小学数学教材教法

XIAOXUE SHUXUE JIAOCAI JIAOFA

（增编本）

江苏省无锡师范学校编

一九七八年十月

编 后 说 明

本书在我校1977年10月编写的《小学数学教材教法》一书的基础上，根据部颁《小学数学教学大纲》（征求意见稿）的精神，增编了有关内容。由于时间紧迫，原书部分不及修订，请读者在阅读时将原书及增编部分前后联系，俾能获得一完整的概念。由于我们水平有限，难免有错误及缺点，请读者批评指正。

江苏省无锡师范学校

一九七八年十月

目　录

第一章　整　　数

伟大领袖和导师毛主席教导我们："在复杂的事物的发展过程中，有许多的矛盾存在，其中必有一种是主要的矛盾，由于它的存在和发展，规定或影响着其他矛盾的存在和发展。"整数和整数四则运算是学习算术的基础，也是进一步学习数学及其他自然科学的基础。只有认识了整数，学会了整数四则运算以后，才能进一步学习小数、分数等及其运算方法，因此整数和整数四则运算在算术教学中占有很重要的位置。

第一节　整　数　的　认　识

1. 数的起源和发展

数是怎样产生的呢？恩格斯教导我们："数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。"数和形，是在人类和自然界斗争过程中逐渐产生和发展的数学认识。在社会发展的最初阶段，劳动人民在生产劳动中，例如狩猎、捕鱼、牲畜饲养和劳动工具的制造等等，为了计数这些生产量和分配生活需要量，就逐渐产生了数的概念。

随着人类社会的发展，人们对于数的认识也不断发展。劳动人民在社会实践中，由"数一数"和"量一量"的活动中，形成了"多少"的观念。经过不断的抽象和提炼，产生了突变和飞跃，数被人们了解为物体集合所不可缺少的性质，例如

"一个人""二棵树"，这时数还紧紧地和实物联系在一起，没有从实物中抽象和分离出来。数字的引进是人们对数的认识的重大转折，它标志着"数"已从具体事物中被抽象出来，具有独立的地位。例如为了计算五个手指头、五头牛、五个人、五棵树，以及其他一切五个物体对象时，不考虑这些计数对象的形状、大小、颜色等具体特征，而仅考虑它们在数量上的共性，从而在头脑里形成了数"五"的概念。人们首先认识一、二，以后随着计数的需要从简单到复杂逐渐形成了其他的数的概念，如：一、二、三、四、五等整数。

随着社会生产力的发展，人们学会耕作，为了丈量土地，计算产量，产生了"度、量、衡"制度。恩格斯教导我们："数学是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。"而在实际测量与计算中，其结果不可能全是整数。因此，数的范围便相应地由整数扩展到分数、有理数、实数、复数等。

2. 自然数列及其性质

（1） 自然数和自然数列

人们在数东西时，一、二、三、四、五、……等表示物体个数的每一个数，叫做**自然数**。"一"不但是自然数中最小的一个，而且任何自然数都是由若干个"一"所组成，所以"一"叫做**自然数的单位**。

从一起，顺次加上"一"，就可以顺次得到一、二、三、四五、六，……，这样的一列自然数，叫做**自然数列**。毛主席教导我们："社会实践中的发生、发展和消灭的过程是无穷的，人的认识的发生、发展和消灭的过程也是无穷的。"由于客观事物的

无穷性，数数可以无限地继续下去，所以自然数列是无限的。

（2） 自然数列的性质

自然数列有以下三个重要性质：

① 在自然数列中最前面的一个数是一；

② “一”是自然数的单位；

③ 每一个自然数后面都有一个且只有一个后继数。

由这些性质，可以知道，在自然数列里，每一个自然数都有它自己固定的位置，如果两个自然数在自然数列里占有同一个位置，就说这两个自然数相等，就是同一个数；如果两个自然数在自然数列里占有不同位置，就说这两个数不相等，排在前面的较小，排在后面的较大。

