

第2版

上册

齿轮手册

齿轮手册编委会 编

第 4 篇 圆弧圆柱齿轮传动

主 编 徐永年（郑州机械研究所）

编写人

- 第 1 章 邵家辉（太原工业大学）
第 2 章 陶冶 陈渊（郑州机械研究所）
第 3 章 袁和相 张廷健（郑州机械研究所）
第 4 章 陈渊 陶冶
第 5 章 陈荣增（哈尔滨工业大学）
第 6 章 袁和相 张廷健

审稿人

- 丁淳（机械科学研究院） 张希康
李长春（郑州机械研究所）
丁淳 徐永年
李长春 厉始忠（机械科学研究院）
陈湛闻（哈尔滨工业大学） 邵家辉
陈荣增



第1章 概述

1 圆弧圆柱齿轮传动的基本原理

1.1 圆弧圆柱齿轮的啮合原理

圆弧圆柱齿轮(简称圆弧齿轮)传动是一种具有承载能力高、使用寿命长的动力齿轮传动。其啮合传动情况与渐开线齿轮不同,它有自己的传动特点和要求。众所周知,渐开线齿轮传动过程中,接触线由主动齿轮的齿根移向齿顶,由端面齿廓实现传动。圆弧齿轮是一种工作齿廓近似圆弧齿形的斜齿轮或人字齿轮,其齿面由法面为圆弧齿形的基本齿条展成,见图 4.1-1。在圆弧齿轮传动中,为避免齿形干涉,凸齿位于节圆之外,凹齿位于节圆以内。凹齿的齿廓圆弧半径应稍大于凸齿的齿廓圆弧半径,以避免因制造或装配误差而造成齿面接触不良。从平行轴齿轮啮合的基本定律可知:只有凸、凹齿廓的公法线通过节点时,两齿廓才在 K 点接触(图 4.1-2b),在此之前或以后(图 4.1-2a、c),两齿廓是互相脱离的。因此,圆弧齿轮在端面内是瞬时啮合,重合度等于零。为了保证连续传动,圆弧齿轮必须做成具有螺旋角的斜齿轮。

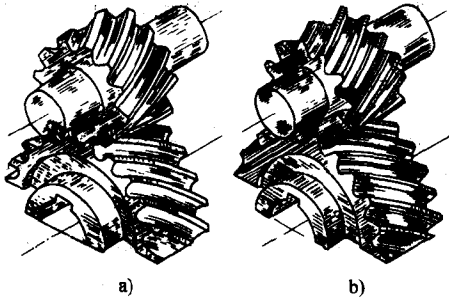


图 4.1-1 圆弧圆柱齿轮

a) 单圆弧齿轮 b) 双圆弧齿轮

圆弧齿轮的啮合过程(图 4.1-3),是齿轮转动中靠齿面上接触点所在的两条接触迹线(圆柱螺旋线) KK_1 和 KK_2 沿齿线方向滚动而实现传动。齿面瞬时接触点 K 在固定空间则沿轴向以匀速 v_0 移动,所形成的轨迹 KK' 称为啮合线,为平行于轴线的一条直线。所以,圆弧齿轮的连续传动是靠螺旋接触迹线的纵向重合度来保证,即前一对轮齿未脱离接触时,后一对轮齿应进入啮合。这样一对齿面的啮合,理论上接触处为一个点,所以称为圆弧点啮合齿轮传动。实际上,齿

面接触后,材料发生弹性变形和接触处初期磨损,加之齿面凸、凹相配,接触点扩展成有一定大小的接触面积,以承受载荷,因此,圆弧齿轮在满载使用前进行齿面跑合十分重要。

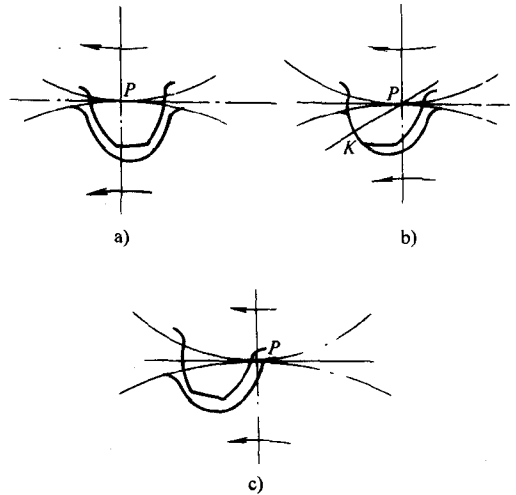


图 4.1-2 圆弧齿轮的端面瞬时啮合

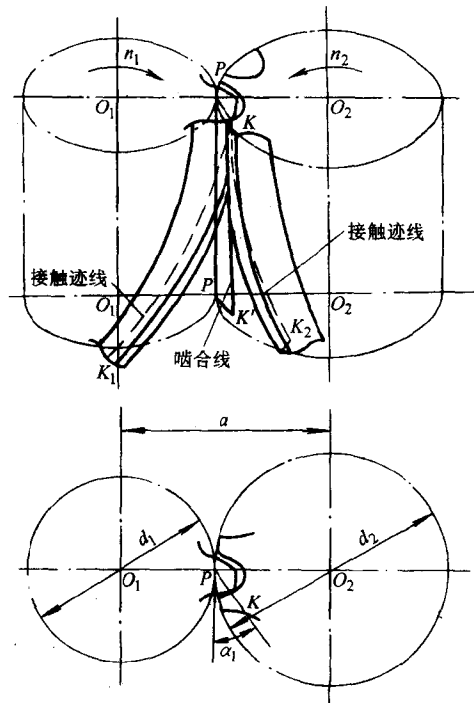


图 4.1-3 圆弧齿轮传动的啮合线和齿面接触点迹线

1.2 圆弧齿轮正确啮合的条件

圆弧齿轮是以齿面上一对螺旋接触迹线对滚实现传动,因此,两条接触线的螺旋参数与正确传动有关。两条接触线的螺旋参数分别为(见图4.1-3)

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{v_0}{\omega_1} \\ p_2 &= \frac{v_0}{\omega_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.1-1)$$

齿轮传动比为

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad (4.1-2)$$

所以,只要螺旋参数恒定不变,传动比也就恒定不变。由于螺旋参数的公式为

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= r_{K1} \cot \beta_{K1} = \frac{1}{2} d_1 \cot \beta \\ p_2 &= r_{K2} \cot \beta_{K2} = \frac{1}{2} d_2 \cot \beta \end{aligned} \right\} \quad (4.1-3)$$

式中 r_{K1} 、 r_{K2} —— K_1 、 K_2 点半径;

β_{K1} 、 β_{K2} —— K_1 、 K_2 点螺旋角。

因两齿轮的节圆螺旋角数值相等,因而圆弧齿轮的瞬时传动比不变,始终等于两齿轮节圆直径之比,即

$$i = \frac{p_2}{p_1} = \frac{d_2}{d_1} \quad (4.1-4)$$

综上所述,圆弧齿轮实现等传动比连续传动应满足的条件是:齿廓不发生干涉,螺旋角大小相等而方向相反,模数相同,纵向重合度大于1。

1.3 圆弧齿轮传动的两种类型

圆弧齿轮分为单圆弧齿轮和双圆弧齿轮。单圆弧齿轮的齿形特征是其工作齿廓为一段圆弧。一个齿轮上的轮齿做成凸齿(在节圆外),另一个齿轮上的轮齿做成凹齿(在节圆内),见图4.1-4a。一般小齿轮为凸齿齿廓,小齿轮齿数可得很少(如6~8齿),其最小齿数主要是受轴的强度和刚度限制。一对单圆弧齿轮进行啮合传动,当主动齿轮轮齿为凸圆弧齿廓时,顺着齿轮运动方向看(图4.1-4a),啮合线(投影为K点)位于瞬时回转轴(投影为节点P)后面,称为节点后啮合传动。反之,轮齿为凹圆弧齿廓的齿轮为主动轮时,则为节点前啮合传动。单圆弧齿轮只具有一种(节点前或节点后)啮合传动特性。单圆弧齿轮加工时,要用两把滚刀,凹齿形滚刀加工凸齿齿轮,凸齿形滚刀加工凹齿齿轮。

