

《信息、控制与系统》系列教材

# 线性系统理论

郑大钟 编著

清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

研究生教学用书  
教育部研究生工作办公室推荐

《信息、控制与系统》系列教材

# 线 性 系 统 理 论

清华大学出版社

## 内 容 简 介

线性系统理论是系统与控制科学领域的一门最基础的课程。本书按照少而精的原则，对线性系统的时间域理论和复频率域理论分别作了系统而全面的阐述。本书内容丰富、论述严谨、重点突出，体系结构和取材强调基础性和实用性，编写符合理工科学学生的认识规律。每章均配有习题。本书可作为理工科大学学生和研究生教材，也可供科技工作者学习参考。

(京)新登字158号

### 线 性 系 统 理 论

郑大钟 编著

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

北京市人民文学印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本：787×1092 1/16 印张：27 字数：640千字

1990年3月第1版 2000年9月第6次印刷

印数：17001~20000

ISBN 7-302-00569-9/TP·202

定价：27.00元

## 《信息、控制与系统》系列教材

### 出版说明

《信息、控制与系统》系列教材是一套关于信息、控制和系统学科的基本理论和应用技术的高等学校教材。选题范围包括信号和信息处理、模式识别、知识工程、控制理论、自动化技术、传感技术、自动化仪表、系统理论、系统工程、机器人控制、智能控制、计算机应用和控制等方面。主要读者对象为自动控制、计算机、过程自动化、无线电等系科的高年级大学生和研究生,以及在这些领域和部门工作的科学工作者和工程技术人员。

信息、控制与系统科学是在本世纪上半叶形成和发展起来的新兴学科。它们的应用和影响已经遍及众多的部门和领域,贯穿其中的许多思想和方法已用于经济和社会现象的研究,而以这些学科为理论基础的自动化技术的广泛应用更是实现现代化的重要标志之一。这套系列教材正是在这样的客观要求下,为适应教学和科研工作的需要而组织编著和出版的。它以清华大学自动化系等近年来经过教学实践的新编教材为主,力求反映这些学科的基本理论和最新进展,并且反映清华大学在这些学科中科学研究和教学研究的成果。我们希望这套系列教材,既能为在校大学生和研究生的学习提供较为系统的教科书,也能为广大科技人员提供有价值的参考书。

组编和出版这套系列教材是一次尝试。我们热忱欢迎选用本系列教材的老师、学生和科技工作者提出批评和建议。

《信息、控制与系统》系列教材编委会

## 《信息、控制与系统》系列教材编委会

主 编 常 迥

编 委 常 迥 童诗白 方崇智 韩曾晋

李衍达 郑大钟 夏绍玮 徐培忠

责任编辑 蔡鸿程

## 前 言

在系统和控制理论的领域内,线性系统始终是被研究的主要对象,在过去的几十年中取得了众多的结果和重要的进展,已形成和发展为十分完整和成熟的线性系统理论。线性系统理论的重要性首先在于它的基础性,其大量的概念、方法、原理和结论,对于系统和控制理论的许多学科分支,诸如最优控制、非线性控制、随机控制、系统辨识、信号检测和估计、过程控制、数字滤波和通讯系统等,都具有十分重要的作用,成为学习和研究这些学科的必不可少的预备知识。因此,国内外的许多大学都毫无例外地把线性系统理论列为系统与控制科学课程方面的一门最基础的课程。

本书以大学理工科为背景,系统地且有重点地阐述了分析和综合线性多变量系统的理论与方法。由于线性系统理论的内容丰富,材料繁多,方法多样,因此本书从既定的对象和目标出发对此作了必要的选择和取舍,力求以尽可能少的篇幅按照少而精的原则来介绍线性系统理论的基本概念、基本方法和基本结论。本书的内容包括线性系统的时间域理论和线性系统的复频率域理论两个部分,前者以状态空间描述和方法为核心,后者则以传递函数矩阵的矩阵分式描述和方法为基础。两个部分既有着内在的联系和相互的衔接,又具有一定程度的相对独立性。在线性系统理论中,这两种方法在理论上是最具有基础性的,而在工程上是最富于实用性的。而且,它们对于进一步学习和研究线性系统理论的更具一般性和更为抽象的分支,如线性系统的几何方法和线性系统的代数理论等,也都是必不可少的。

