

传统文化

数学机械化

傅海伦著



科学出版社
www.sciencep.com

传统文化与数学机械化

傅海伦 著

本书为教育部省属高校人文社科重点研究基地
山东师范大学齐鲁文化研究中心资助项目

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书从传统文化角度探讨中国的数学机械化思想,全面阐述数学机械化的算法程序、发展过程和应用价值。书中对中西古代数学文化进行了比较研究,着重分析了齐鲁文化的特点及其对数学机械化的影响。本书还对中国古代算法的教育价值进行了挖掘、提升,对指导当前的数学教育具有重要意义。本书适于科学史工作者、文化史工作者和相关专业的大学生、研究生阅读,同时也可作为从事数学史、数学教育研究与教学的专业人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

传统文化与数学机械化 / 傅海伦著 .—北京 : 科学出版社 ,2003

ISBN 7-03-011397-7

I . 传 … II . 傅 … III . 数学理论 - 计算机辅助计算 IV .01-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 031919 号

责任编辑: 孙国平 / 责任校对: 柏连海

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 张 放

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮编: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003 年 7 月第 一 版 开本: 850 × 1168 1/32

2003 年 7 月第一次印刷 印张: 6 5/8

印数: 1—2 500 字数: 175 000

定价: 16.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(三各))

序

中国传统数学是中国古代最为发达的基础学科之一，自公元前3世纪到14世纪初的1700余年中居于世界数学先进水平，在中国和世界文明史上占有重要地位。

中国传统数学的发展有高潮有低潮。现存最早的中国数学著作是20世纪80年代在湖北张家山汉墓中出土的《算数书》，而最重要的，影响中国和整个汉字文化圈数学约2000年的数学经典则是《九章算术》。前者基本上是秦与先秦完成的，后者的主体及主要成就也是在先秦创造的，而其编定者是西汉的张苍（公元前？～前152）、耿寿昌（公元前1世纪）。战国是封建制度取代奴隶制度的社会大变革时期。秦汉是封建社会发展的初级阶段，奠定了中国作为一个统一国家在体制、事功、疆域、物质文明和思想文化等方面的基础，奠定了中华民族的文化心理结构。战国、秦、汉也是中国传统数学的奠基时期，产生了《算数书》、《九章算术》等数学著作及以数学方法解释盖天说宇宙结构的数理天文学著作《周髀算经》，中国数学迎来了第一个高潮。《算数书》与《九章算术》的主体采取术文（算法）统率例题的形式，其中的分数四则运算法则、比例和比例分配算法（今有术和衰分术）、盈不足术（盈亏类问题解法）、开方术、方程术（线性方程组解法）和正负术（正负数加减法则）、解勾股形等都领先其他文化传统几个世纪，甚至上千年。《九章算术》确立了中国传统数学的基本框架和风格，同时，它的编纂标志着世界数学研究的中心从地中海沿岸的古希腊转移到了太平洋西岸的华夏大地，标志着数学从研究空间形式的几何学为主转变为研究数量关系的算术和代数学为主，也标志着数学由以演绎

逻辑为主的公理化倾向转变为以归纳逻辑与演绎逻辑相结合的算法倾向。《九章算术》中没有任何推导和证明,这是其严重缺点。这当然不是说当时根本不存在推导和证明。事实上,《算数书》与《九章算术》中的许多算法相当复杂,没有某种形式的推导和证明,是不可能得出这样的算法的:从刘徽《九章算术注》(公元 263 年)中“采其所见”者所透露的信息看,这类推导和证明是确实存在的,只是它们是以类比和归纳推理为主的,也辅以演绎推理。然而,在经世致用的传统思想指导下,编纂者不重视这些我们认为十分宝贵的东西,将其统统删去。

东汉末年至三国,中国封建社会进入一个新的阶段,烦琐的两汉经学和谶纬迷信退出历史舞台,思想界盛行以谈三玄(《周易》、《老子》、《庄子》)为中心辩难之风,秦汉时期被视为异端的墨家也受到重视。数学知识的积累,以及思想界辩难之风和墨家思想的影响,促使魏数学家刘徽撰《九章算术注》。他“析理以辞,解体用图”,提出了许多严格的数学定义,以演绎逻辑为主全面证明了《九章算术》的算法和公式,奠定了中国传统数学的理论基础。他创造了若干新的方法,尤其是对圆面积公式和刘徽原理的证明中,在世界数学史上首次将极限思想和无穷小分割方法引入数学证明,他提出的割圆术和“求微数”的思想奠定了中国的圆周率计算领先世界数坛千余年的基础,而解决多面体体积理论的刘徽原理实际上在考虑 20 世纪数学大师希尔伯特的第三问题所涉及的内容。这表明中国数学进入了第二个高潮。南朝宋齐间祖冲之(429~500)的《缀术》是一部比刘徽《九章算术注》更高深的著作,可惜隋唐算学馆的学官“莫能究其深奥,是故废而不理”,遂失传。目前我们知道的只是祖冲之父子在刘徽的基础上推进的两项成就。

