

# 應用力學講義

趙國華編

龍門聯合書局出版

# 應用力學講義

趙國華編

龍門聯合書局出版

應用力學講義  
趙國華編

\* 著權所有 \*

龍門聯合書局出版  
上海市南京東路101號  
中國書畫發行公司總經銷

1952年9月初版 印數 11,001-14/  
1953年6月六版

新定價 每 11,000

上海市書刊出版發售處 0259

注意事項。

2. 3.

3. 到期后。

校 正 表

**書名：**

第幾頁	第幾行	錯 誤 的 字 句	應改成怎樣的字句?

讀者姓名		服務機關		職別	
詳細住址					

請填詳細住址，以便經常聯繫並寄贈本局之圖書目錄。  
這張紙如不夠填寫，請另紙粘附為禮。

登總手費郵取收行商開變件收列下列向照

本件作為平件管道可不貼郵票信函所印收  
件機關商行名稱地址如經塗改即不予收寄

上海(9)茂名北路三百弄三號

滬門聯合書局編輯部

收

寄 月 日

郵電部上海郵局許可證第 252 號

## 例　　言

1. 本書係根據編者歷年來在各大專教授應用力學的教材及參考其他書籍編輯而成，可供大專教本及參考用書，而尤適於專科學校之用。
2. 本書內容力求精審扼要，篇幅雖然不多，卻包羅殆盡。如用於專科，則書中懸索、複擺、迴轉儀等數節可祇教淺易的部分，其餘較深奧者（註有\*者）可刪略。如用於大學，則振動一節可補充阻尼振動；相對運動一節可補充哥賴奧利斯定律。教材之增刪，教師可視授課時間的多少，及學生程度的高低而酌定之。
3. 本書演繹原理，儘量用圖說明。俾讀者看圖會意，簡而易明。
4. 本書計算單位，採用西文符號，以便演算，但所用符號，容有不妥，尚待與各方商討改進。
5. 本書所選習題着重實際，都附有答案，可供核對；題材較難者並提示解法。
6. 編者學識淺薄，編著精簡教本尤乏經驗，謬誤疏漏在所難免，尚祈讀者予以指正。
7. 本書原稿全部圖樣由張進遠同學繪製，并承龍門聯合書局編輯部諸位先生提供意見和幫助整理校閱一過，合併致謝。

單位符號

種類	單位	符號
長度	公分 公尺	cm. m.
角度	逕	rad.
力	公斤	kg.
時間	秒 分	sec. min.
線速度	公分/秒 公尺/秒 公尺/分	cm/sec. m/sec. m/min.
角速度	逕/秒 弧/分 每分鐘轉數	rad/sec. rad/min. r. p. m.
線加速度	公分/秒 <sup>2</sup> 公尺/秒 <sup>2</sup>	cm/sec <sup>2</sup> . m/sec <sup>2</sup> .
角加速度	逎/秒 <sup>2</sup>	rad/sec <sup>2</sup> .
壓力	公斤/平方公分	kg/cm <sup>2</sup> .
單位容積重量	公斤/立方公分	kg/cm <sup>3</sup> .
功	公分-公斤 公尺-公斤	cm-kg. m-kg.
力矩	公斤-公分 公斤-公尺	kg-cm. kg-m.
沿長度均佈載荷 彈簧常數	公斤/公分 公斤/公尺	kg/cm. kg/m.

# 目 錄

## 第一篇 靜力學

第一章 基本概念及定義.....	1
1. 力。 2. 力的可移性。 3. 力的平行四邊形。 4. 力的分解。 5. 力矩。	
6. 力矩原理。 7. 力偶。 8. 分解一力為一力偶與另一力。 9. 力系的分類。	
第二章 力系的合力和平衡.....	13
1. 共線力系。 2. 共面、共點力系。 3. 共面、非共點、平行力系。 4. 共面、非共點、非平行力系。 5. 框架。 6. 幾何。 7. 空間、共點、非平行力系。 8. 空間、非共點、平行力系。 9. 空間、非共點、非平行力系。 10. 空間力偶系的合力偶。	
第三章 摩擦.....	57
1. 摩擦。 2. 摩擦係數。 3. 摩擦角。 4. 摩擦定律。 5. 螺旋。 6. 滚動摩擦。	
第四章 重心和形心.....	69
1. 重心和形心。 2. 對稱軸和對稱面。 3. 用積分法求形心。 4. 巴氏定理。	
5. 合成形體的形心。 6. 用圖解法求面積的形心。 7. 用實驗法求物體的形心。 8. 壓力中心。	