本书中线性系统的时间域理论部分,是在作者1978年编写的《现代控制理论(第一册)》讲义的基础上,经删简和增补,重新改写而成的。那本讲义曾作为高年级本科生和一年级研究生的教材在清华大学使用多年,同时也曾为一些兄弟院校所采用,受到了好评;另一部分,即线性系统的复频率域理论部分,则是根据作者近年来的课程讲稿,加以扩展和补充而编写成的。此外,作者还曾以此体系和材料,多次应邀去一些高等学校授课。所有这些教学实践,都为提高和改善本书的质量,特别是使本书的安排和编写更加符合理工科学生的认识规律,比较有效地处理好抽象性和直观性及数学方法和系统概念间的关系,提供了非常重要的帮助。

本书可供高年级本科生和研究生使用,也可供系统与控制领域的广大工程技术人员和科学工作者自学和参考。本书所需的数学基础是微分方程和矩阵运算的基本知识。对于高年级本科生,可选学本书的第一部分,即前4章和第5章的前半部分,作为一个学期课程的教学内容。对于已具有状态空间法基本知识的研究生而言,则可略去第1章到第4章,以第5章的大部分内容 and 整个第二部分的内容,来组成一个学期课程的教学内容。

尽管书中对绝大多数结论都提供了严格的和完全的证明,但对于学时较少的情况,在讲授中完全可以略去某些证明过程,而着重于解释清楚结论的正确内涵、直观意义和需要满足的条件。此外,习题是构成本书的不可缺少的组成部分,它对于帮助正确理解和应用书中所给出的概念、方法和结论,具有重要的作用。在习题中,包含了一些证明题,这对于提高工科学生的推理能力无疑是会有益处的。

书中难免会有不妥和错误之处,恳请读者批评指正。

郑大钟

1989年2月于清华大学

# 目 录

## 前言

绪论	1
----	---

## 第一部分 线性系统的时间域理论

<b>第 1 章 线性系统的状态空间描述</b>	7
1.1 系统的状态空间描述	7
1.2 系统按其状态空间描述的分类	12
1.3 化输入-输出描述为状态空间描述	16
1.4 状态方程的对角线规范形和约当规范形	20
1.5 由状态空间描述导出传递函数矩阵	27
1.6 线性系统在坐标变换下的特性	31
1.7 组合系统的状态空间描述	34
习题	37
<b>第 2 章 线性系统的运动分析</b>	41
2.1 引言	41
2.2 线性定常系统的运动分析	42
2.3 线性定常系统的状态转移矩阵	50
2.4 线性定常系统的脉冲响应矩阵	51
2.5 线性时变系统的运动分析	54
2.6 线性连续系统的时间离散化	59
2.7 线性离散系统的运动分析	63
习题	67
<b>第 3 章 线性系统的能控性和能观测性</b>	70
3.1 能控性和能观测性的定义	70
3.2 线性连续时间系统的能控性判据	73
3.3 线性连续时间系统的能观测性判据	84
3.4 对偶性原理	90



3.5	线性离散时间系统的能控性和能观测性 .....	92
3.6	能控规范形和能观测规范形: 单输入-单输出情形 .....	98
3.7	能控规范形和能观测规范形: 多输入-多输出情形 .....	103
3.8	线性系统的结构分解 .....	109
	习题 .....	117
<b>第4章</b>	<b>系统运动的稳定性</b> .....	<b>121</b>
4.1	外部稳定性和内部稳定性 .....	121
4.2	李亚普诺夫意义下运动稳定性的一些基本概念 .....	124
4.3	李亚普诺夫第二方法的主要定理 .....	126
4.4	线性系统的状态运动稳定性的判据 .....	131
4.5	线性定常系统的稳定自由运动的衰减性能的估计 .....	136
4.6	离散时间系统的状态运动稳定性及其判据 .....	138
	习题 .....	140
<b>第5章</b>	<b>线性反馈系统的时间域综合</b> .....	<b>142</b>
5.1	引言 .....	142
5.2	状态反馈和输出反馈 .....	144
5.3	极点配置问题: 可配置条件和算法 .....	148
5.4	镇定问题: 可镇定条件和算法 .....	159
5.5	解耦控制问题: 可解耦条件和算法 .....	161
5.6	跟踪问题: 无静差性和鲁棒控制 .....	173
5.7	线性二次型最优控制问题 .....	180
5.8	状态重构问题和状态观测器 .....	196
5.9	引入观测器的状态反馈控制系统的特性 .....	211
	习题 .....	216

