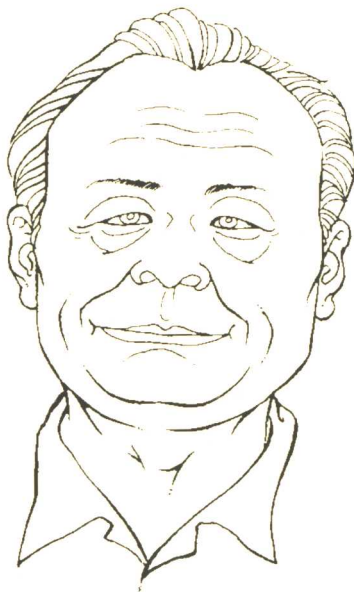


院士数学讲座专辑

MINHUA  
SHUXUE  
漫话数学

—— 张景中院士、任宏硕教授献给中学生的礼物

最新版



张景中  
任宏硕 著

ZHANGJINGZHONG RENHONGSHUO ZHU

中国少年儿童出版社

中国科普名家名作

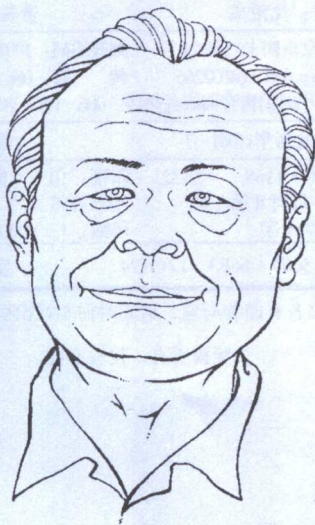
院士数学讲座专辑

# 漫话数学



张景中院士、任宏硕教授献给中学生的礼物

最新版



张景中  
任宏硕 著

中国少年儿童出版社

中国  
科学  
名家  
名作

## 图书在版编目 (CIP) 数据

漫话数学 / 张景中, 任宏硕著. —北京: 中国少年儿童出版社, 2003.8

(院士数学讲座专辑)

ISBN 7-5007-6683-1

I. 漫… II. ①张…②任… III. 数学-少年读物 IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第039642号

## MANHUA SHUXUE



出版发行: 中国少年儿童出版社

出版人:

---

作者: 张景中 任宏硕	装帧设计: 田家雨
责任编辑: 陈效师 许碧娟	美术编辑: 颜雷
责任校对: 沈浚成	责任印务: 宋世祁

---

社址: 北京东四十二条21号 邮政编码: 100708  
电话: 086-010-64032266 传真: 086-010-64012262  
24小时销售咨询服务热线: 086-010-84037667

---

印刷: 河北新华印刷一厂 经销: 新华书店

---

开本: 850×1168 1/32	印张: 10	插页: 1
2003年8月河北第1版	2003年8月河北第1次印刷	
字数: 197千字	印数: 1—8000册	

---

ISBN 7-5007-6683-1/O·74 定价: 14.00元

图书若有印装问题, 请随时向本社出版科退换。

版权所有, 侵权必究。

# 目 录

---

---

第一章 从计算机说起 .....	1
计算机的“绝活”是什么 .....	1
计算机是怎样工作的 .....	3
数学的野心 .....	6
不当数学家 .....	8
关于科普读物 .....	12
第二章 数是什么 .....	16
古代的数字 .....	16
记数法 .....	17
有没有更简单的记数方法 .....	19
负数 .....	21
度量衡与分数 .....	22
无理数的诞生 ( $\sqrt{2}$ 之谜) .....	23
虚数不虚 .....	24
数系巡礼 .....	27
实数连续性的奥秘 .....	29
第三章 运算的规律 .....	31
什么是运算 .....	31

