - 4)^2 + 1 > 0$,
$\therefore$ 不论 a 取何值,原方程都是一元二次方程.

11. $\because -1$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根,$\therefore a - b + c = 0$,$\because \sqrt{a - 3} \geqslant 0, \sqrt{3 - a} \geqslant 0$,
$\therefore a = 3$,$\therefore b = \sqrt{a - 3} + \sqrt{3 - a} - 2 = -2$,那么 $3 + 2 + c = 0$,解之,得 $c = -5$,
把 $c = -5$ 代入方程 $\frac{1}{4}y^2 + c = 0$,解之,得 $y = \pm 2\sqrt{5}$.

12. 共有五种情况 $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ a - b = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ a - b = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a + b = 2 \\ a - b = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a - b = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a + b = 1 \\ a - b = 2 \end{cases}$,
解之得 $\begin{cases} a_1 = \frac{4}{3} \\ b_1 = -\frac{2}{3} \end{cases}$,$\begin{cases} a_2 = 1 \\ b_2 = 0 \end{cases}$,$\begin{cases} a_3 = \frac{2}{3} \\ b_3 = \frac{2}{3} \end{cases}$,$\begin{cases} a_4 = \frac{2}{3} \\ b_4 = -\frac{4}{3} \end{cases}$,$\begin{cases} a_5 = 1 \\ b_5 = -1 \end{cases}$

13. B 14. C 15. B

12.2 用因式分解法解一元二次方程

学法导引

1. 注重基础 —— 熟练掌握因式分解的方法.
2. 透彻理解 —— 若 $ab = 0$,则 $a = 0$ 或 $b = 0$,反之亦成立.
3. 抓住特征 —— 一边是0,另一边易于分解成两个一次因式的积.
4. 掌握方法 —— 分解因式法解方程的步骤.
5. 明确目标 ——“降次”是目的.

知识要点精讲

知识点1: 因式分解法的理论根据.

如果两个因式的积等于0,那么这两个因式中至少有一个等于0;反过来,如果两个因式中有一个等于0,那么它们的积就等于0.

知识点2: 用因式分解法解一元二次方程的步骤.

(1) 将方程右边化为 0;

(2) 将方程左边分解为两个一次因式的积;

(3) 令每个因式分别为 0,得到两个一元一次方程;

(4) 解这两个一元一次方程,它们的解就是原方程的解.

思维整合

【剖析重点】 重点:因式分解的基本思想和方法.

解方程或方程组的思想是:消元和降次.解一元二次方程不存在消元问题,而是需要降次,将"二次"转化为"一次",因式分解法能帮助我们实现这一目标.

用因式分解法解方程,一定要将方程变形为右边为 0 的形式,如方程 $(2x-5)(3x+3)=7$,若化为 $2x-5=1$ 或 $3x+3=7$ 是错误的.

【解析难点】 难点:(1) 选择适当的解法解一元二次方程;(2) 在解一元二次方程的时候,不能在方程两边同时除以一个含未知数的整式.

选择解法的思路是:先特殊后一般.选择解法的顺序是:直接开平方法 → 因式分解法 → 配方法或公式法.

配方法是普遍适用的方法,但不够简便,一般不采用.不过,对于二次项系数为 1,一次项系数是偶数的方程,用配方法解比用公式法解还是要简便些.

点拨 降次时,不能在方程两边同时除以一个含未知数的整式,以防丢根,如解方程 $(2x+5)^2=3(2x+5)$,不能在此方程两边同时除以 $2x+5$,得 $2x+5=3$,解这个方程得原方程的解为 $x=-1$.这样,就丢了一根 $x=-\frac{5}{2}$.

精典例题再现

例 1 用因式分解法解下列方程

(1) $(2x-1)^2+3(1-2x)=0$;

(2) $(1-3x)^2=16(2x+3)^2$;

(3) $x^2-2(\sqrt{3}+\sqrt{5})x+4\sqrt{15}=0$.

[解析] (1) 经过变形可以用提公因式法;(2) 经过变形可以用平方差公式分解因式;(3) 方程为一般形式,尝试用十字相乘法.

[解] (1) 原方程变形为 $(2x-1)^2-3(2x-1)=0$

$(2x-1)[(2x-1)-3]=0$,$2x-1=0$ 或 $2x-4=0$

$\therefore x_1=\frac{1}{2}, x_2=2$

(2) 原方程变形为 $(1-3x)^2-[4(2x+3)]^2=0$