双圆弧齿轮的齿形特征是其工作齿廓为两段圆弧。一个齿轮上的轮齿齿廓,节圆外为凸形齿廓,节圆以内为凹形齿廓(图4.1-4b)。由于双圆弧齿轮的凸齿部分和凹齿部分都参加啮合,同一轮齿上有两条接触迹线。在齿轮几何参数不变的条件下,轮齿上的接触点

数比单圆弧齿轮多,分担到每个接触点上的载荷要小得多,因此,双圆弧齿轮的承载能力得到很大提高。双圆弧齿轮传动中,主动齿轮凸齿啮合线在瞬时回转轴后面,而凹齿啮合线则在瞬时回转轴前面。双圆弧齿轮同时具有两种啮合传动特性,称为节点前后啮合传动。加工配对的双圆弧齿轮时,用同一把具有凸、凹齿廓的双圆弧齿轮滚刀加工。双圆弧齿轮传动已逐步取代单圆弧齿轮传动,获得广泛应用。

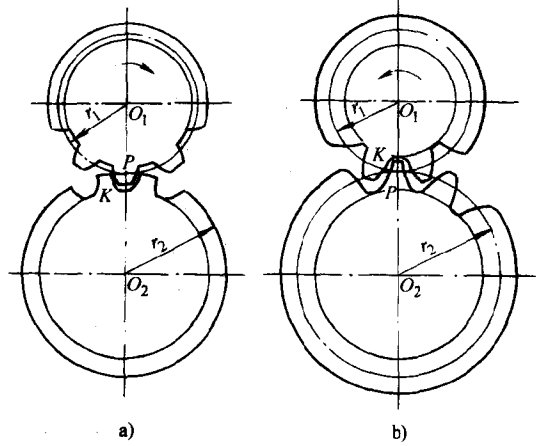


图4.1-4 单圆弧齿轮传动和双圆弧齿轮传动

a) 单圆弧齿轮传动 b) 双圆弧齿轮传动

2 圆弧齿轮齿面方程和相对曲率半径

2.1 圆弧齿轮的齿面方程

我国应用的圆弧齿轮,其齿面是由法面为圆弧齿廓的基本齿条包络而成(图4.1-5)。图4.1-5a为基本齿条图,坐标平面 $x'O'y'$ 为齿条法平面。右上角小图表示齿条圆弧齿廓,圆弧中心距坐标原点 O' 的距离为 L 和 x 。图4.1-5b为齿条包络形成齿面图。

圆弧齿轮的齿面是当齿条节平面与齿轮节圆柱面相互滚动时,由齿条齿面包络形成。两齿面是共轭齿面,且在共轭运动中符合齿轮基本啮合原理,即在齿面上任一点接触时,接触点的相对运动速度矢量位于过该点的两齿面的公切面内;两齿面在该点的公法线通过瞬时回转轴。根据这一原则,首先求出齿条的齿面方程,应用坐标变换将齿条法平面($x'O'y'$ 坐标面)的基本齿廓上某点坐标变换到与齿条固连的动坐标系(O_1-x_1, y_1, z_1),就得到齿条的齿面方程。再将齿条的动坐标系变换到与齿轮固连的动坐标系($O-x, y, z$),并与产生共轭运动的啮合方程联立,即可求出圆弧齿轮的齿面方程。该齿面方程为法面圆弧齿轮的齿面

方程,也就是说在圆弧齿轮轮齿的法平面内,其齿形为圆弧(包络齿形,近似圆弧)。

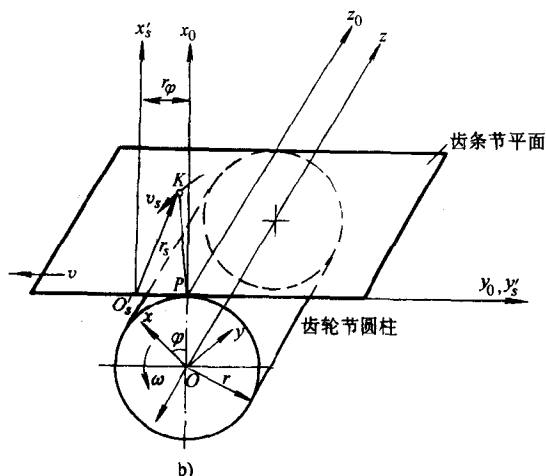
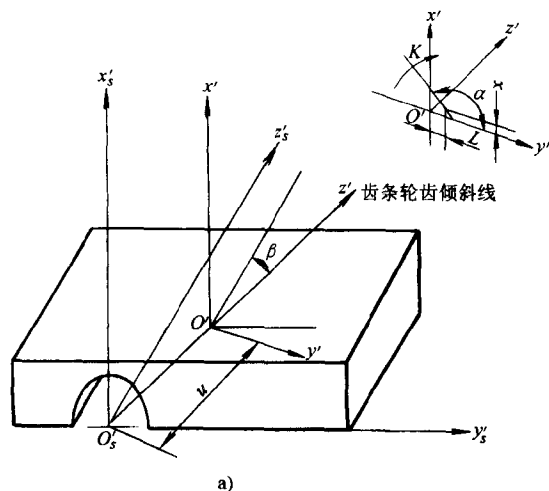


图 4.1-5 齿面包络成形图

a) 基本齿条 b) 齿条包络形成齿面图

法面圆弧齿轮的齿面方程如下:^[3,4]

$$\begin{cases} X = (\rho \sin \alpha + x + r) \cos \varphi - (\rho \sin \alpha + x) \cot \alpha \cos \beta \sin \varphi \\ Y = (\rho \sin \alpha + x + r) \sin \varphi + (\rho \sin \alpha + x) \cot \alpha \cos \beta \cos \varphi \\ Z = p \varphi + x \cot \alpha \cos \beta \cot \beta - p \cos \alpha \sin \beta - \frac{L}{\sin \beta} \end{cases} \quad (4.1-5)$$

$$p = \frac{m_n z}{2 \sin \beta}$$

- 式中 ρ ——齿廓圆弧半径;
 r ——齿轮节圆半径;
 φ ——齿轮转角;
 p ——齿面螺旋参数;
 m_n ——齿轮法向模数;
 z ——齿数。

基本齿廓主要由圆弧构成,圆弧上各点坐标值可

由圆心位置 (x, L) , 圆弧半径 ρ 和齿形角 α 确定。在进行坐标计算时,作如下规定:

- x ——齿廓圆心距 y' 轴(相当于基本齿廓节线)距离, y' 轴以上为正,反之为负;
- L ——齿廓圆心距 x' 轴(相当于轮齿对称线)距离,在 y' 正方向为正,反方向为负;
- α ——基本齿廓上任一点和该齿廓圆弧中心的连线与节线坐标轴之间的夹角,从 y' 轴正方向开始,逆时针方向计值,取为正值;
- β ——齿轮螺旋角,右旋为正,左旋为负。

圆弧齿轮的齿面方程是计算齿面相对曲率半径、计算圆弧齿轮滚刀齿形和计算齿轮测量尺寸的基础。

2.2 圆弧齿轮的相对曲率半径

齿轮齿面的相对曲率半径越大,齿面接触面增大,接触强度可大大提高。根据圆弧齿轮齿面方程式,用微分几何的方法,可求出垂直于瞬时接触线(图 4.1-6)方向的相对曲率半径 ρ_e ^[3,4]。