3. 数数原则

数数时有以下的原则：

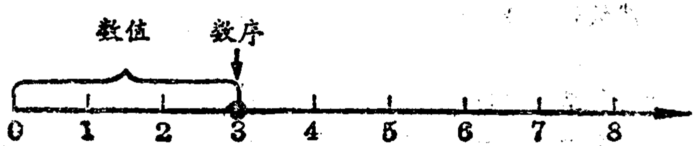
（1） 数东西时，每件东西都要数到，并且只能数一次；

（2） 数东西时，可以用其他东西代替，数的结果不变；

（3） 数的结果与所数物体的次序无关；

（4） 数东西时，最后出现的数就是所数的总数。

一个自然数具有两方面的意义：一方面是表示事物的多少，即用于计数；另一方面是表示事物的次序，即用于编号。用来表示数量多少的数叫做基数，用来表示事物次序的数叫做序数。



4. 零

恩格斯说："零因为是对任何数量的否定，所以不是没有内容的。相反地，零是有非常确定的内容的。"在数东西的时候，什么也没有，我们就说数的结果是"零"。所以零也是一个数。

由于自然数是表示一个或者一个以上客观事物的个数的数，因此，"零"不是自然数。我们把"零"放在"一"的前面，写成零、一、二、三、四、……。这样的数列，叫做**扩大的自然数列**。

零和自然数统称为**整数**。

5. 十进位制的数的读法和写法

毛主席教导我们："人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。"

由于自然数列是无穷的，对于每一个自然数，如果都用一个独立的符号表示它，那是不可能的，也是不必要的，劳动人民在长期劳动实践中不断地总结并创造了现在的读数和记数的方法。

世界各国通用的读数制度是十进位制，十进位制是按照下面的原则来读出自然数的。

（1）十进位制数的读数原则与记数原则

自然数列里最初的十个数，各有一个独立的名称，就是：一、二、三、四、五、六、七、八、九、十。

"一"是自然数的单位。十个一读做"十"；十个十读做"百"；十个百读做"千"；十个千读做"万"；十个万读做

"十万"十个十万读做"百万"；十个百万读做"千万"，十个千万读做"亿"等等。这里的"十"、"百"、"千"、"万"、"十万"、"百万"、"千万"、"亿"等等，都是依次高一级的单位，例如，一个数含有四个千、五个百、九个十和六个一，就读做四千五百九十六；反过来，四千七百零三所表示的数，含有四个千，七个百和三个一。

因为在这种读数制度里，每十个某一单位就组成和它相邻的较高的一个单位，"十"叫做**基础数**，这种以"十"为基础数的进位制叫做**十进位制**。

我们就是根据自然数列最初的十个数的独立名称和各级单位相结合的原则来读出一切自然数的。

在文化发展初期，各个国家各个民族都有各自的记数符号和记数方法。如"六百二十八"，古代罗马记为"DCXXVIII"，我国古代筹算中记为"丅═Ⅲ"。毛主席教导我们："中国是世界文明发达最早的国家之一"。从计数的发展情况来看，现今世界通用的十进位制记数法，有很大的优越性。我国的记数制度早已体现了十进位制原则。

为了便于记数和运算，自然数列里最初的九个数分别用下面的阿拉伯数字来表示：

1，2，3，4，5，6，7，8，9。

此外，还用数字"0"来表示它所在的数位（一个数字在记数中所占的位置）没有数量。

把这些数字和数位结合起来作为记数的依据，这就是**记数原则**。

例如：3035，左边的数字"3"表示三千，而右边的数字"3"则表示三十，"0"表示百位上没有数量，"5"表示有五个"一"。这就是说，在记数当中表示数的每个数字，不