## 第二部分 线性系统的复频率域理论

<b>第6章</b>	<b>数学基础: 多项式矩阵理论</b> .....	<b>223</b>
6.1	多项式矩阵 .....	223
6.2	奇异和非奇异 .....	224
6.3	线性相关和线性无关 .....	224
6.4	秩 .....	225
6.5	单模矩阵 .....	226
6.6	初等变换 .....	227
6.7	埃尔米特形 .....	228
6.8	公因子和最大公因子 .....	231

6.9	互质性 .....	235
6.10	列次数和行次数 .....	239
6.11	既约性 .....	240
6.12	史密斯形 .....	243
6.13	波波夫形 .....	248
6.14	矩阵束和克罗内克尔形 .....	252
	习题 .....	255
<b>第7章</b>	<b>传递函数矩阵的矩阵分式描述 .....</b>	<b>259</b>
7.1	矩阵分式描述 .....	259
7.2	矩阵分式描述的真性和严真性 .....	261
7.3	由非真矩阵分式描述中导出严格真矩阵分式描述 .....	264
7.4	不可简约矩阵分式描述 .....	267
7.5	确定不可简约矩阵分式描述的算法 .....	270
7.6	规范矩阵分式描述 .....	273
7.7	史密斯-麦克米伦形 .....	275
	习题 .....	278
<b>第8章</b>	<b>传递函数矩阵的结构特性 .....</b>	<b>281</b>
8.1	极点和零点 .....	281
8.2	结构指数 .....	285
8.3	无穷远处的极点和零点 .....	287
8.4	传递函数矩阵的评价值 .....	288
8.5	传递函数矩阵的零空间 .....	294
8.6	最小多项式基和克罗内克尔指数 .....	294
8.7	传递函数矩阵的亏数 .....	299
	习题 .....	302
<b>第9章</b>	<b>传递函数矩阵的状态空间实现 .....</b>	<b>305</b>
9.1	实现的一些基本概念和属性 .....	305
9.2	标量传递函数的一些典型实现 .....	311
9.3	有理分式矩阵传递函数的一些典型实现 .....	317
9.4	基于矩阵分式描述的典型实现: 控制器形实现和观测器形实现 .....	319
9.5	基于矩阵分式描述的典型实现: 能控性形实现和能观测性形实现 .....	330
9.6	不可简约矩阵分式描述的最小实现 .....	336
9.7	规范矩阵分式描述的最小实现 .....	338
	习题 .....	339
<b>第10章</b>	<b>线性系统的多项式矩阵描述 .....</b>	<b>342</b>

10.1	多项式矩阵描述 .....	342
10.2	多项式矩阵描述的状态空间实现 .....	345
10.3	多项式矩阵描述的互质性和状态空间描述的能控性和能观测性 .....	347
10.4	传输零点和解耦零点 .....	350
10.5	系统矩阵 .....	353
10.6	严格系统等价 .....	355
	习题 .....	363
<b>第 11 章</b>	<b>线性定常反馈系统的复频率域分析和综合 .....</b>	<b>366</b>
11.1	组合系统的能控性和能观测性 .....	366
11.2	反馈系统的稳定性 .....	375
11.3	极点配置问题的状态反馈的综合 .....	379
11.4	极点配置问题的观测器—控制器型补偿器的综合 .....	387
11.5	采用输出反馈时极点配置问题的补偿器的综合 .....	392
11.6	采用输出反馈时解耦控制问题的补偿器的综合 .....	401
11.7	采用输出反馈时无静差跟踪控制问题的补偿器的综合 .....	407
11.8	线性二次型调节器问题的频域综合 .....	411
	习题 .....	417
	<b>参考文献 .....</b>	<b>420</b>