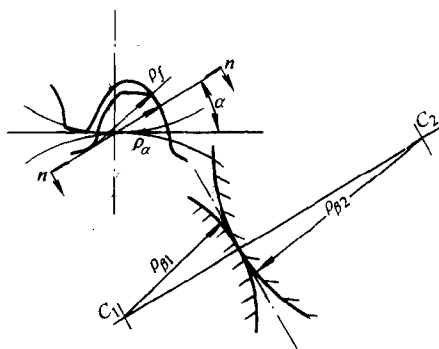


图 4.1-6 跑合后垂直于瞬时接触线方向的齿面曲率半径

$$\begin{aligned} \rho_e &= \frac{1}{\frac{1}{\rho_{\beta 1}} + \frac{1}{\rho_{\beta 2}}} = \frac{u}{1+u} \cdot \frac{r_1}{\sin \alpha \sin^2 \beta} \\ &= \frac{au}{(1+u)^2 \sin \alpha \sin^2 \beta} \quad (4.1-6) \\ u &= \frac{z_2}{z_1} \end{aligned}$$

式中 $\rho_{\beta 1}$ 、 $\rho_{\beta 2}$ ——垂直于瞬时接触线方向的齿面曲率半径;

- a ——中心距;
- r_1 ——小齿轮节圆半径;
- α ——压力角;
- β ——螺旋角;
- u ——齿数比;
- z_1 ——小齿轮齿数;
- z_2 ——大齿轮齿数。

在 $\beta=10^\circ \sim 30^\circ$ 范围内,与几何参数相同的渐开线

齿轮在垂直于瞬时接触线方向的相对曲率半径相比,圆弧齿轮的相对曲率半径增大20~200倍。虽然圆弧齿轮的瞬时接触线(跑合后)很短,齿面强度仍能得到很大提高。螺旋角越小,相对曲率半径 ρ_a 越大,对接触强度有利。

3 重合度与啮合特性

3.1 单圆弧齿轮的重合度

重合度直接与齿轮的承载能力和传动平稳性有关。圆弧齿轮只有纵向重合度。单圆弧齿轮只有一条啮合线(图4.1-7),其纵向重合度(即单线重合度) ϵ_β 由下式计算

$$\epsilon_\beta = \frac{b}{p_x} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} \quad (4.1-7)$$

式中 b ——有效齿宽,对于人字齿轮是指半边的有效齿宽;

p_x ——轴向齿距。

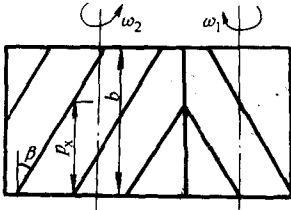


图 4.1-7 单线纵向重合度简图

保证单圆弧齿轮连续传动的条件是 $\epsilon_\beta > 1$ 。一对单圆弧齿轮啮合时,齿面最少接触点数为纵向重合度 ϵ_β 的整数部分数值。

3.2 双圆弧齿轮的重合度和啮合特性

双圆弧齿轮的同一个轮齿上,凸齿面和凹齿面各有一条接触迹线。一对齿轮啮合过程中,凸齿面和凹齿面上都有接触点,并且凸、凹齿面的接触点在轴向相距 q_{TA} 距离(图4.1-8)。所以,双圆弧齿轮在传动过程中,同时啮合的齿对数和同时接触点数都是变化的,情况比较复杂,且与齿宽 b 、轴向齿距 p_x 和凸、凹齿面两接触点间轴向距离 q_{TA} 有关。

图4.1-8b的上图为齿条法面图。图4.1-8b的下图为齿轮节圆柱展开图。根据两齿面在接触点处公法线必须通过瞬时轴这一原则,同一轮齿工作齿面上同时接触的两点 K_{T2} (凸齿接触点)和 K_{A2} (凹齿接触点)间的轴向距离为 q_{TA} 。^[1.3.4]

$$q_{TA} = \frac{0.5\pi m_n + 2l_a - 0.5j + 2x_a \cot \alpha}{\sin \beta} - 2 \left(\rho_a + \frac{x_a}{\sin \alpha} \right) \cos \alpha \sin \beta \quad (4.1-8)$$

式中 j ——法向齿侧间隙;

l_a ——凸齿齿廓圆心偏移量;

x_a ——凸齿齿廓圆心移距量;

ρ_a ——凸齿齿廓圆弧半径;

α ——基本齿廓压力角;

β ——齿轮螺旋角。

双圆弧齿轮保证轮齿连续传动的条件为 $b \geq q_{TA}$,

但是考虑齿轮的承载能力,通常仍保证 $\epsilon_\beta = \frac{b}{p_x} > 1$ 。

双圆弧齿轮的重合度,是指一个轮齿的齿面(包括凸齿面和凹齿面)接触点从开始进入啮合到脱离啮合在轴向所占的长度与轴向齿距之比,即^[7.2.3]

$$\epsilon = \frac{b + q_{TA}}{p_x} = \epsilon_\beta + \lambda \quad (4.1-9)$$

$$\lambda = \frac{q_{TA}}{p_x}$$

式中 λ ——接触点距离系数。

由于双圆弧齿轮啮合过程中,同时啮合的齿对数和同时接触的点数是变动的,其啮合过程可用多点接触系数和多对齿啮合系数来表示。多点接触系数可按表4.1-1计算,多对齿啮合系数可按表4.1-2计算。^[6.3.4]

表中的 m 指齿宽 b 中含 p_x 的整数数值,即

$$b = m p_x + \Delta b \quad (4.1-10)$$

现举例说明双圆弧齿轮的啮合过程。

【例1】 已知 $b = 120\text{mm}$, $p_x = 80\text{mm}$, $q_{TA} = 60\text{mm}$ 。

由式(4.1-10)知 $m = 1$, $\Delta b = 40\text{mm}$ 。根据 $p_x - q_{TA} = 20\text{mm}$ 可知属于表中 $\Delta b > p_x - q_{TA}$ 情况。

按表4.1-1第二列公式计算:

$$\text{两点接触系数 } \epsilon_{2d} = \frac{q_{TA} - \Delta b}{p_x} = 0.25$$

$$\text{三点接触系数 } \epsilon_{3d} = \frac{2(p_x - q_{TA})}{p_x} = 0.5$$

$$\text{四点接触系数 } \epsilon_{4d} = \frac{\Delta b - (p_x - q_{TA})}{p_x} = 0.25$$

以上表明齿轮转过一个角齿距时,在0.25转角中齿面上有两个点同时接触,在0.5转角中齿面上有三个点同时接触,在其余0.25转角中齿面上有四个点同时接触。

① ГОСТ1744—1972 双啮合轴渐开线圆柱齿轮传动的几何计算 (见:双圆弧齿轮, 郑州机械研究所, 1974)。

按表 4.1-2 第二列公式计算：

$$\text{两对齿啮合系数 } \epsilon_{2z} = 2 - \frac{q_{TA} + \Delta b}{p_x} = 0.75$$

$$\text{三对齿啮合系数 } \epsilon_{3z} = \frac{q_{TA} + \Delta b}{p_x} - 1 = 0.25$$

说明齿轮转过一个角齿距时,在 0.75 转角中有两对轮齿同时啮合,在 0.25 转角中有三对轮齿同时啮合。

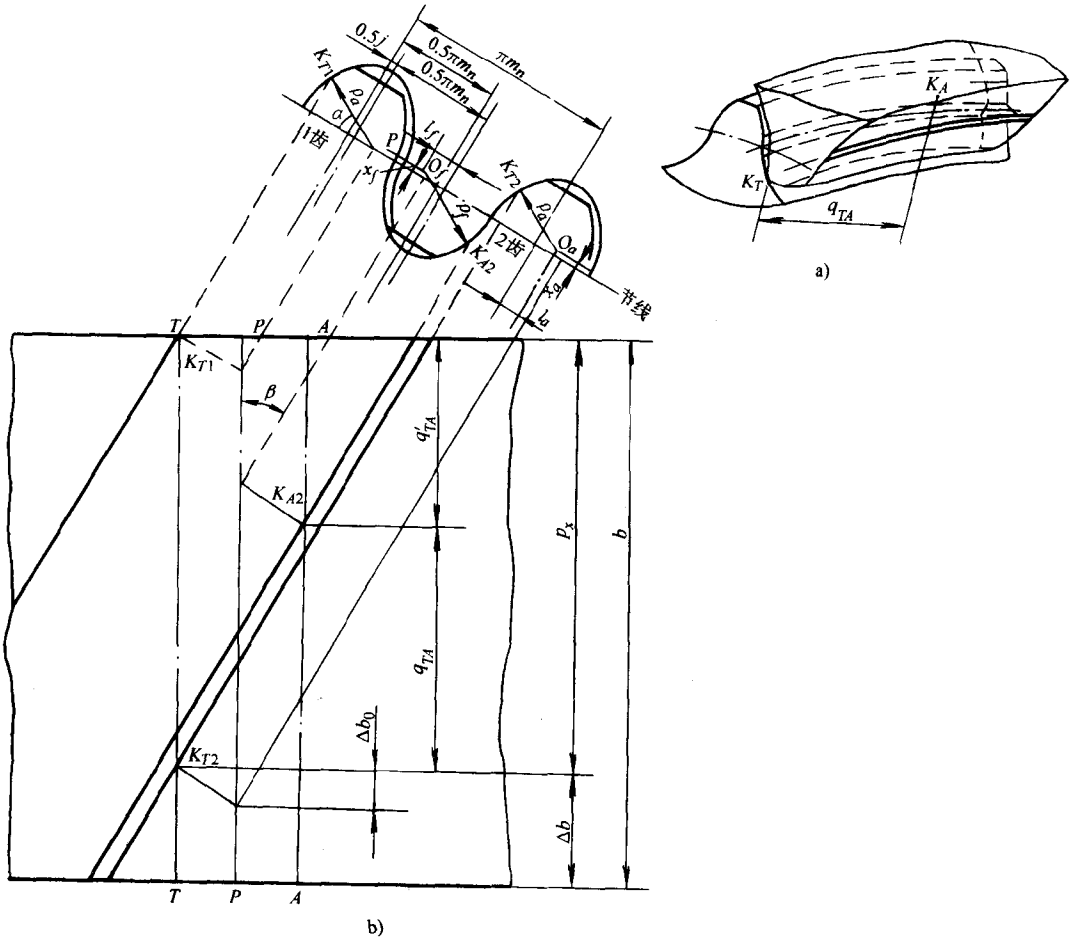


图 4.1-8 双圆弧齿轮接触点轴向距离

a) 齿条法面图 b) 齿轮节圆柱展开图

PP—节线 TT—凸齿啮合线 AA—凹齿啮合线

表 4.1-1 多点接触系数计算表

名 称	代 号	公式及判别式		
		当 $\Delta b \leq p_x - q_{TA}$ 时	当 $p_x - q_{TA} < \Delta b < q_{TA}$ 时	当 $\Delta b \geq q_{TA}$ 时
2m 点接触系数	ϵ_{2md}	$1 - \frac{2\Delta b}{p_x}$	$\frac{q_{TA} - \Delta b}{p_x}$	
(2m+1)点接触系数	$\epsilon_{(2m+1)d}$	$\frac{2\Delta b}{p_x}$	$\frac{2(p_x - q_{TA})}{p_x}$	$2 - \frac{2\Delta b}{p_x}$
(2m+2)点接触系数	$\epsilon_{(2m+2)d}$		$\frac{\Delta b - (p_x - q_{TA})}{p_x}$	$\frac{2\Delta b}{p_x} - 1$

表 4.1-2 多对齿啮合系数计算表

名称	代号	公式及判别式	
		当 $\Delta b \leq p_x - q_{TA}$ 时	当 $\Delta b > p_x - q_{TA}$ 时
m 对齿啮合系数	ϵ_{mz}	$1 - \frac{q_{TA} + \Delta b}{p_x}$	
$(m+1)$ 对齿啮合系数	$\epsilon_{(m+1)z}$	$\frac{q_{TA} + \Delta b}{p_x}$	$2 - \frac{q_{TA} + \Delta b}{p_x}$
$(m+2)$ 对齿啮合系数	$\epsilon_{(m+2)z}$		$\frac{q_{TA} + \Delta b}{p_x} - 1$

4 圆弧齿轮的特点

1) 圆弧齿轮有很大的相对曲率半径, 所以有很高的接触强度。

2) 由于点接触啮合, 受载后应力集中在接触点及其附近, 非全齿宽承担载荷。强度计算表明, 非硬齿面的单圆弧齿轮在 $m_n < 6\text{mm}$, $\epsilon_\beta < 2$ 时, 弯曲强度稍低于同样条件的渐开线齿轮, 但是, 单圆弧齿轮按弯曲强度计算的承载能力仍高于渐开线齿轮按表面接触强度所计算的承载能力。非硬齿面的双圆弧齿轮, 无论是按弯曲强度或按表面接触强度所计算的承载能力, 都远高于同样条件的渐开线齿轮。

3) 圆弧齿轮在理论上处于点接触状态。满载工作前必须进行跑合。因圆弧齿轮沿齿高方向是凸齿与凹齿相配, 相对曲率很小, 啮合齿廓之间的分离量远小于渐开线齿轮, 所以有良好的跑合性能。

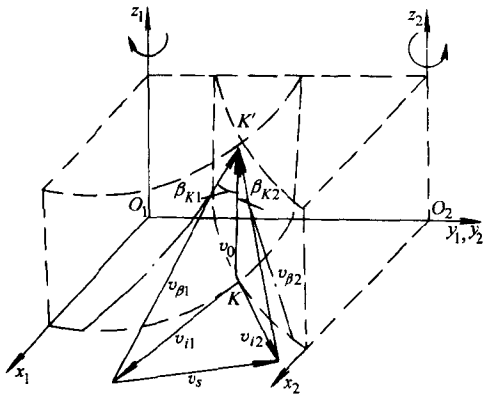


图 4.1-9 圆弧齿轮速度图

4) 啮合过程中, 两啮合齿面沿齿线方向相互滚动(图 4.1-9), 接触点沿齿面的迁移速度(即接触齿面的滚动速度)为

$$\left. \begin{aligned} v_{\beta 1} &= \frac{v_{i1}}{\sin \beta_{K1}} \\ v_{\beta 2} &= \frac{v_{i2}}{\sin \beta_{K2}} \end{aligned} \right\} \quad (4.1-11)$$

式中 v_{i1} 和 v_{i2} 为接触点的圆周速度, β_{K1} 和 β_{K2} 为接触点处螺旋角。由此可知, 由于滚动速度 $v_{\beta 1}$ 和 $v_{\beta 2}$ 很大, 在齿面间能建立较厚的润滑油膜, 所以圆弧齿轮的摩擦损耗小, 效率高, 不易磨损。

5) 圆弧齿轮齿面上各点的相对滑动速度相同(图 4.1-10), 其值为

$$v_s \approx (\omega_1 + \omega_2) \rho_a \quad (4.1-12)$$

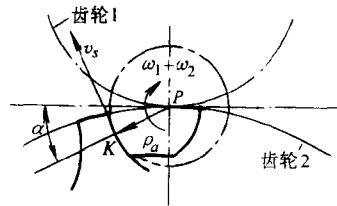


图 4.1-10 圆弧齿轮传动齿面滑动速度

因此, 齿面磨损小而均匀, 具有良好的跑合性能。正常磨损后齿面粗糙度会降低, 对传动质量有所改善。

6) 圆弧齿轮传动 由于中心距和切齿深度的偏差将引起沿齿高方向轮齿接触位置变化, 对齿轮的承载能力影响较大。因此, 要严格控制中心距和切齿深度的公差要求。

7) 圆弧齿轮是靠接触点沿齿长方向移动而实现传动的, 所以, 其齿向误差和轴向齿距偏差犹如渐开线齿轮的基节偏差的影响。它们会导致啮入和啮出冲击。齿面波度、走刀刀痕波纹和齿面粗糙度大小, 也将影响传动的平稳性, 是引起噪声中高频成分的主要来源, 应予重视。

