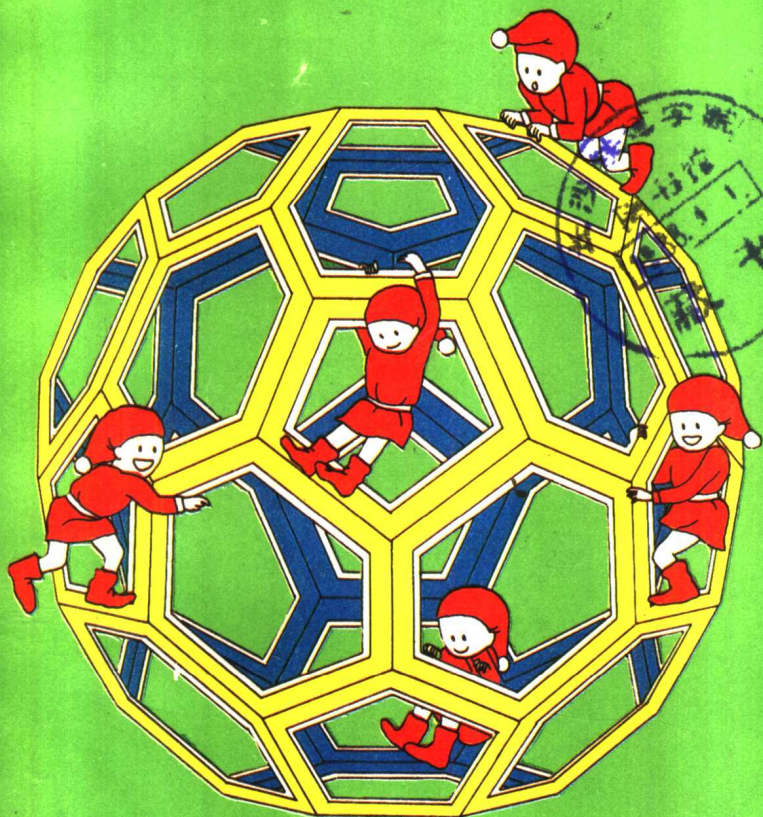


51.22 471608
SAH
51.22 文
SAH

中学数学知识丛书

〔日〕横地 清 编

文字式的活用



知识出版社

中学数学知识丛书

〔日〕横地 清 编

文字式的活用

〔日〕山岸雄策 著

刘正一 译

知识出版社

内 容 提 要

本书是日本横地清教授为青少年数学爱好者编写的一套初等数学知识丛书，共35本。这套丛书的特点是通过日常生活中经常遇到的具体现象的分析来讲述初等数学提高青少年学习数学的兴趣。《文字式的活用》一本通过若干实际问题介绍代数文字式，不仅仅是学习如何向文字式中代入数值进行计算，而是告诉人们如何观察现实生活中的一些问题，从中找出规律，自己去构成文字式，以掌握数学本领。本书适合初中师生阅读。

中学数学知识丛书

文字式的活用

〔日〕山岸雄策 著

刘正一 译

知识出版社出版

（北京安定门外外馆东南甲1号）

新华书店北京发行所发行 煤炭工业出版社印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张2.375 字数13千字

1987年8月第1版 1987年8月第1次印刷

印数：1—4450

统一书号：13214·73 定价：0.70元

ISBN 7-5015-0056-8

前 言

本书通过现实中各种实际场面，以若干个具体例子为中心对文字式的活用作了详尽的叙述。

一提到文字式，人们总容易产生这样的想法：即认为对事先给定了的式子，只管直接用它进行代入计算或式子变形就可以了。可是，本书与此相反，是要自己列出文字式，然后用它去研究各种问题的一种积极的写法。至于书中出现的方程式、不等式，也都是为了解决实际问题的需要而提出来的。

因此，我希望大家在读完本书之后，能够逐步地把数学应用到现实生活当中去。如果你过去认为数学只不过是纸上的东西、头脑中的东西的话，那么，我希望你从即日起，就改变这种认识。

为了达到这个目的，就需要透彻理解数学的一些基本概念，本书也兼顾了这些方面。不过，书中所讲的文字式是以一次式为主，但也涉及到了二次式、三次式等。当然除此之外，也还有各种各样的文字式，希望大家掌握住基本知识和基本技能，力争达到能够用自己的力量去处理任何文字式。