---

---

---

---

为什么 $-(-a) = a$ .....	32
能交换与不能交换 .....	32
代数运算的三个级别 .....	33
<b>第四章 怎样才能算得快</b> .....	<b>34</b>
两位数加减法的心算 .....	34
两位数平方的速算 .....	35
两位数乘法的速算 .....	36
接近 10、100、1000、10000 的数的	
乘法速算 .....	38
除法的速算 .....	40
<b>第五章 对数、算尺与算图</b> .....	<b>42</b>
用尺子算加减法 .....	42
尺子也能做乘除法 .....	43
对数的发现 .....	44
形形色色的算图 .....	46
<b>第六章 恒等式与方程</b> .....	<b>50</b>
等式不一定真的相等 .....	50
千变万化的 0 .....	51
鸡兔同笼与二元一次方程 .....	52
用消元法解多元一次方程组 .....	53

---

---

---

---

用二元一次方程解一元二次	
方程 .....	55
卡丹公式的故事 .....	55
两位早逝的天才——阿贝尔	
与伽罗瓦 .....	58
求代数方程根的数值方法 .....	60
地下水管的检修与方程求根 .....	62
代数基本定理与数学王子高斯 .....	63
贾宪三角 .....	65
小高斯的算法 .....	66
堆垛计算与高阶等差数列求和 .....	67
废钢铁回收与等比数列求和 .....	68
恒等式能举例证明吗 .....	70
<b>第七章 不等式与近似计算</b> .....	<b>72</b>
近似与精确 .....	72
不等式的妙用 .....	73
不等式与连分数 .....	74
连分数与闰年 .....	78
定位 .....	79
洗衣服与平均不等式 .....	81

---

---

---

平均不等式种种 .....	84
<b>第八章 几个重要的数 .....</b>	<b>89</b>
圆周率 $\pi$ .....	89
复利计算与自然对数的底 $e$ .....	92
奇妙的黄金数—— $\phi$ .....	95
<b>第九章 不定方程与同余式 .....</b>	<b>99</b>
百钱买百鸡 .....	99
元旦是星期几——同余式 .....	100
韩信点兵与中国剩余定理 .....	101
中国剩余定理帮了电脑的忙 .....	103
勾股数 .....	107
费尔玛大定理——会生金蛋 的鸡 .....	108
<b>第十章 集合的概念与运算 .....</b>	<b>112</b>
集合——无所不在的角色 .....	112
“白马非马”与“不能吃 水果” .....	113
集合的并——“ $1 + 1 \neq 2$ ” .....	114
集合的交——花生米上的 球面曲线 .....	115

---

---

笛卡儿积——扑克牌与电	
影票 .....	116
“屈指可数”是多少——有限	
集的子集 .....	117
包含与排除的公式——容斥	
原理 .....	119
补集与对偶律——盘查库存	
就知道消耗 .....	120
<b>第十一章 关系、映射与</b>	
<b>等价</b> .....	122
什么是关系 .....	122
关系和图 .....	123
有序和无序 .....	126
映射与分类 .....	130
抽屉原则 .....	131
拉姆赛理论 .....	132
<b>第十二章 无穷集的奥秘</b> .....	134
伽利略的难题与康托尔的	
回答 .....	134
希尔伯特的旅店 .....	135

---



---

---

分数排队 .....	136
实数比有理数多 .....	137
一截线段上的点和整个空间的点	
一样多 .....	138
<b>第十三章 逻辑与推理 .....</b>	<b>140</b>
命题——不是错的，就是	
对的 .....	140
只有 0 与 1 的算术和代数 .....	141
推理的法则 .....	143
逻辑代数与开关电路 .....	145
<b>第十四章 变量与函数 .....</b>	<b>147</b>
变量和常量 .....	147
函数概念——算得出与算	
不出 .....	148
长度、面积与体积 .....	149
一个孩子怎能拉住一头牛 .....	151
振动与波 .....	153
正弦函数面面观 .....	154
初等函数类 .....	156
表示函数的方法 .....	157