8) 圆弧齿轮传动中, 啮合点沿轴向移动, 初始接触点在齿端, 齿端是薄弱环节。齿端修形有利于防止齿端崩角, 减小啮入冲击, 提高传动平稳性。

9) 圆弧齿轮因齿形特点, 不发生根切现象, 最少齿数可取得很小。

5 圆弧齿轮在我国的发展与应用

由于圆弧齿轮的承载能力比同样条件下的渐开线

齿轮高,且工艺简单、成本低,我国从1958年就开始了研究和应用。在基础理论和设计计算方面,先后进行了啮合理论、承载能力计算、轮齿受载变形及修形计算、弹流润滑分析、珩齿工艺机理、滚刀齿形设计与计算、精度检验与测量尺寸计算、计算机辅助设计(CAD)与绘图等项研究。在齿轮和滚刀制造工艺方面,进行了滚齿修形(齿端修薄)、中硬齿面滚齿、硬齿面刮削、蜗杆型软砂轮珩齿,以及硬质合金双圆弧齿轮刮削滚刀制造等项技术研究。与此同时,进行了大量的试验和工业应用,并且先后制订了一整套有关圆弧齿轮的国家标准。它们是:GB/T1840—1989 圆弧圆柱齿轮模数、GB/T12759—1991 双圆弧圆柱齿轮基本齿廓、GB/T13799—1992 双圆弧圆柱齿轮承载能力计算方法、GB/T14348.1—1993 双圆弧齿滚刀型式和尺寸、GB/T14348.2—1993 双圆弧齿滚刀 技术条件、GB/T15752—1995 圆弧圆柱齿轮基本术语和GB/T15753—1995 圆弧圆柱齿轮精度。

圆弧齿轮泛指单圆弧齿轮和双圆弧齿轮。在70年代中期以前,我国主要是研究应用单圆弧齿轮。由于齿形特点,圆弧齿轮具有较高的接触强度,在广泛使用非硬齿面齿轮传动的情况下,正好弥补了渐开线齿轮易出现点蚀失效的不足,因而在高低速动力齿轮传动行业广泛应用了单圆弧齿轮,都取得了良好的效果。单圆弧齿轮有两点不足,一是齿形限制,齿根弯曲强度略显不足,使承载能力得不到较大提高;二是需用两把滚刀(凸齿和凹齿滚刀)加工一对啮合齿轮,工艺比较麻烦。

我国从60年代中期就开始研究双圆弧齿轮,但进入实质性的研究、试验和应用是在1975年以后。经过有限元计算分析、光弹试验、台架承载能力试验和工业使用验证,证明双圆弧齿轮的承载能力比单圆弧齿轮有较大的提高。这是因为双圆弧齿形是集凸、凹弧于一体,在轮齿根部有较宽的齿厚,提高了轮齿根部的弯曲强度。在相同条件下,双圆弧齿轮同时接触的点数要多于单圆弧齿轮,减小了每个接触点上的平均载荷。台架承载能力试验表明,双圆弧齿轮的弯曲强度和接触强度分别比单圆弧齿轮提高60%和40%。其综合承载能力比单圆弧齿轮提高40%以上。在工艺上,双圆弧齿轮只需一把滚刀就可以加工一对啮合齿轮。双圆弧齿轮的这两个优点正好克服了单圆弧齿轮的两点不足。我国从80年代开始就重点发展双圆弧齿轮,在低速重载齿轮传动领域内,主要推广应用硬齿面双圆弧齿轮;在高速齿轮传动领域内,主要推广应用氮化硬齿面双圆弧齿轮。在中等载荷(齿面载荷系数 $K \leq 2.0$ MPa)下,使用中硬齿面(低速传动)和渗氮硬齿

面(高速传动)双圆弧齿轮,较使用渗碳淬火磨齿渐开线齿轮会有更好的社会效益,因为其工艺简单、成本低、制造周期短,一般工厂都可以生产。但要注意保证齿轮的加工、装配精度(低速传动不低于7级、高速传动不低于6级)和材质质量,高速齿轮应进行齿端修形和齿面珩齿工艺。对于低速齿轮,今后应在中小模数范围内推广渗碳淬火硬齿面刮削工艺,进一步提高齿轮的承载能力。因此本篇主要介绍双圆弧齿轮的设计计算、精度测量及相关标准。

圆弧齿轮在我国的应用十分广泛。作为低速重载齿轮传动主要应用于冶金、矿山、石油化工、建材水泥、榨糖、运输等行业。如首钢650轧机单圆弧齿轮机座,太钢1200薄板轧机单圆弧齿轮减速器,鞍钢初轧厂的18in连轧机和24in连轧机双圆弧齿轮减速器。用非硬齿面圆弧齿轮替代同样条件的渐开线齿轮以后,都大幅度地提高了钢产量和延长了齿轮使用寿命。如24in连轧机的传递功率,由原设计的2982kW(4000hp)提高到5000kW,钢产量由原设计50万t/年提高到300万t/年,18in连轧机原渐开线齿轮的使用寿命平均为2.2年,而双圆弧齿轮的使用寿命在6年以上。1985年第一重型机器厂为西南铝加工厂2800轧机设计制造的模数为30mm,中心距800mm的双圆弧齿轮机座,是目前应用的最大模数的双圆弧齿轮。我国石油工业抽油机用的减速器,几乎全部采用双圆弧齿轮,并且制订了行业标准,其产品质量达到了美国API613标准要求,出口美国。另外,矿井提升机、行车运行机构和胶带运输机用的减速器,以及工业通用减速器已形成系列产品。在低速重载齿轮传动领域,还将非标准的短齿双圆弧齿轮成功地用于煤炭刮板运输机减速器上和长江航运驳船上,进一步提高了齿轮的承载能力。

圆弧齿轮也在汽轮机、鼓风机、压缩机等高速齿轮传动方面获得广泛应用。与一般工业用鼓风机和小型汽轮发电机组配套的高速圆弧齿轮变速箱已成系列产品,成为我国高速齿轮批量生产的主导产品。浙江镇海炼化公司炼油厂应用的3000kW催化主风机高速双圆弧齿轮箱,齿轮采用中硬调质、精滚齿齿端修形、齿面深层离子渗氮和齿面珩齿工艺,齿轮节圆线速度达到117m/s,齿面载荷系数1.88MPa,噪声为8.9dB(A),其动态特性(振动和噪声)均达到国际先进水平。其承载能力和磨齿渐开线齿轮相当,而制造成本大为降低,具有十分明显的技术经济效益。新开发的6300kW高速双圆弧齿轮箱已于1999年11月在镇海投产。9000kW同类产品已于1998年底交付南阳炼油厂。

综观圆弧齿轮在我国的发展与应用,从基础理论研究到标准化系列化生产,从试制到掌握成套的中硬

表 4.2-2 双圆弧齿轮基本齿廓参数

法向模数 m_n/mm	基本齿廓的参数										
	α	h^*	h_a^*	h_f^*	ρ_a^*	ρ_f^*	x_a^*	x_f^*	l_a^*	\bar{s}_a^*	h_k^*
1.5~3	24°	2	0.9	1.1	1.3	1.420	0.0163	0.0325	0.6289	1.1173	0.5450
>3~6	24°	2	0.9	1.1	1.3	1.410	0.0163	0.0285	0.6289	1.1173	0.5450
>6~10	24°	2	0.9	1.1	1.3	1.395	0.0163	0.0224	0.6289	1.1173	0.5450
>10~16	24°	2	0.9	1.1	1.3	1.380	0.0163	0.0163	0.6289	1.1173	0.5450
>16~32	24°	2	0.9	1.1	1.3	1.360	0.0163	0.0081	0.6289	1.1173	0.5450
>32~50	24°	2	0.9	1.1	1.3	1.340	0.0163	0.0000	0.6289	1.1173	0.5450