作者

本书的用法

通过本书中出现的实验和测量，给大家提供了怎样使用文字来书写出文字式的实际例子。当然，大家也可以就照着书上所说的方法和过程去做这些实验和测量。因此，在写这本书时，注意到了尽量使大家明确做这些实验时，都应当准备什么器具以及如何进行这些实验等。

就是在这个时候，也还要自己开动脑筋，想办法利用身边可以利用的工具，用更好的方法，来完成这些实验和测量。

再有，除了本书所举出的实验和测量以外，还可以举出各种各样的例子。你们要随时用心亲自把这些例子找出来。所以说，你们的实践活动，不应该局限于实验和测量，还应该到与这些实验和测量有关系的那些地方，去调查收集实际的资料。

更重要的是，首先要确定进行实验和测量的场合和内容。要不断地改变自己的生活态度，做到即使是平时认为并不算什么而轻轻放过去的那些事情，也要对它们进行积极的研究和探讨。换句话说，就是希望大家在实际生活中积极活用数学，以提高生活实践的本领。在这个过程当中，什么时候该怎样地来运用数学这个问题，能够在你的头脑中得到解答。

目 录

前言

本书的用法

第一章 一次式 (I) (1)

§ 1 水中的物体好象漂起来一些 (1)

水桶的底和浴池的底 (1)

水槽里的实验 (2)

实验结果的处理 (4)

§ 2 文字式 (7)

文字的使用 (7)

文字式 (9)

文字式和代入 (11)

§ 3 自行车的结构 (17)

变速结构 (17)

行程 (18)

常数和变数 (21)

把文字式代入文字中 (23)

测验题 (28)

测验题解答 (29)

第二章 一次式 (II) (31)

§ 1 东海道线上的快车 (31)

速度计 (31)

减速的情景 (34)

行走多少米才能停下	(38)
问题的一般化	(42)
§2 不快指数	(44)
气温和湿度	(44)
不快指数	(45)
二个变数的文字式	(47)
测验题	(50)
测验题解答	(50)
第三章 二次式	(52)
§1 锅的大小	(52)
来自厨房的数学	(52)
酱油的量	(53)
固定一个变数	(54)
要使汤的量加倍,应该怎么办	(56)
二次式的值的变化	(58)
§2 单摆	(61)
单摆的周期	(61)
单摆的实验	(63)
求周期	(65)
测验题	(67)
测验题解答	(68)

第一章 一次式(I)

在我们的周围，能够使用一次式的地方相当多。当然，这里说的不是在解教科书和习题集里的练习题，而是指生活中的具体情景。

本章给出了若干这样的场面。通过这些场面我们能够学到如何使用文字和文字式。每一章，在读完之后，还要自己亲自作一些实际的调查和实验，然后自己再使用文字列出文字式。即或是本书所没有涉及到的内容，如能自己试着作些研究就更好了。

在这样做的过程中，重要的是，一定要逐步理解文字式对于表现普遍成立的关系和法则，是完全必要的，而且是非常方便的。

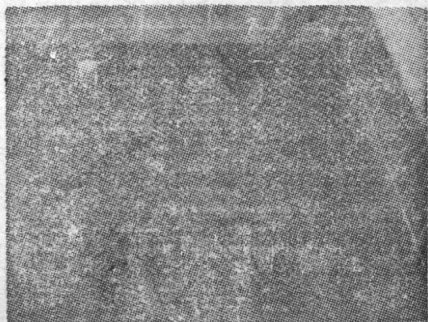
§1 水中的物体好象漂起来一些

水桶的底和浴池的底

水桶里装止水，从上面往上看，觉得水桶的底好象向上漂起了一些。这是生活中常见的现象。正因为如此，它反而不易为人们所留意。

当我们进入澡盆的时候，也会遇到类似的现象，比如脚，看上去就好象短了一点儿。木棒插进水里，水中部分看上去不仅短了一些，而且从侧面看，还好象折弯了，如照片1。

这类现象很多，正因为已经习以为常，也就对它不介意了。然而，就是这类现象，也要我们动动脑筋思考一下。以后当遇到有些疑问的现象时当然要思考，即使是日常生活中的其它习以为常的事情，都应该勇于动脑筋思考，加以探索。