## 第二篇 運動學

第五章 質點的運動.....	83
1. 運動的種類。 2. 直線運動的位移。 3. 直線運動的速度。 4. 直線運動的加速度。 5. 等加速直線運動。 6. 曲線運動的位移。 7. 曲線運動的速度。 8. 曲線運動的加速度。 9. 圓周運動。 10. 簡諦運動。 11. 相對運動。	
第六章 剛體的運動.....	104
1. 剛體運動分類。 2. 平面運動。 3. 瞬時中心。	

### 第三篇 動力學

<b>第七章 質點動力學 .....</b>	<b>115</b>
1. 牛頓定律。 2. 質點的運動方程式。 3. 惯性力。 4. 與位移成正比的 力——自由振動。	
<b>第八章 刚體動力學 .....</b>	<b>128</b>
1. 刚體運動的有級力。 2. 平移運動。 3. 週轉運動。 4. 週轉軸上的反力。 5. 磁心力。 6. 週轉剛體的均衡。 7. 複擺。 8. 平面運動。	
<b>第九章 功和能 .....</b>	<b>159</b>
1. 功。 2. 功率。 3. 能。 4. 能量不滅原理。	
<b>第十章 衡量與動量 .....</b>	<b>173</b>
1. 衡量。 2. 動量。 3. 動量矩和角動量。 4. 衡量與動量原理。 5. 角衡 量角動量原理。 6. 動量不滅原理。 7. 週轉儀。 8. 碰撞。 9. 打擊中心。	

# 應用力學講義

應用力學討論物體的運動，求出支配此項運動的定律，並推求此項定律在工程上的應用。

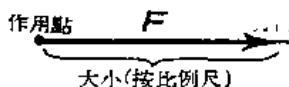
## 第一篇 靜力學

靜力學專論受力物體的平衡情形。

### 第一章 基本概念及定義

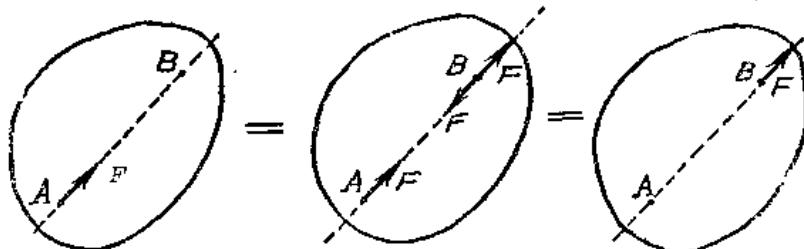
**1. 力。** 凡能改變物體動靜狀態的原因都稱爲力。力可使正在運動的物體運動得快些、慢些或使之趨於停止；或使運動的物體改變其途徑；力亦可使靜止的物體開始運動。力常因一物體與另一物體直接作用而起，推或拉便是常見的力的例子。但力亦可不藉物體直接接觸而產生的，例如重力、電力等。

力可以一向量表示之，如下圖所示。向量的起始點表示該力作用於物體之處，稱爲力的作用點；向量的長短表示力的大小，可用一適當的比例尺計算之，例如以 1 cm 長的向量代表 10 kg，則 20 kg 的力便以 2 cm 長的向量表示之；向量的箭頭表示該力使物體運動的方向。



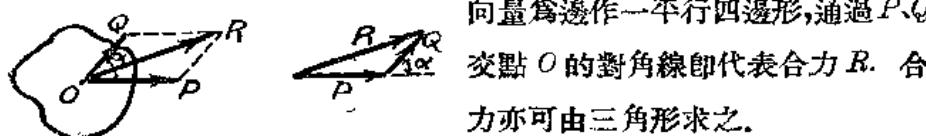
**2. 力的可移性。** 力可沿其作用線前後移動而不改變其作用，例如，作用於  $A$  點的力  $F$  可沿其作用線  $AB$  移至  $B$  點，但對於受力物體