法向模数 m_n/mm	基本齿廓的参数									
	l_f^*	h_{ja}^*	h_{jf}^*	e_f^*	\bar{s}_f^*	δ_1	δ_2	r_j^*	r_g^*	h_g^*
1.5~3	0.7086	0.16	0.20	1.1773	1.9643	6°20'52"	9°25'31"	0.5049	0.4030	0.9861
>3~6	0.6994	0.16	0.20	1.1773	1.9643	6°20'52"	9°19'30"	0.5043	0.4004	0.9883
>6~10	0.6957	0.16	0.20	1.1573	1.9843	6°20'52"	9°10'21"	0.4884	0.3710	1.0012
>10~16	0.6820	0.16	0.20	1.1573	1.9843	6°20'52"	9°0'59"	0.4877	0.3663	1.0047
>16~32	0.6638	0.16	0.20	1.1573	1.9843	6°20'52"	8°48'11"	0.4868	0.3595	1.0095
>32~50	0.6455	0.16	0.20	1.1573	1.9843	6°20'52"	8°35'01"	0.4858	0.3520	1.0145

注：1. 表中带 * 号者，是指该尺寸与法向模数 m_n 的比值，例如： $h^* = h/m_n$ ； $\rho_a^* = \rho_a/m_n$ 。
 2. 摘自 GB/T12759—1991。

表 4.2-3 侧 隙

法向模数 m_n	1.5~3	>3~6	>6~10	>10~16	>16~32	>32~50
侧隙 j	0.06 m_n	0.06 m_n	0.04 m_n	0.04 m_n	0.04 m_n	0.04 m_n

注：摘自 GB/T12759—1991。

双圆弧齿轮基本齿廓参数计算公式

$$h_k^* = x_a^* + \rho_a^* \sin \alpha \quad (4.2-1)$$

$$x_f^* = \rho_f^* \sin \alpha - h_k^* \quad (4.2-2)$$

$$\bar{s}_a^* = 2(\rho_a^* \cos \alpha - l_a^*) \quad (4.2-3)$$

$$l_f^* = l_a^* - 0.5j^* + (\rho_f^* - \rho_a^*) \cos \alpha \quad (4.2-4)$$

$$e_f^* = 2(\rho_f^* \cos \alpha - l_f^*) \quad (4.2-5)$$

$$\bar{s}_f^* = \pi - e_f^* \quad (4.2-6)$$

$$\delta_1 = \arcsin \left(\frac{h_{ja}^* - x_a^*}{\rho_a^*} \right) \quad (4.2-7)$$

$$\delta_2 = \arcsin \left(\frac{h_{jf}^* + x_f^*}{\rho_f^*} \right) \quad (4.2-8)$$

$$r_g^* = \frac{\rho_f^{*2} - l_f^{*2} - (h_f^* + x_f^*)^2}{2(\rho_f^* - h_f^* - x_f^*)}$$

$$= \frac{1}{2} \left[(\rho_f^* + h_f^* + x_f^*) - \frac{l_f^{*2}}{\rho_f^* - h_f^* - x_f^*} \right] \quad (4.2-9)$$

$$h_g^* = \frac{\rho_f^* (h_f^* + x_f^* - r_g^*)}{\rho_f^* - r_g^*} - x_f^* \quad (4.2-10)$$

$$r_j^* = \frac{1}{2} \left[\frac{\omega^2 + (h_{ja}^* + h_{jf}^*)^2}{\omega \cos \delta_1 - (h_{ja}^* + h_{jf}^*) \sin \delta_1} \right] \quad (4.2-11)$$

式中 $\omega = 0.5\pi + l_a^* + l_f^* - \rho_a^* \cos \delta_1 - \rho_f^* \cos \delta_2$

3 特殊齿形应用

在双圆弧齿轮的应用中，应尽量采用标准齿形，即 GB/T12759—1991 规定的基本齿廓。标准齿形是兼顾高速和低速齿轮传动要求的通用齿形。从目前工业应用效果看，都可以满足使用要求。但是，如果有特殊的使用要求时，也可以调整齿形参数自行设计特殊齿形。对于高速齿轮传动，为了提高轮齿的柔性，改善其阻尼特性，可适当增大齿高。如前苏联的 IOT3-65 双圆弧齿形，全齿高为 $2.7m_n$ ，主要用于离心式压缩机的增速齿轮传动，线速度高达 125m/s，在同等条件下，其承载能力渐开线齿轮有很大提高，效率提高 2%~3%，传动平稳、噪声低。太原理工大学设计的 FSPH—78 型双圆弧齿形，全齿高为 $2.25m_n$ ，用于 H 型压缩机的高速齿轮传动，效果良好。对应用于低速重载齿轮传动的硬齿面双圆弧齿轮，由于齿面接触强度提高很多，

其承载能力主要受轮齿抗弯强度的限制。为了提高轮齿的抗弯强度,可适当地降低齿高。太原理工大学设计的FSPH-79硬齿面双圆弧齿轮基本齿廓,全齿高为 $1.45m_n$,1984年应用于北京铜材厂200轧机齿轮基座上,其承载能力和使用寿命远高于渐开线齿轮。

双圆弧齿轮的齿形设计,对齿轮的承载能力和传

动品质影响很大。标准齿形的制订,经过设计计算、光弹试验、台架承载能力试验、工业使用验证、多种方案反复论证经历统一齿形、JB2940-81,才确定了现行的GB/T12759-1991基本齿廓。经20年工业应用实践,说明该基本齿廓是可靠而经济实用的。对待特殊齿形设计,一定要持科学的、严肃认真的态度。

第3章 圆弧圆柱齿轮基本参数选择与几何尺寸计算

1 基本参数选择

圆弧齿轮的基本参数有:模数 m_n 、齿数 z_1 和 z_2 、螺旋角 β 、齿宽系数 ϕ_a 或 ϕ_d 、齿宽 b 、纵向重合度 ϵ_β 、中心距 a 和齿数比 u 等。根据设计要求,合理协调地选择参数,可以有效地提高承载能力、延长使用寿命和改善工作质量。各参数之间联系密切,互相制约,存在以下基本关系。

$$d_1 = \frac{z_1 m_n}{\cos \beta} \quad (4.3-1)$$

$$\epsilon_\beta = \frac{b}{p_x} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} \quad (4.3-2)$$

$$a = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} \quad (4.3-3)$$

$$\phi_a = \frac{b}{a} = \frac{2 \pi \epsilon_\beta \cot \beta}{z_1 + z_2} \quad (4.3-4)$$

$$\phi_d = \frac{b}{d_1} = \frac{\pi \epsilon_\beta \cot \beta}{z_1} \quad (4.3-5)$$

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (4.3-6)$$

对于人字齿轮,式中的 b 、 ϵ_β 、 ϕ_a 和 ϕ_d 均指单侧齿的值。

1.1 齿数 z_1 和模数 m_n

当小齿轮的分度圆(圆弧齿轮不变位,分度圆即节圆)直径 d_1 、螺旋角 β 和有效齿宽 b 不变时,选择较少的齿数 z_1 ,相应增大模数 m_n ,可以提高轮齿抗弯强度。但这将导致重合度减小,降低传动平稳性,并且增大齿面间相对滑动速度,降低传动效率,容易发生胶合。而且模数增大也使跑合困难。因此,在满足轮齿抗弯强度的前提下,宜选用较小的模数和较多的齿数 z_1 。