自唐中叶起,随着农业、手工业和商业的大发展,中国封建社会出现许多新的因素,到宋元时期,发展得更加完备。同时,虽然出现了程朱理学,但尚未取得统治地位,思想界比较宽松。中国古

代科学技术发展到一个新的高峰。宋元数学是中国筹算数学的最高潮。北宋贾宪(11世纪上半叶)、南宋秦九韶(1202? ~ 1261?)、金元李冶(1192 ~ 1279)、元朱世杰(13世纪下半叶、14世纪初)等数学家创造贾宪三角、增乘开方法、天元术(设未知数列方程法)、四元术(多元高次方程组解法)、大衍总数术(一次同余式组解法)、垛积术(高阶等差级数求和法)和高次招差法等,取得了超前其他文化传统几个世纪的成果,有的甚至是欧洲大数学家在18、19世纪才通晓的。另一方面,人们改进筹算乘除捷算法,杨辉(13世纪下半叶)、朱世杰等总结了这类口诀,导致新的计算工具珠算盘的产生,最后完成中国计算工具的改革。

中国传统数学以算法为中心,数学理论密切联系实际,这是中国数学史学科的奠基者李俨(1892 ~ 1963)、钱宝琮(1892 ~ 1974)早已指出的。而认识到中国传统数学的算法具有强烈的程序化、机械化的特点,则主要是吴文俊先生的贡献。他自己就是受到中国传统数学中程序化、机械化思想的启发,而开辟了数学机械化研究方向的。众所周知,吴先生在这一方向的研究上取得了杰出的举世瞩目的成就。机械化、算法化倾向的增长,是20世纪后半叶以来数学发展的重要特征之一。

20余年来,中国数学史界虽有许多学者在不同程度上关注中国传统数学算法的程序化、机械化问题,可是缺乏全面系统的论述。虑及此,傅海伦在开始博士论文研究时,我建议他以《中国传统数学机械化思想》为题。这一方面是因为该课题有利于他毕业后进一步开拓研究工作;另一方面则是他在研究费用上得到了吴文俊先生的帮助。原来在1996年,我正在考虑傅海伦的博士论文做什么题目的时候,接到中国科学院系统科学研究所科研处的一封信,云他们科研处有我2000元人民币,询问如何转给。我摸不着头脑,打电话问是怎么回事。答云:“有一青年学者拜访吴先生时,谈到数学史界科研经费困难。吴先生想从他的科研经费中拨

出10 000元,资助你和另外4位数学史工作者,向科研处怎么办“我们建议以“科研合作”的名义资助。吴先生的帮助真是雪中送炭。因为当时傅海伦做博士论文的经费还没有着落,我当即决定将吴先生的资助全部用于傅海伦做博士论文,并与傅海伦商量,将论文题目定为与吴先生的研究方向有关的《中国传统数学机械化思想》,以符“科研合作”之实。

现在,傅海伦博士将其博士论文增补为《传统文化与数学机械化》出版,是一件有益的事。本书考察了中国传统数学产生机械化思想的计算工具、记数制度以及算法基础,指出变换技术和改进算法是数学机械化的核心内容,并对数学机械化与《周易》的关系做了剖析。本书在前人工作的基础上比较全面系统地探讨了中国传统数学框架的确立、数学理论的奠基、筹算数学的高潮等三个阶段的数学机械化思想的特点,对一些典型的一直在世界上领先的计算程序做了深入分析,揭示了它们的算法结构,编制了现代计算机语言,有许多创造性见解。对数学史界争论不休的秦九韶“求定化约”法的诠释,以及以位置化代数的观点重新审视天元术,以有向化方法解释四元术,等等,亦可成一家之言。本书考察了儒学的经世致用思想对数学机械化思想的影响,并从数学文化的角度分析了中西分别形成演绎逻辑倾向与机械化算法倾向的原因,在中国数学史研究中别开生面。这既是一部有创建的学术著作,又是适宜于中等以上文化程度的人们学习中国数学史知识的有益读物。