之作用不變。



於  $B$  點加兩個相等相反的  $F$  力，作用於  $AB$  方向。  
於  $A, B$  各點相向的兩個  $F$  力已被消去。

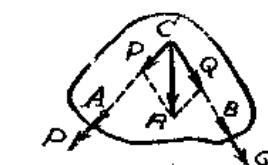
3. 力的平行四邊形。兩個力  $P, Q$  的作用可以一個力  $R$  代替之，此一力  $R$  稱為  $P, Q$  兩個力的合力。欲求  $P, Q$  的合力，則以  $P, Q$  的



向量為邊作一平行四邊形，通過  $P, Q$  交點  $O$  的對角線即代表合力  $R$ 。合力亦可由三角形求之。

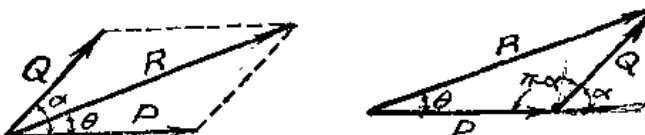
求合力用的平行四邊形和三角形各稱為力的平行四邊形和力的三角形，由力的平行四邊形可定合力的大小、作用點和方向。

倘同一平面內諸力並不作用於同一點，則先應用力之可移性原理，使之相交，然後求其合力（閱右圖）。



$A$  點的  $P$  力和  $B$  點的  $Q$  力都移至  $C$  點，然後求其合力  $R$ 。

合力亦可用代數法求之：



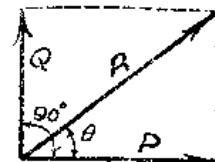
$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ \cos(\pi - \alpha)} = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$ , 定合力大小。

$$\sin \theta = \frac{Q \sin \alpha}{R} \quad \text{或} \quad \tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}, \text{ 定合力作用線方位.}$$

倘  $P \perp Q$ , 則  $\alpha = 90^\circ$ ,

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

$$\sin \theta = \frac{Q}{R} \quad \text{或} \quad \tan \theta = \frac{Q}{P}$$



**【例】** 求作用於剛體  $M$  上的  $P$ 、 $Q$  兩力的合力.

**【解】** 先將  $P$ 、 $Q$  各力移至  $D$

點, 然後求其合力, 得:

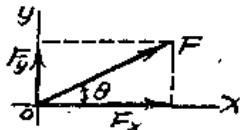
$$R = \sqrt{30^2 + 20^2 + 2 \times 30 \times 20 \cos 120^\circ} \\ = \sqrt{700} = 26.4 \text{ kg.}$$

$$\sin \theta = \frac{20 \sin 60^\circ}{26.4} = 0.656,$$

$$\theta = 41^\circ.$$

**4. 力之分解.** 一力可分解為數個分力, 各在任意選定之方向. 例如物體的重力  $M$  可分解為  $F_1$  和  $F_2$  二分力,  $F_1$  沿  $GD$  方向,  $F_2$  沿  $DE$  方向.

最普通的情形將一力  $F$  分解為互相垂直的兩分力  $F_x$  和  $F_y$ :



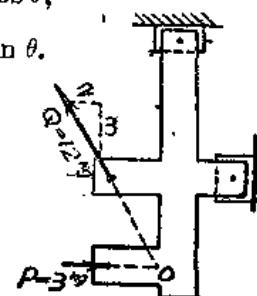
$$F_x = F \cos \theta,$$

$$F_y = F \sin \theta.$$

**【例】** 求  $P$  和  $Q$  兩力的合力.

**【解】** 先將各力分解為水平(向右為正)和垂直(向上為正)各分力:

$$P_x = 3 \text{ kg}, \quad P_y = 0,$$



$$Q_x = -12 \frac{2}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = -6.66 \text{ kg},$$

$$Q_y = 12 \frac{3}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = 9.98 \text{ kg}.$$

求水平和垂直諸分力之和：

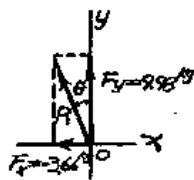
$$F_x = 3 - 6.66 = -3.66 \text{ kg (向左)},$$

$$F_y = 0 + 9.98 = 9.98 \text{ kg (向上),}$$

$$R = \sqrt{(-3.66)^2 + 9.98^2} = 10.6 \text{ kg}.$$

$$\tan \theta = \frac{3.66}{9.98} = 0.3667, \quad \therefore \theta = 20^\circ 10'$$

此合力作用於  $P$  和  $Q$  的交點  $O$ , 向上偏左.