## 绪 论

**线性系统理论的研究对象** 顾名思义,线性系统理论的研究对象为线性系统,它是实际系统的一类理想化了的模型,通常可以用线性的微分方程或差分方程来描述。

系统是由相互关联和相互作用的若干组成部分按一定规律组合而成的具有特定功能的整体。系统可具有完全不同的属性,如工程系统、生物系统、经济系统、社会系统等。但是,在系统理论中,常常抽去具体系统的物理或社会含义而把它抽象化为一个一般意义下的系统而加以研究,这种处理方法有助于揭示系统的一般特性。系统的概念具有相对性,系统的每个组成部分也可以是一个系统,而系统自身又可以是一个更大系统的组成部分。系统最基本的特征是它的整体性,系统的行为和性能是由其整体所决定的,系统可以具有其组成部分所没有的功能,有着相同组成部分但它们的关联和作用关系不同的两个系统可呈现出很不相同的行为和功能。

在系统与控制理论中,我们将主要研究动态系统,通常也称其为动力学系统。动态系统常可用一组微分方程或差分方程来表征,并且可对系统的运动和各种性质给出严格的和定量的数学描述。当描述动态系统的数学方程具有线性属性时,称相应的系统为线性系统。线性系统是一类最简单且研究得最多的动态系统。线性系统的一个基本特征是满足叠加原理,即若表系统的数学描述为  $L$ ,那么对任意两个输入变量  $u_1$  和  $u_2$  以及任意两个有限常数  $c_1$  和  $c_2$ ,必有

$$L(c_1u_1 + c_2u_2) = c_1L(u_1) + c_2L(u_2)$$

但是,应当指出,上述叠加原理的关系式通常只适用于有限项和,如果不附加假设就不能推广到无穷项和。线性系统满足叠加原理这一属性,导致了其在数学处理上的简便性,使得可以采用比较成熟的数学工具如数学变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换等)和线性代数来研究它的运动。

严格地说,一切实际的系统都是非线性的,真正的线性系统在现实世界中是不存在的。但是,很大一部分实际系统,它们的某些主要关系特性,在一定的范围内,可以充分精确地用线性系统来加以近似地代表。并且,实际系统与理想化了的线性系统间的差别,对于所研究的问题而言已经小到无关紧要的程度而可予以忽略不计。因此,从这个意义上说,线性系统或者可线性化的系统又是大量存在的,而这正是研究线性系统的实际背景。对于一个实际的系统是否可将其按线性系统处理,一般难以给出普遍的和绝对的判断准则,需要对具体系统进行具体的分析。这里,不仅需要考虑系统本身的因素,而且也需要考虑所研究问题方面的因素,只有从这两个方面才能确定是否可把一个实际系统看成为线性系统。

将线性系统进行更细致的分类,还可区分为线性定常系统和线性时变系统两类情况。线性定常系统也称为线性常系数系统,其特点是描述系统状态的线性微分或差分方程中的每一个系数都是不随时间变化的常数。如果系统的线性微分或差分方程中的系数不全是常数,其中包含有为时间 $t$ 的函数的系数,则这样的系统就为线性时变系统,通常也称为线性变系数系统。考虑到系统的运动状态的特性和描述此系统的微分方程或差分方程的类型有着密切的关系,而不同类型的微分或差分方程在解的特性上有着重要的和实质性的差别,因此把线性系统作上述分类是必要的和有意义的。从实际的观点而言,线性定常系统也只是一种实际系统的理想化模型,它是对实际系统经过近似化和工程化处理所导出的一类理想化系统。线性常系数系统是最易于研究的,而且为数很多的实际系统都可在一定的范围内足够精确地用线性常系数系统来代表,因此它是线性系统理论中主要的研究对象。

**线性系统理论的主要任务** 简单地讲,线性系统理论主要研究线性系统状态的运动规律和改变这种运动规律的可能性和方法,建立和揭示系统结构、参数、行为和性能间的确定的和定量的关系。通常,研究系统运动规律的问题称为分析问题,研究改变运动规律的可能性和方法的问题则为综合问题。前者属于认识系统,后者则为改造系统。