当然,本书的研究还是初步的,许多问题有待于深入,有的看法还会有不同意见。无论如何,本书是关于这个问题的一个良好开端。



2002年12月

于中国科学院自然科学史研究所

前　　言

本书是我在博士论文《中国传统数学机械化思想》的基础上补充、完善而成的,从论文写作到该书的定稿,都得到了我的导师郭书春研究员的关怀和悉心指导。回顾我在中国科学院自然科学院史研究所攻读博士学位的三年岁月,真是感慨万千。郭老师较早给我定下来论文的题目,说是之所以选取了与吴文俊先生的研究方向有关的课题,是因为我有幸在研究经费上得到了吴先生的资助。我当时深感这个题目的分量和心里承受的压力,主要是担心自己才疏识短,不能胜任这个课题的研究而愧对前辈的厚望。我在正式写作前,曾将论文的构思及一些想法随郭老师一起向吴老作了汇报,吴老十分高兴,他在鼓励我研究好这个课题的同时,也提出了一些意见。吴老的鼓励和教导成了我以后学习和研究的动力。我在写作及论文答辩过程中,还承蒙李文林研究员、刘钝研究员、王渝生研究员、何绍庚研究员、李迪教授、李兆华教授五位老师的多方指教。师兄邹大海副研究员不仅慨然提供私人藏书,而且主动帮助我解决了许多学习中的困难。韩琦、田森、汪晓勤、乌云其其格等众多学友也给了我不少鼓励和关照。在此特表示衷心感谢。

到山东师范大学工作以来,平时有繁重的教学任务,但我一直没有放弃对中国传统数学机械化思想的进一步研究与学习,特别是受源远流长的齐鲁文化的影响,我开始对山东古代数学家的工作,特别是在数学机械化的贡献方面有了更浓厚的兴趣,这促使我进一步探讨齐鲁文化与数学机械化的关系。2001年8月,在灵岩寺召开的学校研究生培养工作会议期间,我有机会将自己近年来的科研情况及将来工作的设想向山东师范大学副校长、齐鲁文化

研究中心主任王志民教授作了汇报，王校长很感兴趣，并鼓励我申报教育部省属高校人文社科重点研究基地——山东师范大学齐鲁文化研究中心的科研课题。当“传统文化与数学机械化”作为该研究中心重点课题正式立项后，我就着重从传统文化特别是齐鲁文化对中国古代数学机械化的作用与影响出发，特别关注了齐鲁地区数学家的数学机械化思想及形成原因。最后，我将近年来的一些工作整理、充实，把原来的博士论文增补为《传统文化与数学机械化》。该书的出版得到了齐鲁文化研究中心各位领导和老师的大力支持，得到了该研究中心和山东师范大学出版基金的资助。在本书即将付梓之际，我要特别感谢山东师范大学齐鲁文化研究中心的王志民教授、魏健教授和朱亚飞教授，正是由于他们的关怀、支持和帮助，才使我较好地完成本课题的研究任务，并使该书得以顺利出版。

由于我正在主持国家自然科学基金委数学天元青年基金科研项目——“中国传统数学机械化原理、方法与现代发展”的研究，本书的出版也是这个科研项目的研究成果。同时本书还是我的“山东省高校第五批中青年学术骨干”三年计划任务以及“山东省优秀中青年科学家科研奖励基金”所列项目的主要研究内容，该书的出版也得到了以上科研项目基金的资助。

本书试图从数学史的内史与外史相结合的角度全面系统地研究中国传统数学机械化思想，探讨数学机械化思想的产生、发展过程和现代进展，着重分析中国传统数学中代表性的算法机械化程序特点，并在对传统文化、思维方式剖析的基础上，试图从中西古代数学文化的差异比较方面揭示中国传统数学机械化思想及形成原因。书中注重研究了以刘徽为代表的齐鲁地区中国古代数学家的数学机械化工作，重视以齐鲁文化为背景，分析论述传统文化对数学机械化的作用和对数学家思想的影响。该书中的不少内容已经发表在《自然辩证法研究》、《自然辩证法通讯》、《古籍整理

学刊研究》、《科学技术与辩证法》、《大自然探索》、《数学教育》(香港)、《数学传播》(台湾)、《科技导报》、《自然杂志》、《教育史研究》、《数学教育学报》等学术刊物上。