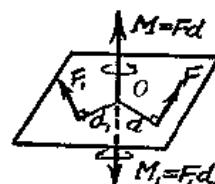
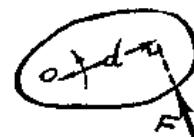
**5. 力矩.** 一力對於一點或一線的力矩，為使受力物體繞該點或該線旋轉的趨勢。力矩的大小為力的大小與力作用線至該點或該線間垂直距離（即力臂）的乘積，故力矩之值為  $M = Fd$ .

力矩為一向量，其

(a) 大小等於  $Fd$ ,

(b) 與含有  $O$  和  $F$  之平面垂直,

(c) 方向以發生逆時針轉向之旋轉者為正。



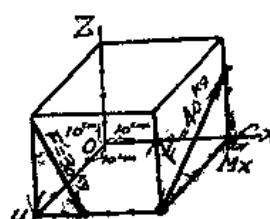
與軸線相交或平行之力，不能使物體繞該軸線旋轉，故其力矩為零。

**【例】** 求  $F' = 30 \text{ kg}$  和  $F'' = 40 \text{ kg}$  兩力對於  $x$  軸的力矩和。

**【解】** 先將各力分解之：

$$F'_x = 30 \frac{20}{\sqrt{20^2 + 40^2}} = 13.4 \text{ kg}, \quad F'_y = 0,$$

$$F'_z = 0, \quad F''_y = -40 \frac{40}{\sqrt{40^2 + 30^2}} = -32 \text{ kg},$$



$$F_x' = -30 \frac{40}{\sqrt{20^2 + 40^2}} = -26.8 \text{ kg}, F_z'' = 40 \frac{30}{\sqrt{40^2 + 30^2}} = 24 \text{ kg}.$$

與  $x$  軸平行或相交的諸分力，對於該軸均無力矩，故  $F'$  和  $F''$  對於  $x$  軸的力矩和為

$$M_x = F_x' \times 40 - F_z'' \times 40 = 26.8 \times 40 - 24 \times 40 = 112 \text{ kg-cm}.$$

6. 力矩原理。許多分力的力矩與其合力的力矩之間的關係得以力矩原理說明之：

設  $P, Q$  的合力為  $R, A$  為任意一點。

$p$  為  $A$  至  $P$  的垂直距離，

$q$  為  $A$  至  $Q$  的垂直距離，

$r$  為  $A$  至  $R$  的垂直距離。

則

$$FP + HR = GR,$$

即

$$P \sin \alpha + Q \sin \beta = R \sin \theta,$$

各項乘以  $OA$ ；  $P \cdot OA \sin \alpha + Q \cdot OA \sin \beta = R \cdot OA \sin \theta.$

$$\therefore Pp + Qq = Rr.$$

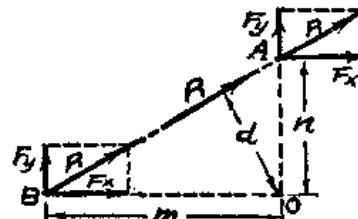
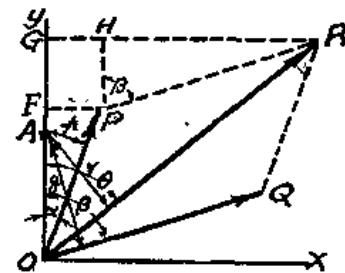
即  $P, Q$  諸分力（不必限於兩個力）對於任意一點的力矩的和，等於其合力  $R$  對於該點的力矩。是為力矩原理。

一力對於某點或某軸之力矩，亦可由其分力求之：

$R$  對於  $O$  點或  $O$  軸的力矩  $M$  為

$$M = Rd = F_y m = F_z n.$$

7. 力偶 大小相等、方向相反而作用線不相同的兩個平行力，稱為力偶。



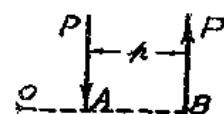
$R$  移至  $A$ ，則其分力  $F_y$  無力矩。  
 $R$  移至  $B$ ，則其分力  $F_x$  無力矩。