不管是对系统进行分析还是综合,一个首要的前提是建立起系统的数学模型。在建立模型时,最重要的是要确定什么是需要反映和研究的主要系统属性,并在此基础上定出它的定量关系。随着所考察的问题的性质的不同,一个系统可以有不同类型的模型,它们代表了系统的不同侧面的属性。数学模型中的基本要素是变量、参量、常量和它们之间的关系。系统模型中的变量,包括状态变量、输入变量和输出变量,在有些情况下还需考虑扰动变量。参量可以是系统的参数或表征系统性能的参数,前者受系统环境的影响可产生变动,后者可随设计要求而人为地改变其取值。常量是指系统中不随时间改变的参数。而变量、参量和常量的关系,需要针对具体问题根据相应的物理原理来决定。线性系统的数学模型主要有两种形式,即时间域模型和频率域模型。时间域模型表现为微分方程组或差分方程组,可同时适用于常系数系统和变系数系统;频率域模型表现为传递函数和频率响应,只适用于常系数系统。对应于系统的这两种模型,发展和形成了线性系统理论中的两类不同方法。建立系统的数学模型的基本途径有解析法和实验法,前者通过分析系统的机制直接运用物理原理来建立表征系统动态过程的数学描述,后者则是在通过实验取得数据和按照相应准则处理数据的基础上导出最接近系统实际情况的简化数学描述。建模问题是系统研究中的一项非常基本和重要的问题,它已构成系统理论中的一个独立的分支。

表征动力学过程的系统数学模型一旦定出后,则就可着手对系统进行分析和综合。通常,可把分析区分为定量分析和定性分析两类情况。在定量分析中,主要关心的是分析系统相对于某个输入信号的响应和性能,这种分析涉及到繁多和复杂的计算,常常需要借助于数字的或模拟的计算机来完成。在定性分析中,着重于分析诸如稳定性、能控性、能观测性等系统的基本结构特性,这种分析对于系统的综合具有重要的指导性,因此其在线性系统理论中占据有重要的位置。当系统的性能不够令人满意而需要加以改善或实现最优化时,就需要同时按照系统的状况和期望的性能要求来设计系统的控制器,这类问题就是

综合,它是建立在分析基础上的。通常,控制器的最基本的形式是反馈控制,在某些情况下还须同时引入附加的补偿器。应当指出,由于系统的综合是相对于系统模型进行的,而所导出的控制器将施加和作用于实际系统中,因此必然会产生一系列实际问题,如反馈的构成、模型误差的影响、参数摄动的影响、扰动影响的抑制和消除等。不解决这些实际问题,综合中提出的期望性能指标仍然是没有保证的。对此,除了通过系统的调试和采取相应的技术措施外,也有赖于理论上的研究。因此,解决上述提到的这些实际问题,使得所综合的系统在实际运行中能达到期望的性能,同样是系统理论中要研究的课题。

**线性系统理论的发展过程** 本世纪50年代中期,经典的线性系统理论已经发展成熟和完备,并在不少工程技术领域中得到了成功的应用。经典线性系统理论的数学基础是拉普拉斯变换,系统的基本数学模型为传递函数,主要的分析和综合方法是频率响应法。经典频率法对于单输入-单输出线性定常系统的分析和综合是很有成效的。但是,经典线性系统理论也具有明显的局限性,突出的是难于有效地处理多输入-多输出系统,并且难以揭示系统的更深刻的特性。

在50年代蓬勃兴起的航天技术的推动下,线性系统理论在1960年前后开始了从经典阶段到现代阶段的过渡,其重要标志之一是卡尔曼(R. E. Kalman)系统地把状态空间法引入到系统与控制理论中来。状态空间法的一个基本特点是,采用状态空间这种内部描述取代先前的传递函数那种外部输入-输出描述,并对系统的分析和综合直接在时间域内进行。状态空间法可同时适用于单输入-单输出系统和多输入-多输出系统,线性定常系统和线性时变系统,大大扩充了所能处理问题的领域。在状态空间法的基础上,卡尔曼进一步提出了能控性和能观测性这两个表征系统结构特性的重要概念,已经证明这是线性系统理论中的两个最基本的概念。能控性和能观测性的引入,导致了线性系统的分析和综合在指导原则上的一种根本性的变化,它集中表现为用系统的“内部研究”代替了传统的“外部研究”,并使分析和综合过程建立在严格的理论基础上。建立在状态空间法基础上的线性系统的分析和综合方法通常称为现代线性系统理论。

自60年代中期以来,线性系统理论不论是研究内容还是研究方法上,又有了一系列新的发展。出现了着重从几何方法角度来研究线性系统的结构和特性的线性系统的几何理论,出现了以抽象代数为工具的线性系统的代数理论,也出现了在推广经典频率法基础上发展起来的多变量频域理论。与此同时,随着计算机技术的发展和普及,线性系统分析和综合中的计算问题(特别是病态问题和数值稳定性问题),以及利用计算机对线性系统进行辅助分析和辅助设计的问题,也都得到了广泛和充分的研究。