数学史与数学教育结合的问题,是我一直关注并致力于研究的课题方向。2002年我申请到了教育部青年专项课题项目——“数学史在数学教育中的应用研究”(EHA010449)。我在对中国传统数学机械化思想的研究过程中,深刻体会到不少中国传统的算法对现代的数学教育和教学有重要的指导意义和借鉴价值。因此,本书中选取的一些章节如“盈不足算法的现代教育意义”、“从RMI原理看盈不足的构造及算法程序”、“贾宪三角的教育价值”、“四元筹式布列的有向化方法”等,都是我在该专项课题研究中的成果。

我在写作过程中,参阅了许多科技史、科学哲学与数学史方面的论著和文献资料,也吸收了不少前辈及同仁近年来的研究成果,在此表示诚挚的感谢。由于本人学陋识薄,在研究过程中深感还有一些问题没有解决,书中也一定有不少疏漏及错误之处,恳请各位前辈、同仁和读者批评指正。

本书在出版过程中得到了科学出版社孔国平编审的大力支持和帮助,我的研究生李文婧、聂力也帮我校阅了部分书稿,在此一并表示感谢。

傅海伦

2003年3月18日

于山东师范大学

目 录

序	郭书春(i)
前言	(v)
第 1 章 导论	(1)
第 2 章 数学机械化思想的产生和发展	(6)
2.1 机械化、数学机械化及其特征	(6)
2.2 数学机械化思想的起源	(8)
2.3 数学机械化思想的产生和发展	(9)
第 3 章 中国传统数学机械化思想的基础	(24)
3.1 中国传统数学机械化的“硬件系统”	(24)
3.2 中国传统数学机械化的“软件系统”	(28)
第 4 章 经典《九章算术》中的数学机械化思想	(33)
4.1 分数运算法则中的机械化程序	(34)
4.2 “方程”之模型构造及演算程序	(38)
4.3 开方算法程序系统	(42)
4.4 从 RMI 原理看盈不足的构造及算法程序	(52)
4.5 盈不足算法的现代教育意义	(53)
第 5 章 齐鲁文化与数学家刘徽	(56)
5.1 刘徽对数学机械化程序的贡献	(56)
5.2 圆面积公式与圆周率究竟是怎样推求的	(68)
5.3 刘徽的几何构造与数学证明	(76)
5.4 “为数学而数学”——刘徽科学价值观	(80)
5.5 刘徽成长的思想文化背景	(89)

5.6	齐鲁文化造就了刘徽	(95)
第6章	贾宪的数学机械化思想	(101)
6.1	“贾宪三角”的构造程序和开高次方法	(101)
6.2	增乘开方法——累乘累加的机械化算法	(104)
6.3	贾宪数学机械化思想的地位	(106)
6.4	“贾宪三角”的现代教育价值	(108)
第7章	秦九韶对数学方法程序化的追求	(113)
7.1	对一般数字高次方程解法程序的完备	(113)
7.2	建立一般线性方程组严整规范的算法	(118)
7.3	秦九韶一次同余式组完整解法程序的建立	(120)
7.4	明代数学家黄宗宪对求乘率程序的改进	(137)
第8章	中国位置化代数与天元开方运算程序	(140)
8.1	中国位置化代数的确立	(140)
8.2	李冶对天元术一般化程度的提高	(143)
第9章	多元高次方程组解法程序的机械化	(146)
9.1	四元筹式布列的有向化方法	(146)
9.2	四元术的消法程序的机械化	(148)
9.3	对四元消法程序的几点讨论	(152)
9.4	一般高次方程组消法程序框图及意义	(154)
第10章	从筹算文化到珠算文化	(156)
10.1	中国的珠算文化的兴起	(156)
10.2	从数学的机械化特征看珠算及其发展	(158)
10.3	电子计算机是珠算模型的发展	(159)
第11章	儒家文化与数学机械化	(163)
11.1	“经世致用”与数学机械化	(163)
11.2	《周易》筮法对传统数学机械化程序的影响	(166)
11.3	《周易》与中国古算机械化的文化启示	(171)
第12章	中国传统思维与数学机械化	(173)
12.1	位置思维与数学机械化	(173)