力偶對於平面內任一點或任一軸  $O$  之力矩為

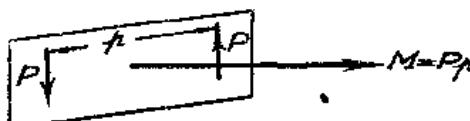
$$M = P \times OB - P \times OA = P \times (OB - OA)$$

$$\therefore M = P \times AB = P \cdot p, \text{ 與 } O \text{ 之位置無關。}$$



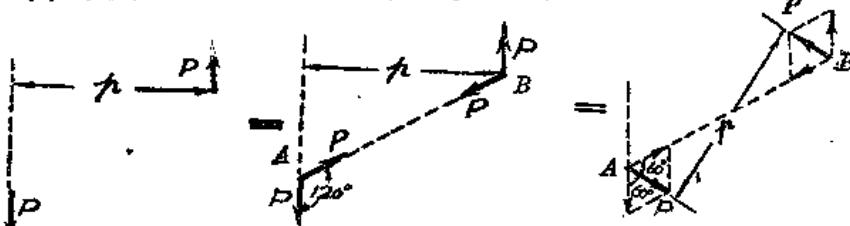
力偶可由(1)其力矩的大小, (2)力偶所在平面的方位, 及(3)力偶旋轉的方向, 完全決定之。

力偶可以其力矩之向量表示之, 例如右圖所示。



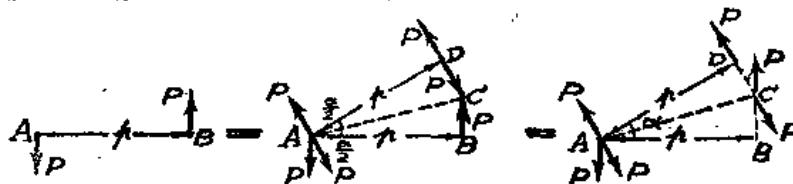
力偶可以

(a) 在所作用的平面內移轉。先以移轉  $60^\circ$  說明之:

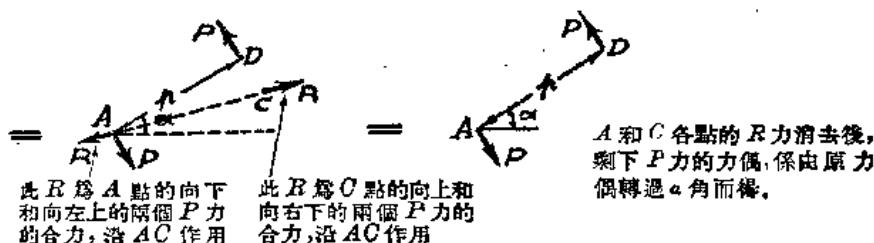


作  $AB$  與原力偶成  $120^\circ$ , 於  $A, B$  各點加兩個相向的  $P$  力。  
 $A, B$  各點的兩個  $P$  力的合力仍為  $P$ , 但其作用線與原力偶成  $60^\circ$ 。

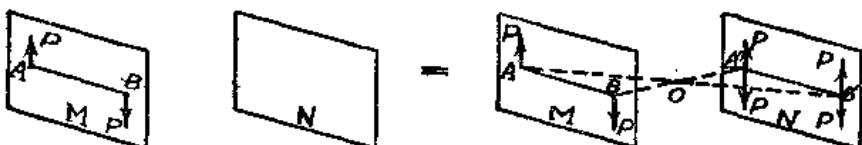
但力偶迴轉角度, 並不以  $60^\circ$  為限, 可迴轉任何角度  $\alpha$ :



原力偶。作  $AD=p$ , 使  $\angle BAD=\alpha$ , 在  $D$  點向下的和在  $B$  點向上的  
 於  $A, D$  各點加四個  $P$  力。各  $P$  力, 順向前移, 使交於  $C$  點。

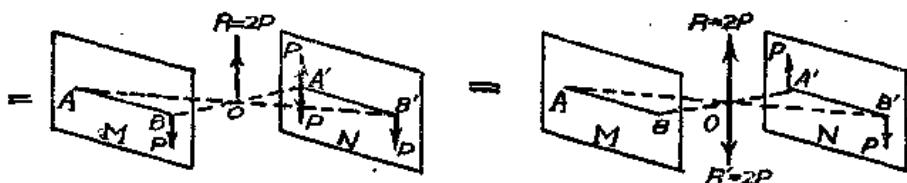


(b) 由一平面移到任一平行平面：



力偶原作用於平面  $M$  內。

$A'B' \parallel$  且等於  $AB$ , 於  $A'$  和  $B'$  各點加四個  $P$  力與原力偶平行。



$A$  和  $B$  各點兩個向上的  $P$ , 併為一個向上的合力  $R$ , 作用於  $AB'$  的中點  $O$ .