在通用减速器中,通常取 $m_n = (0.01 \sim 0.02)a$, a —中心距。对于大中心距、外载荷平稳、连续运转的传动,可取小值,反之取大值。对于有冲击载荷,且轴承对称布置的传动,如轧钢机齿轮座,可取 $m_n =$

$(0.025 \sim 0.04)a$ 。最终确定的模数应符合国标GB/T1840-1989的规定。

小齿轮齿数通常采用 $z_1 = 16 \sim 50$ 。由于圆弧齿轮不存在根切现象,最少齿数不受根切限制。但齿数过少,模数增大,将减小重合度。对于中低速齿轮传动,多取 $z_1 = 16 \sim 35$ 。对于高速齿轮传动,应选择较多的齿数,以提高传动平稳性,一般 $z_1 = 25 \sim 50$ 。

此外,选择齿数时,应注意齿数比 u 不得超出给定的速比误差范围。对于高速齿轮传动,还应尽量使 z_1 和 z_2 互为质数,以避免周期性啮合误差的影响。

1.2 纵向重合度 ϵ_β

选取较大的纵向重合度,可以提高传动平稳性和承载能力。

纵向重合度可表示为整数部分 μ_ϵ 和尾数部分 $\Delta\epsilon$ 之和。

$$\epsilon_\beta = \mu_\epsilon + \Delta\epsilon \quad (4.3-7)$$

整数部分 μ_ϵ 的常用范围为 $2 \sim 5$ 。对中、低速齿轮传动,常取 $\mu_\epsilon \geq 2$ 。对于高速齿轮传动,一般取 $\mu_\epsilon \geq 3$ 。对于高精度、大螺旋角的人字齿轮或带有推力盘的单斜齿轮,可取更大值。在采用大重合度时,必须严格限制齿距误差、齿向误差、轴线平行度误差和轴系变形量,否则,不能保证各接触迹均匀地分担载荷。

尾数部分 $\Delta\epsilon$,按不包括齿端修薄长度的有效齿宽计算的常用范围为 $0.25 \sim 0.4$ 。尾数 $\Delta\epsilon$ 过小,当接触迹进入或脱离齿面时,齿端应力过大,容易产生齿端崩角。随着 $\Delta\epsilon$ 的增大,齿端应力将随之减小。但当 $\Delta\epsilon$ 超过 0.4 后,应力减小不明显。 $\Delta\epsilon$ 取得过大时,增加了齿宽,却不能使每一瞬间都增加接触迹数目。

对于高速双圆弧齿轮传动,在选择参数时除按常规选取重合度的整数和尾数外,适当增加齿宽,采用齿端修薄,既可延缓啮入,避免冲击,又可保证啮入时齿端部有足够的宽度承担载荷,避免齿端崩角。

1.3 螺旋角 β

螺旋角 β 在齿面相对曲率半径中起主要作用，它直接影响齿面瞬时接触迹宽度。增大螺旋角，则接触迹宽度减小，每个接触迹上的应力增大，对齿面接触强度不利，但当齿宽一定时，选用大螺旋角可以增大纵向重合度。增加接触迹数目，每个接触迹上分担的载荷会减小，因此能改善齿面接触强度，使传动平稳。另外，增大螺旋角对提高齿轮抗弯强度有利。但在齿轮圆周线速度一定时，增大螺旋角，会使齿面滚动速度减小，不利于润滑油膜的形成，同时增大啮合轴向力，加重轴承承受的载荷。螺旋角过大，也会造成滚齿加工困难。因此，只有在齿宽一定的条件下，采用较大螺旋角是合适的，但也要综合考虑各因素的影响。

螺旋角的常用范围为：

单斜齿： $\beta=10^\circ\sim 20^\circ$ ，人字齿： $\beta=25^\circ\sim 35^\circ$ 。

1.4 齿宽系数 ϕ_a 或 ϕ_d

对于圆弧齿轮，为了保证纵向重合度和适宜的螺旋角，齿宽系数宜取稍大值。特别是对单级传动，齿宽系数有条件应取得大些。齿宽系数应根据载荷特性、齿轮精度、结构布置和系统刚性等确定。一般 $\phi_a=0.4\sim 0.8$ ， $\phi_d=0.4\sim 1.4$ 。当齿轮精度高、对称布置且结构刚性大时，可取较大值，反之取小值。

1.5 齿宽 b

在确定了模数 m_n 、螺旋角 β 、齿数 z_1 和纵向重合度 ϵ_β 之后，可以按公式计算出齿宽 b 。也可以按选取的齿宽系数 ϕ_a 或 ϕ_d 直接计算。但对于双圆弧齿轮传动，还应该根据要求的啮合特性进一步校核齿宽取得是否合适。表 4.3-1 列出了啮合特性与齿宽范围的对应关系。

表 4.3-1 啮合特性与齿宽的关系

最少接触点数与最少啮合齿对数	代号	齿宽 b 的选择范围
2m 点接触 m 对齿啮合	ϵ_{2md} ϵ_{mx}	$mp_x \leq b \leq (m+1)p_x - q_{TA}$
2m 点接触 (m+1)对齿啮合	ϵ_{2md} $\epsilon_{(m+1)x}$	$(m+1)p_x - q_{TA} < b < mp_x + q_{TA}$
(2m+1)点接触 (m+1)对齿啮合	$\epsilon_{(2m+1)d}$ $\epsilon_{(m+1)x}$	$mp_x + q_{TA} \leq b < (m+1)p_x$

表中的 m 、代号和参数 p_x 、 q_{TA} 的意义和计算方法与表 4.1-1 和表 4.1-2 的相同。

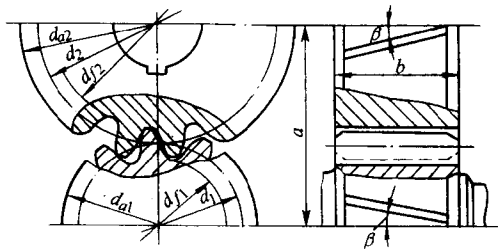
需要指出的是，圆弧齿轮的基本参数选择合理与

否，直接影响齿轮的承载能力和传动质量。各个参数本身都有各自合理的选择范围，且各参数之间又存在一定的联系，相互影响。因此，合理选择圆弧齿轮的基本参数是一个比较复杂的过程。目前，利用计算机辅助设计方法，可以根据设计技术要求，方便、快捷、合理地选择圆弧齿轮的基本参数，还可以根据用户的特殊要求，对基本参数进行优化设计。

2 双圆弧齿轮传动几何尺寸计算

双圆弧齿轮传动几何尺寸计算见表 4.3-2。

表 4.3-2 双圆弧齿轮传动几何尺寸计算



参数名称	代号	计算公式
中心距	a	$a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2\cos\beta}$ 由强度计算或结构设计确定
法向模数	m_n	$\frac{m_n}{a} = 0.01\sim 0.02$ (特殊用途可达 0.04) 由弯曲强度计算或结构设计确定，取标准值(表 4.2-1)
齿数和	z_Σ	$z_\Sigma = \frac{2a\cos\beta}{m_n}$ 按初选螺旋角计算，单斜齿 $\beta = 10^\circ\sim 20^\circ$ ；人字齿 $\beta = 25^\circ\sim 35^\circ$
齿数	z	小齿轮 $z_1 = \frac{z_\Sigma}{1+i} = \frac{2a\cos\beta}{(1+i)m_n}$ 大齿轮 $z_2 = iz_1$ 按给定传动比 $i \geq 1$ 计算，齿数取整数
齿数比	u	$u = \frac{z_2}{z_1}$ 校验传动比误差
螺旋角	β	$\cos\beta = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a}$ 准确到秒
齿宽	b	单斜齿 $b = \phi_a a$ $\phi_a = 0.4\sim 0.8$ 人字齿 $b = \phi_a a$ $\phi_a = 0.3\sim 0.6$ (单边) 或按重合度 ϵ_β 或按啮合特性表 4.3-1 确定
纵向重合度	ϵ_β	$\epsilon_\beta = \frac{b}{p_x} = \frac{b\sin\beta}{\pi m_n}$ b —有效齿宽(不包括齿端修薄长度)