12.2	构造性的思维方式与数学机械化	(178)
第 13 章	从中西文化传统比较看数学机械化	(185)
13.1	中西古代数学文化史的意义比较	(185)
13.2	中国传统数学机械化的文化价值观	(189)
13.3	评价模式和价值标准	(191)
参考文献	(195)

第1章 导 论

贯穿在整个数学发展历史过程中有两个中心思想:一是公理化思想,二是机械化思想。公理化思想导源于古希腊数学,约公元前3世纪的《几何原本》是建立在公理化体系上的数学典范,也是公理化思想的滥觞,在现代数学尤其是纯粹数学中占据着统治地位^①。中国古代数学却表现出与西方数学明显不同的知识体系和思想方法,总的来说,中国古代数学乃是机械化体系的代表,其思想着眼点就在于“机械化”^②。与古希腊及其延续的数学公理化的传统相对应,从问题出发,以解决实际问题为目的,建立算法的机械化则是中国古代数学研究的传统。我国当代著名数学家吴文俊先生通过长期深入研究和全面考察中国数学史,总结出中国数学传统的机械化思想。吴先生在《〈九章算术〉及其刘徽注研究》序中说:“我国的古代数学基本上遵循了一条从生产实践中提炼出数学问题,经过分析综合,形成概念与方法,并上升到理论阶段,精炼成极少数一般性原理,进一步应用于多种多样的不同问题。从问题而不是从公理出发,以解决问题而不是以推理论证为主旨,这与西方之以欧几里得几何为代表的所谓演绎体系旨趣迥异,途径亦殊。由于形形色色的问题往往归结为方程求解,因而方程求解就成为中国传统数学《九章》以来发展中的一条主线。这与西方数学之以定理求证为中心者正相对照……我国传统数学在从问题出发以解决问题为主旨的发展过程中建立了以构造性与机械化为其特色的算法体系,这与西方数学以欧几里得《几何原本》为代表的所谓公理化演绎体系正好遥遥相对。《九章》与《刘注》是这一机械化体系

^① 吴文俊,吴文俊文集,山东教育出版社,第298页,1986年。

^② 吴文俊,吴文俊文集,山东教育出版社,第98页,1986年。

的代表作,与公理化体系的代表作欧几里得《几何原本》可谓东西辉映。”吴文俊先生正是在我国古代数学机械化思想与成就的启发和鼓舞下,在数学机械化方面取得举世瞩目的成就。正如他说的:“经过对中国古代数学学习的触发,结合着几十年来在数学研究道路上探索实践的回顾与分析,终于形成了这种数学机械化的思想。这种思想一旦形成,就自然地化成一股顽强的动力。”^①

数学机械化思想和数学公理化思想分别代表着东西方数学发展的主流,在数学发展史上,总是相比较而存在,具有各自相对独立发展的一面,也有相互联系、相互作用而交叉发展的另一面。首先,从历史来看,数学本来就是沿着两条路线发展的:一条是从希腊欧几里得逻辑演绎体系下来的;另一条是发源于中国,影响到印度,然后影响到世界的数学。东西数学两大体系、两种思想差不多是各自独立发展起来的,在数学漫长的历史中非但没有相互代替,而是以其自身的内容和运行机制表现出各自不同的风格和特点。一般地说,公理化思想着重“封闭式”的理论构建,强调逻辑演绎体系和非构造性思维方式下的“存在”;而机械化思想着重构造性实践,强调“经验”、“发现”和构造性思维方式下从无到有的发明。两种思想各有优势,共同存在,相互补充。由于人们的思维方法本来也不只是单一的模式,东西方数学的两种思想方法分别反映乃至适应了各民族科学文化的特定环境和传统思维方式的不同特点而获得相当程度的独立发展。其次,处于同一思维水平的人们的数学思想在很大程度上又具有内在一致性,这正是我们生活于其中且也属于它的物质世界统一性的一种反映。在希腊有句名言:“规律总是相同的。”人类社会和科学发展到一定程度,总会出现一些相同的东西。建立在机械化思想的数学总是自觉或不自觉地在公理化数学原则的作用下进行研究和探索;而建立在公理化思想的数学中又总存在着机械化数学的因素,“纯净”的机械化数学和公理化数学都是不存在的,这在几何学中尤为突出。在古希腊时代,