线性系统理论是系统与控制理论中最为成熟和最为基础的一个组成分支。系统与控制理论的其他分支,如最优控制理论、最优估计理论、随机控制理论、非线性系统理论、大系统理论等,都不同程度地受到线性系统理论的概念、方法和结果的影响和推动。

**线性系统理论的主要学派** 随着所采用的数学工具和所采用的系统描述的不同,线性系统理论中已形成了四个平行的分支,它们反映了线性系统理论中的一些主要学派。

(1) 线性系统的状态空间法 状态空间法是线性系统理论中一个最重要和影响最广的分支。在状态空间法中,用以表征系统动力学特性的数学模型,是反映输入变量、状态变量和输出变量间关系的一对向量方程,称为状态方程和输出方程。状态空间法是一

种时间域方法,其主要的数学基础是线性代数,在系统的分析和综合中所涉及的计算主要为矩阵运算和矩阵变换,并且这类计算很适宜在计算机上来进行。不管是系统的分析还是系统的综合,状态空间法已发展了一整套完整的和成熟的理论和方法。线性系统理论的其他分支,也都是在状态空间法的影响和推动下,形成和发展起来的。

(2) 线性系统的几何理论 几何理论的特点是把对线性系统的研究化为状态空间中的几何问题,主要的数学工具是几何形式的线性代数,基本思想是把能控性和能观测性等系统结构特性表述为不同的状态子空间的几何性质。在几何理论中,具有关键意义的新概念是 $(A, B)$ 不变子空间和 $(A, B)$ 能控子空间,它们在用几何方法解决主要的综合问题中起了决定性的作用。几何方法的优点是简捷明了,避免了状态空间法中的大量的矩阵演算,而在一旦需要计算时,几何方法的结果都能比较容易地化成相应的矩阵运算。但是,对于工程背景的系统理论的学习者和研究者,对线性系统的几何理论不免会感到比较抽象,因而需要具备一定的数学素养。几何理论是由加拿大著名学者旺纳姆(W. M. Wonham)在70年代初创立的,线性系统的几何理论的代表作是由旺纳姆著述的《线性多变量控制:一种几何方法》<sup>1)</sup>。

(3) 线性系统的代数理论 线性系统的代数理论是用抽象代数工具研究线性系统的一种方法。代数理论的主要特点,是把系统各组变量间的关系看作为某些代数结构之间的映射关系,从而可以把对线性系统的描述和分析实现完全的形式化和抽象化,变成为纯粹的代数问题。代数理论的出现起源于卡尔曼60年代末运用模论工具对域上的线性系统的研究。随后在他的模论方法的影响下,在比域更弱和更一般的代数系上,如环、群、泛代数、集合上,相继建立了线性系统代数理论。在这些研究中,找到了线性系统的不同于状态空间描述中的某些属性,并且试图把系统理论和计算机科学结合起来建立起统一的理论。

(4) 多变量频域方法 这种方法的实质,是以状态空间法为基础,采用频率域的系统描述和频率域的计算方法,来分析和综合线性定常系统。在多变量频域方法中,平行和独立地发展了两类综合方法。一类是频率域设计方法,它的特点是把多输入-多输出系统化为一系列单输入-单输出系统来处理,并把经典频率法的许多行之有效的设计技术和方法推广到多变量系统中来,由此导出的综合理论和方法将可以通过计算机辅助设计而方便地用于系统设计。这类综合技术主要是由罗森布洛克(H. H. Rosenbrock)、麦克法伦(A. G. J. MacFarlane)等英国学者提出的,习惯地称为英国学派。另一类是多项式矩阵设计方法,它的特点是采用传递函数矩阵的矩阵分式描述作为系统的数学模型,并在多项式矩阵计算和变换的基础上,建立了一整套分析和综合线性定常系统的理论和方法。多项式矩阵设计方法是由罗森布洛克、沃罗维奇(W. A. Wolovich)等在70年代初提出的,并在随后的发展中得到不断完备和广泛应用。和状态空间法相比,多变量频域方法具有物理直观性强、便于设计调整等优点。