照片 1

本书是一本数学读物，讲的内容主要是通过活用数学来对各种事物进行研究。

水槽里的实验

当我们进入浴池的时候，从上面往水里看，腿好象是短了一些，那么到底短了多少呢？为了研究这个问题，在水里用尺量是不行的。

因为尺到了水里也同样缩短了。

于是，我们可以用如下的办法，作一个实验。

首先，准备一个玻璃容器，其大小应该是：装入水后，水深在30cm左右；水面是直径10cm以上的圆，或者是面积更大些的长方形或正方形。太小了不便做实验。

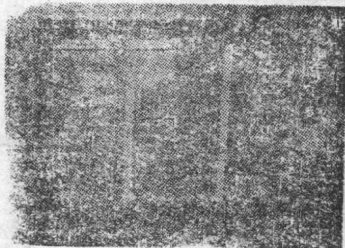
这里准备的是一个养鱼缸,如照片2。里面注满水,为了能测出从水面算起的深度,在水槽的外侧贴上带刻度的纸条。照片2上是贴了两根纸条,这是因为要重复实验两次的缘故。

其次,准备两枚一样的硬币。一枚吊在水中。为此,必须用绳把它绑牢实,并尽可能使之在水中保持水平。水面到硬币的深度,用贴在水槽外侧的带刻度的纸条来量。另一枚硬币,用手托着置于水槽外面。

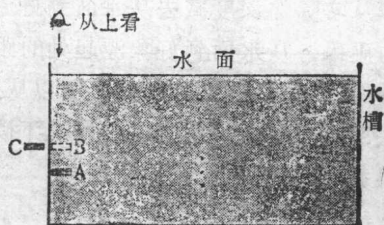
水槽中的硬币,看上去比它实际的深度高起一些。然后一边从上面看着,一边上下移动水槽外面的硬币,使它位于和水槽内的硬币看上去具有同样的高度的位置,如图1所示。

可以三个人来作这个实验。一个人一边把住吊在水中的绳子,一边上下移动水槽外面的硬币。其余二人,从上面看着两个硬币是否位于同样的高度。因为是用眼睛估计,所以两个人同时看,可使测量更趋精确。

确定出水槽外的硬币的高度后,就要在纸尺上标出它的位置,然后测出水面到这个位置的距离。



照片 2



A: 水槽里的硬币

B: A好象漂起的位置

C: 水槽外侧的硬币,与B的位置齐平

图 1

这个实验当然会有某种程度的误差这是不可避免的。但我们还是要尽可能地仔仔细细地去做。

首先,把水槽里的硬币到水面的深度,按照5cm, 10cm, 15cm, 20cm, 25cm, 30cm, 35cm 等情况进行实验, 分别确定出水槽外面的硬币的位置, 并测出它到水面的距离, 得到表 1。

表 1 (单位cm)

水槽里的硬币的深度	5	10	15	20	25	30	35
水槽外的硬币到水面的距离	3.8	7.7	11.7	15.3	18.6	22.5	25.9

实验结果 的处理

实验结果, 会告诉我们什么呢? 无论哪种情形, 看上去硬币都比它实际的深度往上漂起一些。为了知道往上漂起多少, 可以从实际的深度减去从水面到好象漂起处的距离。而水槽里的硬币, 从水面到好象漂起处的距离, 就是表 1 中的“水槽外的硬币到水面的距离”。所以从表 1 的上一行的数分别减去下一行的数, 就是各种情况下硬币向上漂起的高度。其结果如表 2。

表 2 (单位cm)

实际的深度	5	10	15	20	25	30	35
从水面到漂起处的距离	3.8	7.7	11.7	15.3	18.6	22.5	25.9
向上漂起的高度	1.2	2.3	3.3	4.7	6.4	7.5	9.1

分析上述结果，可以得出一个在各种情况下都具有的什么样的共同规律呢？想把它找出来，并不那么容易。不过，总是能想出办法的。我们把从水面到好象漂起处的距离，用实际的深度除一除看。