^① 吴文俊,吴文俊文集,山东教育出版社,前言,1986年。

对待几何学就有阿基米德和欧几里得的两种不同体系。前者以阿基米德的有关著作为代表,着重研究几何图形的数量特征或其度量,诸如圆周率、球面面积以及抛物线、弓形面积的计算等等;后者以《几何原本》为代表,把数量关系完全排除在外,而单纯追求各种几何事实间的逻辑关系,以此建立起几何公理体系成为演绎推理方法的典范。这两种不同的体系,中国古代几何兼而有之。中国的早期几何学并不仅仅是经验公式的总结而没有论证性质,战国时期墨家的代表作——《墨经》,是在与欧几里得诞生(公元前330年)的同时问世的。《墨经》是我国论证几何学的萌芽,在至今有传本的53篇中的“经上”,记录了许多几何学名词的定义,“经说上”给出各条经文补充说明。墨家后学所作共六篇,其中《小取》是一篇关于逻辑学的完整论文,其中提出墨家逻辑的三个手段:“以名举实,以辞抒意,以说出故。”“名”是概念,“辞”是判断,“说”是推理,很类似演绎数学中的定义、定理和证明。同篇还提到效、譬、侔、援、推等五种推理方法,既有演绎法,又有归纳法和类推法^①。但事实上,墨家的思想并未能发展成为数学的主流。以后中算家的几何学,并不追求逻辑论证的完美,而是着重于实际计算问题的解决,“析理以辞,解体用图”,以建立解决问题的一般方法和一般原则;但另一方面,这种几何学又是以面积、体积、勾股相似等为基本概念,以长方形面积算法、长方体体积算法、相似勾股形的性质为出发点的,整个几何理论建立在“出入相补原理”、“祖暅之原理”、“勾股不失本率原理”及“刘徽原理”等基本原理基础之上。例如,由勾股定理自然地引起平方根的计算问题,而求平方根和立方根的方法,其步骤就是以出入相补原理为几何背景逐步索骥而得。这说明,公理化数学原则在自觉或不自觉地被运用着并随着数学的发展而发展。而古希腊的论证几何到了公元1世纪前后,也产生了一种十分接近于我国占主要地位的计算和代数体系的几何学,这可见于当时的两部著作——《计量术》和《几何学》。希腊和

^① 刘钝,大哉言数,辽宁教育出版社,第66页,1993年。

我国几何学的这种奇妙的交叉发展,充分说明在数学的历史长河中,各学科都是在多种思想和方法的探索中前进的。

不仅如此,从数学有史料为依据的几千年发展过程来看,以公理化思想为主的演绎倾向和以机械化思想为主的算法倾向往往互为消长,各自对数学的发展做出了贡献。一方面,公理化思想为人们认识世界提供了演绎推理的模式和理性证明的手段,从而把数学知识组织成为一个严密的逻辑体系,形成数学理论,对数学乃至科学的发展发挥了巨大作用,以至于现代数学几乎都是按《几何原本》公理化方法建构起来的;另一方面,自公元前3世纪阿基米德之后,希腊数学开始衰落,公元前1世纪《九章算术》的出现,标志着世界数学重心由古希腊让位给中国,数学机械化算法体系成为数学发展的主流。机械化思想作用下的中国传统数学从问题出发以解决问题为主旨,其成果之辉煌,远非同时代世界其他的数学可以相比。机械化的算法内容,提高了解决实际问题的能力,这种理论联系实际的重应用、重计算技术的思想是推动数学发展的动力之一,因而在数学的发展中,这种数学思想具有普遍意义。例如在17世纪分析数学产生之初,就不是靠理论的严格,而是靠实际应用的成功来保证数学的“可靠性”的,因而它获得迅速发展,开创了数学发展的新阶段。对近代数学起着决定作用的解析几何与微积分,实质上都是机械化思想而非公理化思想的产物。现代应用数学就是按应用方向或主要应用的数学模型分类的。把对一个数学定理的证明转化为利用适当算法的一个机械化的计算是现代数学的重要目标之一。不少著名数学家正日益重视计算机的广泛使用和算术化的倾向在纯粹数学中的作用,纷纷转向计算机代数、计算机几何等新兴学科,吴文俊先生在几何定理的机器证明上居于世界前列,其方法被称为“吴方法”。他高瞻远瞩,在《〈九章算术〉及其刘徽注研究》序中指出:“肇始于我国的机械化算法体系,在经过明代以来近几百年的相对消沉后,由于计算机的出现,已越来越为数学家所认识与重视,势必重新登上历史舞台。”同时,他又说:“中国古代算术的思想与方法,正好与现代计算机的使用融合无间,