但有它本身的数值意义，并且还有它所占位置的意义。

兹将数位顺序列表如下：

千亿位	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位

根据上面记数的位置原则，我们知道一个数字，例如4，如果记在个位上就表示四个一，如果记在百位上表示四个百，依此类推。

例如，三千零五十二记作3052，百位上没有数量，必须用零来占据数位，否则"3"就成为三百了。

（2） 十进位制数的读法和写法

我国的读数习惯，是四位分级的，如下表：

兆级				亿级				万级				个级			
千兆位	百兆位	十兆位	兆位	千亿位	百亿位	十亿位	亿位	千万位	百万位	十万位	万位	千位	百位	十位	个位

注：在电学方面是以百万为兆。

个级的单位是"个"，万级的单位是"万"，亿级的单位是"亿"，兆级的单位是"兆"，每一级都有个、十、百、千四位。

按照四位分级，读数的法则是：

① 四位以内的数，可以顺着位次，从最高位读起，先读数字再读数位，中间有零的读零（不管有几个零，只读一个零），不读数位，末尾的零和数位都不读出来。例如，64读做六十四；308读做三百零八；7004读做七千零四；2750读做二千七百五十。

② 四位以上的数，可以先从右到左，每四位分级，然后从最高位起，按照①的方法，顺着数位读出各级里的数和相应的级名，但每一级末尾的零通常不读出来，每一级开头或中间的零要读出来。（不管有几个零，只读一个零。）例如1348735读做一百三十四万八千七百三十五；7406000读做七百四十万六千；8060700读做八百零六万零七百；8607002读做八百六十万七千零二。

数的写法：从最高位起，从左到右顺次记出各级各位上的数字，如果某一位没有数量，就记一个“0”，例如，一千三百五十四万零八百七十六记做13540876；九百二十八亿零六千三百记作92800006300。

数位和位数的区别：数位是指个位、十位、百位……等而言的；位数是指二位数、三位数……等而言的。

注：自然数的一般表示方法

例 $278946 = 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10 + 6$。一般地，一个有 $n+1$ 个数位的自然数 A 都可以用下面的形式来表示。

$$A = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \cdots\cdots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \times 10 + a_0$$

式中：a_n、a_{n-1}，a_{n-2}，$\cdots\cdots a_2$，a_1，a_0 等表示各数位上的数字。

6. 二进位制的记数法

（1） 二进位制记数法

除了“十进位制”记数法外，还有“非十进位制”记数

法。例如电子计算机中便采用“二进位制”记数法。

在十进位制记数法中，低位上满十便向高位上进一。因此所用数码是0、1、2、3、……、9，共十个。由此不难懂得，在二进位制中，低位上满二便向高位上进一，所用数码是0、1两个；在三进位制中，低位上满三，便向高位上进一，所用数码是0、1、2三个；依此类推，在n进位制中，低位上满n，便向高位上进一，所用数码是0、1、……、(n－1)共n个。很明显，记数法中没有“一进位制”。

由于人们在文化发展的最初阶段，是借助于两只手的手指来数数的，所以读数记数，都逐步形成了“十进位制”，在使用方面比较方便。但事物总是一分为二的，其他进位制也各有其优点。例如现今电子数字计算机中采用的“二进位制”比用“十进位制”要便利得多。因为它只要用0和1两个数码来表示电流通过或没有通过；脉冲的有无或电位的高低等两种物理状态。同时，二进制的算术运算比十进制的算术运算简单，因此在电子数字计算机里比较容易实现。二进位制同样可以把一切自然数表达出来。十进位制和二进位制的对照表如下：

自然数	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	……
十进位制	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	……
二进位制	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	……

为了与十进制记数法区分，对于非十进制的数，规定在该数的右下角标一个进位制的数码。例如$11001_{(2)}$表示二进位制；$32431_{(5)}$表示五进位制。3759不标明进位制的数就是十进位制。