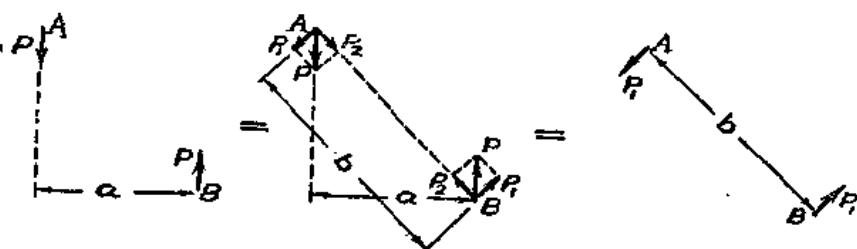
$B$  和  $A'$  各點兩個向下的  $P$ , 併為一個向下的合力  $R'$ , 作用於  $BA'$  的中點  $O$ .

$R$  與  $R'$  互相平衡恰好抵消。



力偶今移至平面  $N$  內。

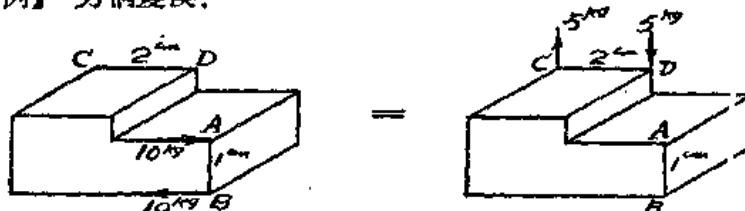
(c) 任意變更力與力間距離, 只要不變力矩之值:



作  $AB$ , 並分解  $A, B$  各點的  $P$  力使其中一分力  $P_2$  沿着  $AB$  作用。

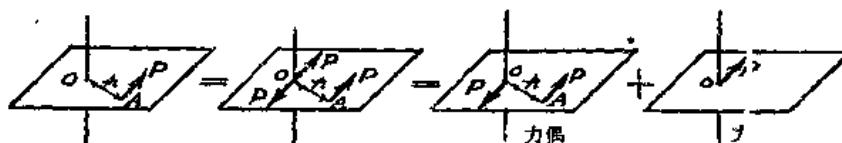
沿  $AB$  的兩個分力  $P_2$  已被除去, 留下另外兩個分力  $P_1$ , 組成一力偶, 力矩與原力偶者同。

【例】力偶變換。



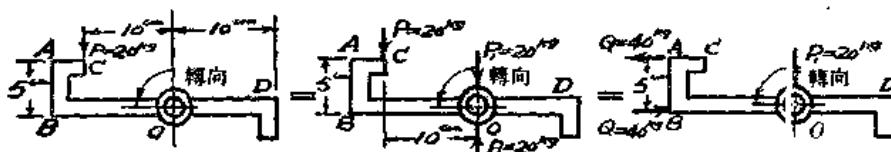
作用於  $A$  和  $B$  各點的力偶今變為作用於  $C$  和  $D$  各點的力偶，其力矩同為  $10 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ ，故作用相同。

### 8. 分解一力為一力偶與另一力。



【例】將  $C$  點的  $P$  力，分解為作用於  $O$  的一個力與作用於  $A$  和  $B$  的二水平力所組成的力偶。

【解】



$P$  與向上  $P_1$  成一力偶；  
 $M = 200 \text{ kg}\cdot\text{cm}.$

原作用於  $O$  和  $A$  之力偶今變為作用於  $A$  和  $B$  之力偶，力矩不變。

9. 力系的分類。一羣的力稱為力系，就它們的作用線的位置而分為下列幾類：

(1) 共線力系。

$P$ 、 $W$ 、 $Q$  沿同一直線作用。