这种计算，用笔算虽然并不那么费事，我是用照片3那样的计算机算的。

	25.9	*
	35	=
	0.740	*
	22.5	*
	30	=
	0.750	*
	18.6	*
	25	=
	0.744	*
	15.3	*
	20	=
	0.765	*
	11.7	*
	15	=
	0.780	*
	7.7	*
	10	=
	0.770	*
	3.8	*
	5	=
	0.760	*

照片 3

表 3 (单位cm)

实际的深度	5	10	15	20	25	30	35
从水面到漂起处的距离	3.8	7.7	11.7	15.3	18.6	22.5	25.9
(下行的数) ÷ (上行的数)	0.760	0.770	0.780	0.765	0.744	0.750	0.740

由上表可知，除得的结果，无论在何种情形下，其数值都是很接近的，小数点后第一位小数都是7。从表2的减法来看，当实际深度增加时，其结果逐渐变大。可是按照上述方法再相除以后，无论在哪个深度，其结果都是很接近的数值。

于是，又作了一次更详尽些的实验。

实际的深度，每隔3cm取一个值，用同样方法，测得结果如表4。因为决定水槽外的硬币的位置是用眼睛估计出来的，所以，在实际的深度为15cm，30cm的地方时，目测所得的高度和表3中的结果相比，就有些出入。可是，同上次一样，用除法求得的结果，仍然是很接近的数值。

表 4

(单位cm)

实际的深度	3	6	9	12	15	18
从水面到漂起处的距离	2.4	4.3	6.7	9.1	11.9	13.4
(下行的数)+(上行的数)	0.800	0.717	0.744	0.758	0.793	0.744
实际的深度	21	24	27	30	33	
从水面到漂起处的距离	15.3	18.5	20.5	23.0	25.8	
(下行的数)+(上行的数)	0.729	0.771	0.759	0.767	0.782	

应用减法得到的结果，从中得不到有规律的东西。但是用除法得到的结果中，可以看出不管深度是多少cm，都有一个共同的东西。也就是说，从中找到了一个带有普遍性的规律。

§2 文字式

文字的 使用

事实上，物体在水中之所以看上去象漂起来一样，那是因为光线由空气进入水中，或由水中进入空气时，不是直线前进，而要发生折射所引起的一种现象。而且漂起的多少，正如前面的实验结果所示，大体上是一个定值。

这个定值，取表 4 中商数的平均值，即 0.76。这样一来，我们所看到的水中硬币的深度，就可以用硬币在水中的实际的深度乘以 0.76 而求得。

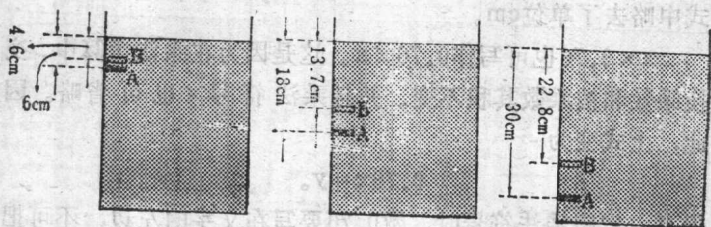
例如：如图 2 所示：

实际的深度为 6cm 时， $6\text{cm} \times 0.76 = 4.6\text{cm}$ ；

实际的深度为 18cm 时， $18\text{cm} \times 0.76 = 13.7\text{cm}$ ；

实际的深度为 30cm 时， $30\text{cm} \times 0.76 = 22.8\text{cm}$ ，等等。

虽然和表 4 的实验结果稍有不同，但没什么大的差异。因为实验本身就有误差，所以这一点差异是容许的。



A: 硬币的位置

B: 硬币用眼看象似漂起的位置

图 2

再者，象实际的深度为14cm或22cm等没有经过实验的位置，还多得很。对于此类情形，上述结果仍然适用。即

实际深度为14cm时， $14\text{cm} \times 0.76 = 10.6\text{cm}$ ，

实际深度为22cm时， $22\text{cm} \times 0.76 = 16.7\text{cm}$ ，乘得的结果就是物体在各种深度时，看上去象漂起来浮在水中所处的深度。上述乘法式子中虽然使用了“=”但它们的结果都是按照四舍五入法，求至第一位小数的。