（2） 十进位制数和二进位制数的互化

记数法中，既有各种不同的进位制，因此如何将十进制的数化成二进制的数，或者把二进制的数化成十进制的数，便有研究的必要了。

例 1 将 391 化成二进制的数。

$$\begin{array}{r|rl}
2 & 391 & \\ \hline
2 & 195 & \cdots\cdots\text{余}1 \\ \hline
2 & 97 & \cdots\cdots\text{余}1 \\ \hline
2 & 48 & \cdots\cdots\text{余}1 \\ \hline
2 & 24 & \cdots\cdots\text{余}0 \\ \hline
2 & 12 & \cdots\cdots\text{余}0 \\ \hline
2 & 6 & \cdots\cdots\text{余}0 \\ \hline
2 & 3 & \cdots\cdots\text{余}0 \\ \hline
 & 1 & \cdots\cdots\text{余}1
\end{array}$$

391中有195个“2”和1个“1”，所以最低位上写“1”。以下类推。

$\therefore\ 391 = 110000111_{(2)}$

例 2 将$1101_{(2)}$化成十进位制的数。

$$\begin{array}{rrl}
 & 1 & \\
\times & 2 & \\ \hline
 & 2 & \cdots\cdots\text{最高位上一个单位相当于次高位上 2 个单位；} \\
+ & 1 & \\ \hline
 & 3 & \cdots\cdots\text{次高位上有 3 个单位；以下类推。} \\
\times & 2 & \\ \hline
 & 6 & \\
\times & 2 & \\ \hline
 & 12 & \\
+ & 1 & \\ \hline
 & 13 &
\end{array}$$

$\therefore\ 1101_{(2)} = 13$

在实际计算时常采用以下方法：

$$1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$
$$= 8 + 4 + 0 + 1$$
$$= 13$$

为了比较十进位制和其他进位制的数位与单位1的关系，列成下表：

数位次序	……	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位
十进位制	……	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	10^0
二进位制	……	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	2^0
n进位制	……	n^8	n^7	n^6	n^5	n^4	n^3	n^2	n	n^0

注：任何不为零的数的零次方，规定为1。

即 $10^0 = 1$， $2^0 = 1$， $n^0 = 1$。

从上面的比较表我们可以看出各种进位制的数，可以表达为以下的形式：

$3752 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 5 \times 10 + 2$

$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 = 11$

同样，对于五进制也可以用上面的方法计算，如：

$3212_{(5)} = 3 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 1 \times 5 + 2 = 432$

这样，我们就可以很快地把非十进位制的数化成十进位制的数。

练　习　一

1. 在自然数里，排在下列各数后面的第一个数各是什么数？

(1) 三万四千七百零九　　(2) 七十万零九百九十九

2. 在自然数列里，排出下列各数前面的第一个数各是什么数？

(1) 三万八千零四十　　(2) 一亿

3. 用阿拉伯数字写出下列各数：

(1) 我国发展国民经济的第一个五年计划规定，在1953年到1957年内国家对于经济事业和文化教育事业的支出总数是七百六十六亿四千万元。

(2) 1972年我国粮食总产量是四千八百亿斤。

(3) 1972年钢产量是二千三百万吨。

4. 读出下列各数：

(1) 8347562　　(2) 60340058190

(3) 156506009　　(4) 740040000000

5. 说出下列各数各是多少个十万、万、千、百、十和一组成的，并且把它们在算盘上表示出来：

(1) 6245；　(2) 10843；　(3) 604079。

6. 把下面的数各添上三个百，它们的写法发生了什么变化？

(1) 原数百位上的数是5；

(2) 原数百位上的数是7，千位上的数是3。

7. 任意写出一个适合下面条件的数：

(1) 百位上的数字是零的五位数；

(2) 万位和千位上的数是零的七位数。

8. 按照从大到小的次序排列下面各数，并且用不等号把它们联结起来：

20785　20793　21784　20882　20963　21709

9. 写出下列各数：

(1) 最小的四位数；　(2) 最大的五位数；