---

---

---

---

函数的脾气 .....	158
<b>第十五章 极限与连续性 .....</b>	<b>160</b>
无穷小之谜 .....	160
捕捉无穷小——严格定义它 .....	161
数列的极限 .....	163
函数的极限 .....	165
你为什么认识你的朋友——函数	
连续性 .....	166
连续函数的介值定理 .....	168
两块蛋糕的平分问题 .....	169
<b>第十六章 微分及其应用 .....</b>	<b>172</b>
飞矢不动与瞬时速度 .....	172
切线的奥妙——一个点怎样决定	
直线 .....	174
节约的数学与导数 .....	175
求函数导数的方法 .....	178
函数值的计算——台劳公式 .....	180
<b>第十七章 积分及其应用 .....</b>	<b>183</b>
面积之谜 .....	183
抛物线下的面积 .....	184

---

---

---

---

从割圆术到不可分量 .....	186
定积分——用极限概念代替不可 分量 .....	188
体积的计算与祖暅原理 .....	190
圆锥的体积 .....	192
牛顿—莱布尼兹公式 .....	193
求体积的万能公式——拟柱体 公式 .....	195
<b>第十八章 直尺和圆规</b> .....	<b>199</b>
理想化了的作图规则 .....	199
规尺作图不可能问题之一 ——立方倍积 .....	201
用蔓叶线解立方倍积问题 .....	203
规尺作图不可能问题之二 ——三等分角 .....	205
用蚌线解决三等分角问题 .....	207
规尺作图不可能问题之三 ——圆代方 .....	209
圆规直尺能干些什么 .....	211
等分圆周与正多边形作图 .....	213

---

---

---

规尺作图的限制与推广 .....	214
单规作图 .....	215
生锈的圆规 .....	220

## 第十九章 数学推理的常用

方法 .....	231
构造法——百闻不如一见 .....	231
反证法——以子之矛，陷子 之盾 .....	233
数学归纳法——顺藤摸瓜，由近 及远 .....	235
枚举法——尽掘七十二疑冢 .....	238
相似法——按图索骥，了如 指掌 .....	241

## 第二十章 形形色色的

悖论 .....	244
毕达哥拉斯悖论 .....	244
芝诺悖论 .....	245
伽利略悖论 .....	245
公孙龙悖论 .....	245

---

---

---

先有鸡还是先有蛋 .....	246
贝克莱悖论 .....	246
秃头悖论 .....	248
说谎者悖论 .....	249
理发师悖论 .....	250
预言家悖论 .....	252
理查德悖论 .....	252
意外的考试 .....	253
<b>第二十一章 概率与统计 .....</b>	<b>255</b>
概率与统计 .....	255
抛掷硬币的游戏——如何 寻找概率 .....	256
新弹坑与旧弹坑——独立 事件 .....	258
“碰运气”的骗局——随机变量 与数学期望 .....	260
为什么答案不同——条件 概率 .....	262
关于弦长的概率怪论 .....	264
事件空间与概率的公理化	

---

---

---

---

定义 .....	266
平均年龄的笑话 .....	268
苹果的味道如何——抽样	
检验 .....	270
池塘里有多少鱼 .....	271
“中立原理”的谬误 .....	272
概率论与情报 .....	274
秘书问题——停止规则 .....	275
保险数学 .....	277
<b>第二十二章 密码学</b> .....	<b>279</b>
什么是密码 .....	279
密码方案 .....	280
破译密码 .....	282
公钥密码 .....	285
同余类 .....	292
单向函数 .....	298
RSA 体制 .....	301

---

---

## 第一章 从计算机说起

### 计算机的“绝活”是什么

现在计算机已经普及了。许多同学都会操作计算机,没有操作过的也都看过别人怎样操作计算机。最幼小的孩子也都听说过计算机的本领:计算机会加减乘除,会自动解题,还会画画;如果把计算机安在机器人的头上,它还会干活;如果把计算机安在导弹的头上,它还会自动寻找目标……计算机的确了不起。