**本书的范围** 如前所述,线性系统理论的内容丰富,材料众多,方法多样,难以在一门课程或一本教材中作全面的介绍。而且,不同的分支体系,需要不同的数学基础知识,这

1) W. M. 旺纳姆著,《线性多变量控制:一种几何方法》,姚景尹、王恩平译,科学出版社,1984。

也为全面介绍线性系统理论增加了困难。因此,本书将从通用性和应用性的角度考虑,限于以状态空间法和多项式矩阵法为主来介绍线性系统的分析与综合理论和方法,这种体系和取材方式对于非数学专业的理工科学生和读者将是适宜的。

本书中,把线性系统理论分成为时间域理论和复频率域理论两部分,从某种意义上说两者是相对独立的,代表了两种常用的方法体系。但是,在很多情况下,这两种方法之间也是互相渗透和交叉应用的。在线性系统的时间域理论这一部分中,用以描述系统的数学模型限于

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (0.1)$$

及其对时变情形的推广。上式是以向量方程的形式表示的一阶微分方程组和变换方程组,分别称之为状态方程和输出方程。而在线性系统的复频率域理论那一部分中,系统的数学模型采用为

$$\hat{\mathbf{y}}(s) = \mathbf{G}(s)\hat{\mathbf{u}}(s) = \mathbf{N}(s)\mathbf{D}^{-1}(s)\hat{\mathbf{u}}(s) = \mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)\hat{\mathbf{u}}(s)\quad (0.2)$$

它是拉普拉斯变换域内输出  $\mathbf{y}$  和输入  $\mathbf{u}$  间的外部描述,  $\mathbf{G}(s)$  称之为传递函数矩阵,其元是有理分式函数,  $\mathbf{N}(s)\mathbf{D}^{-1}(s)$  和  $\mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)$  是  $\mathbf{G}(s)$  的多项式矩阵分式描述。本书中有关线性系统的分析和综合的论述,均是在 (0.1) 和 (0.2) 式所示的系统模型的基础上进行的。

在第一部分中,从(0.1)式出发,系统地讨论分析和综合线性系统的状态空间法,分为五章。第1章讨论状态空间描述的基本概念、组成方法和基本性质,这些是状态空间法的基础。在第2章中,着重讨论线性系统的定量分析,分别就线性连续系统和线性离散系统,建立了系统的状态相对于初态和输入的响应的一般表达式,并且在此基础上研究了连续系统的离散化问题。第3章讨论能控性和能观测性。在线性系统理论中,这是两个最为基本的概念。这一章中将给出它们的严格定义和判别条件。在此基础上导出的规范分解定理则进一步揭示了状态空间描述和传递函数矩阵描述间的关系。在第4章中,主要讨论了李亚普诺夫稳定性理论,除了线性系统外,讨论也涉及到非线性系统。第5章中专门讨论线性系统的综合问题,针对一些典型的综合问题如极点配置、镇定、解耦控制、跟踪、线性二次型最优控制等,给出了可综合条件和综合控制律的算法。此外,状态重构问题和观测器理论也将在第5章中论述。

第二部分(第6到11章)以(0.2)式所示的系统模型为中心,采用多项式矩阵方法详细地论述了线性定常系统的分析和综合问题。第6章是数学基础,扼要地介绍多项式矩阵的基本属性、计算和变换,它们是后面各章的准备知识。在第7章中,着重讨论传递函数矩阵的矩阵分式描述,对矩阵分式描述的一些重要属性如真性、不可简约性、规范形描述等进行了系统的论述,多项式矩阵法正是建立在这种描述的基础上的。第8章讨论了多变量系统的极点和零点,给出了极点和零点的各种定义和相应的一些重要关系式,极点和零点是复频率域内多变量系统的最重要的结构特性。第9章中引出了实现的概念,对线性系统的矩阵分式描述和状态空间描述间的对应关系作了详细的讨论,沟通了能控性与能观测性和互质性间的关系。第10章是对线性系统的多项式矩阵描述的一个简短的



论述,这种描述有别于状态空间描述和矩阵分式描述,基于这种描述导出的严格系统等价变换对于运用多项式矩阵法分析和综合线性系统是很重要的。最后在第 11 章中,系统地研究了线性定常系统的复频率域分析和综合,分析了组合系统的能控性、能观测性和稳定性,讨论了状态反馈的频率域属性,给出了相对于各种典型的性能提法下补偿器的综合理论和算法。