我们试再作深入一步的讨论。象在上面几个计算中所了解的那样，实际的深度和好象漂起的深度间的关系，可以用下面形式的式子

$$\bigcirc\text{cm} \times 0.76 = \square\text{cm},$$

作一般的表示式。事实上，用表示实际深度的数代替 $\bigcirc$ ，用表示好象漂起时的深度的数代替 $\square$ ，就可以得出上面的每一个算式。

在数学里是要用文字 x 和 y 表示上式中的 $\bigcirc$ 和 $\square$ 的。于是，用 $x\text{cm}$ 表示实际的深度，用 $y\text{cm}$ 表示好象漂起时的深度，就可得到式子

$$x \times 0.76 = y,$$

式中略去了单位cm。

$x \times 0.76$ 也可写作 $0.76 \times x$ 。这是因为在乘法运算中，交换乘数和被乘数其积不变。并且乘法符号 $\times$ 也可省略。因此，上式变为

$$0.76x = y.$$

但是，省略乘法符号时，数0.76要写在文字的左边，不可把式子写成 $x0.76 = y$ 。只有数和文字、文字和文字之间的乘法符号才可以省略，至于数和数之间的符号则是不可省略的。

这个实验本来就是为研究水中的物体，看上去究竟漂

起多少而作的。也就是说，当已知上式中的 x 时，想通过上式求出 y 是多少。因此为了方便起见，应把上式写成

$$y = 0.76x.$$

再说一遍，式中的 x 用在水中的实际深度来代替， y 是对应 x 的好象漂起时的深度来代替。换句话说， x 是代表实际深度的数， y 就是代表那时物体好象漂起时的深度的数。

综上所述，一经引用了文字，根据水槽和硬币所作的实验结果，就能够写出水中的物体看上去好象漂起多少的一般关系式。

文字式

象上面 $0.76x$ 这样的含有文字的式子，叫做文字式。写在 x 的左边的数 0.76 ，叫做 x 的系数。

我们可用不同的文字，给出一般事理和关系的表示法。例如，设正方形的边长为 x cm，面积为 S cm²，就有

$$S = x^2 (x^2 = x \times x),$$

这个式子就表示出了正方形的面积和边长之间永远成立的一般关系。

除此之外，关于图形的面积，你们还知道得很多吧？以

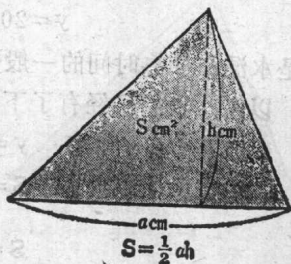
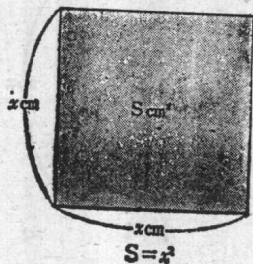


图 3

三角形而言,当底边长为 a cm, 高为 h cm, 面积为 S cm² 时, 其间的一般关系可由下式表出:

$$S = \frac{1}{2} ah \left(\text{即} \frac{1}{2} \times a \times h \right).$$

这就是计算三角形面积的公式。但是, 对此仅仅这样理解还不够, 还必须看到它给出了底边、高、面积之间永远成立的事理, 这种看法很重要。

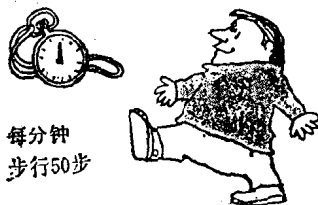


图 4

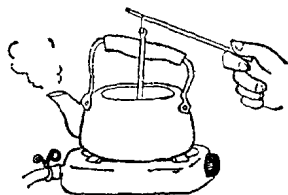


图 5

当每分钟步行50步时, 设 t 分钟走 y 行, 其间的一般关系式为

$$y = 50t.$$

今有 20°C 的水, 按照每分钟温度升高 1.5°C , 把水加热。设 t 分钟后水的温度为 $y^{\circ}\text{C}$, 则式子

$$y = 20 + 1.5t,$$

就是水温和加热时间的一般关系。

以上, 我们已经有了下列诸式:

$$y = 0.76x,$$

$$S = x^2,$$

$$S = \frac{1}{2} ah,$$

$$y = 50t,$$