那么,计算机为什么会有这么大的本领?它真正的奥秘是什么?我们的回答是:计算机的奥秘就是一个“快”字。听了这个回答,许多人不以为然,觉得“快”算不得什么真本领——马比人跑得快,可是马的本领没有人大。

下面,让我们举个例子说明,“快”就能做出惊人的事。一个学生叫李明,他带了300元钱到市场上去买光盘。别人告诉他,这个市场上小偷很多。于是他始终小心谨慎地把手插在裤兜里握着钱。走着走着,一只小虫子碰了他的眼角一下,李明抬手揉一下眼睛的工夫,兜里的钱没了。李明此行虽然没有买到光盘,却体验了“快”的威力。

当然这个例子是个玩笑,可是玩笑中往往包含着许

多道理。下面是一位物理学家的玩笑。他说“快”可以让历史重演。大多数人听了都会觉得这位物理学家是在侃大山,吹牛皮。不过在责怪他之前,我们最好先听听他的故事。

譬如我们现在想看看古代原始人的居住环境和生活动态,怎么办呢?原始人并不知道现代的商店里可以买到摄像机,他们也就没有为我们后代留下一个镜头。时至今日,到哪里去为原始人拍摄镜头呢?

摄像机拍摄景物的过程是这样的:先由太阳(或其他光源)把光线射到景物上,经过反射,景物上的反射光线到达摄像机上,于是在摄像机磁带上留下了明暗和色彩各异的图像。当时,原始人的面前虽然没有架着一台摄像机,而从他们身上反射出来的光线总还是有的,而且这些反射光在太空中沿着直线一直还在传播着。如果某个记者拥有一艘超光速的飞船,派他去追赶那些光线,跑到那些光线的前面,架起摄像机,就能把古代原始人的镜头拍摄下来。通过电台一播放,大家就可以看到我们老祖宗当时的生活片断了。

这也是一个玩笑,因为人类至今还没有发现比光更快的速度,更谈不到造一艘超光速的飞船了。然而这至少让我们品味到“快”会产生许多我们意想不到的结果。

下面举一个走迷宫例子。人家给你设计了一个迷宫,也许你走了一个多钟点还走不出来,甚至整整走了一天,由于过度的疲劳而认输。但是,计算机却可以在几秒钟内就走通。计算机是怎么走的呢?随便你怎么画迷宫,画出来的通道和叉口总是有限的。计算机用的是最笨的方法:它把所有可能的叉口和路径都走了一遍,最后



终于从某条路径走通了。表面上,计算机给人的印象是有“灵”性(即智能性)。当它宣告胜利的时候,知根知底的人并不佩服它的聪明,却佩服它的速度。

通过这些故事和例子,也许在你的脑子里已建立起一个新概念:只要速度快到一定的程度,天下许多难事也是有希望解决的。

### 计算机是怎样工作的

虽然计算机的速度非常快,但是它毕竟是个死的東西,要它干活,你就必须告诉它怎么干。例如一台电脑的屏幕横向有 640 个点,纵向有 400 个点。若把屏幕看作直角坐标系的第一象限,为了与通常的直角坐标系完全一致,我们把原点定在左下角处。屏幕的最下面一行叫做第 0 行,最上面一行叫做第 639 行;屏幕最左列叫做第 0 列,最右列叫做第 399 列。现在想画一个圆周的四分之一部分,圆心定在左下角的原点处,其坐标是(0,0),半径定为 80 个点,颜色定为红色。要画这样的圆周,你就得告诉计算机,在屏幕的第几行第几列的交叉点处显示一个红点,而且你至少得告诉它近 120 个点的位置。

如果我们有工夫跟计算机说 120 句话,恐怕我们自己用圆规早就把这个圆周画出来了。计算机显亮点的动作虽然快,但它老得在那里等着我们说话。能不能把计算机速度快的特点进一步利用起来,把我们跟它说的 120 句话也由计算机来替我们说呢?

设圆周上点的坐标是 $(a, b)$ ,假定现在从圆周的北极点逆时针方向画一小段圆周。首先北极点的坐标为