(续)

参数名称	代号	计算公式
同一齿上凸齿和凹齿两接触点间的轴向距离	q_{TA}	$q_{TA} = \frac{0.5(\pi m_n - j) + 2(l_a + x_a \cot \alpha)}{\sin \beta} - 2 \left(\rho_a + \frac{x_a}{\sin \alpha} \right) \cos \alpha \sin \beta$
接触点距离系数	λ	$\lambda = \frac{q_{TA}}{p_x}$
总重合度	ϵ	$\epsilon = \epsilon_\beta + \lambda \quad (\text{当 } \epsilon_\beta \geq \lambda)$
分度圆直径	d	小齿轮 $d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{2a z_1}{z_1 + z_2}$ 大齿轮 $d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{2a z_2}{z_1 + z_2}$
齿顶高	h_a	$h_a = 0.9 m_n$
齿根高	h_f	$h_f = 1.1 m_n$
全齿高	h	$h = h_a + h_f = 2m_n$
齿顶圆直径	d_a	小齿轮 $d_{a1} = d_1 + 2h_a$; 大齿轮 $d_{a2} = d_2 + 2h_a$
齿根圆直径	d_f	小齿轮 $d_{f1} = d_1 - 2h_f$; 大齿轮 $d_{f2} = d_2 - 2h_f$
齿端修薄(修形)量(沿法向齿厚计量)	Δs	$\Delta s = (0.01 \sim 0.04) m_n$ 高精度、大模数齿轮取较小值,反之取较大值
修薄长度(沿齿宽方向计量)	ΔL	$\Delta L = (0.25 \sim 0.4) p_x$ (只修啮入端) $\Delta L = (0.13 \sim 0.2) p_x$ (修两端时,一端的方向计量)

注:齿顶高、齿根高及其所决定的径向尺寸,仅适用于 GB/T12759-1991 标准及与其具有相同齿高的齿廓。

3 双圆弧齿轮测量尺寸计算

在双圆弧齿轮加工中,加工误差是造成齿轮基本齿廓位移的主要原因。它直接影响齿轮的啮合传动质量和承载能力。因此,在加工现场,常用控制齿根圆直径(或斜径)、凸齿公法线长度、凸齿弦齿厚和弦齿深极限偏差的方法,来间接地控制齿轮基本齿廓的位移量。一般只测量其中一项尺寸的误差控制加工精度。对高精度齿轮,有条件时可测量两项尺寸控制加工精度。过去,多采用近似方法计算弦齿厚、公法线长度和弦齿深的尺寸,缺点是当齿数较少、螺旋角较大时,计算误差较大。其精确计算需用数值方法解超越方程,比较麻烦。目前,利用计算机程序精确地计算弦齿厚、公法线长度和弦齿深已不再成为困难。因而,这里只给出精确计算方法。近似算法可参见参考文献 [1] [3]。

3.1 弦齿厚(法向) \bar{s} 和测量弦齿高 \bar{h}

弦齿厚和测量弦齿高的计算公式如下(参见图 4.3-1)。^[3]

$$\text{弦齿厚 } \bar{s} = 2p \sqrt{\sin^2 \theta \tan^2 \beta_0 + (\theta - \theta')^2} \quad (4.3-8)$$

$$\text{弦齿高 } \bar{h} = h_a + r - y, \frac{\cos \theta}{\sin \psi} \quad (4.3-9)$$

式中 θ ——随测点位置而变化的角参数;
 θ' ——辅助角参数;
 p ——螺旋参数;
 β_0 ——测点螺旋角;
 ψ ——测点与坐标原点连线与 x_s 轴的夹角;
 h_a ——齿轮齿顶高;
 r ——齿轮分度圆半径;
 x_s, y_s, z_s ——测点坐标。

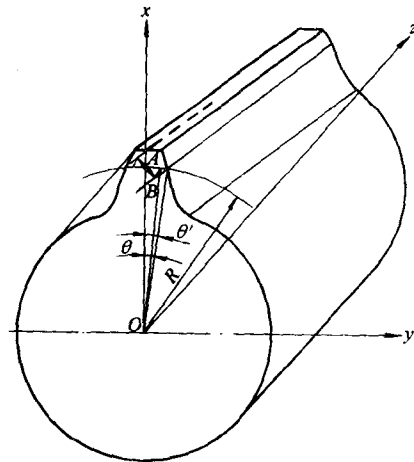


图 4.3-1 弦齿厚计算图

弦齿厚和测量弦齿高的计算过程:

1. 计算已知条件

基本齿廓参数: $\alpha, \rho_a^*, h_a^*, l_a^*, x_a^*$ 。

齿轮参数: m_n, z, β 。

2. 确定辅助参数

$$r^* = \frac{r}{m_n} = \frac{z}{2 \cos \beta}$$

$$p^* = \frac{p}{m_n} = \frac{z}{2 \sin \beta}$$

$$x_s^* = \rho_a^* \sin \alpha + x_a^* + r^*$$

$$y_s^* = (\rho_a^* \sin \alpha + x_a^*) \frac{\cos \beta}{\tan \alpha}$$

$$z_s^* = \rho_a^* \cos \alpha \sin \beta - \frac{x_a^* \cos \beta}{\tan \alpha \tan \beta} - \frac{l_a^*}{\sin \beta}$$

$$\psi = \arctan \frac{y_s^*}{x_s^*}$$

$$\theta' = \psi + \frac{z_s^*}{\rho^*}$$

3. 确定测点螺旋角

$$\tan \beta_0 = \frac{y_s^*}{\rho^* \sin \psi}$$

4. 解超越方程, 求测点极角 θ

$$(\theta - \theta') + \frac{1}{2} \tan^2 \beta_0 \sin 2\theta = 0 \quad (4.3-10)$$

该方程可用迭代法求解。由于 θ 值很小, 迭代初始值可取为

$$\theta_0 = \frac{\theta'}{1 + \tan^2 \beta_0} \quad (4.3-11)$$

然后按下式反复迭代计算, 直到 θ_{i+1} 和 θ_i 基本相等 (误差 $\leq 1''$) 为止。

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \frac{(\theta_i - \theta') + \frac{1}{2} \tan^2 \beta_0 \sin 2\theta_i}{1 + \tan^2 \beta_0 \cos 2\theta_i} \quad (4.3-12)$$

式中 $i=0, 1, 2, 3 \dots$

5. 计算弦齿厚和测量弦齿高

将各参数值代入式(4.3-8)和式(4.3-9)进行计算。

$$\bar{s} = 2\rho \sqrt{\sin^2 \theta \tan^2 \beta_0 + (\theta - \theta')^2}$$

$$= 2m_n \rho^* \sqrt{\sin^2 \theta \tan^2 \beta_0 + (\theta - \theta')^2}$$

$$\bar{h} = h_a + r - y_s \frac{\cos \theta}{\sin \psi} = m_n \left(h_a^* + r^* - y_s^* \frac{\cos \theta}{\sin \psi} \right)$$

测量时, 应按实测齿顶圆半径误差对弦齿高进行修正。

3.2 凸齿公法线长度 W 和测量跨越齿数 k [23.3]

对于双圆弧齿轮, 一般只测量凸齿公法线长度, 要求用公法线卡尺进行测量。

由于基本齿廓的凸齿齿廓圆心不在节线上, 即 $x_a \neq 0$, 包络出的轮齿齿面的法截面齿形, 不是真正的圆弧。但由于 x_a 值很小, 它又非常接近于圆弧。在计算公法线长度时, 把它看作圆弧, 可以简化计算, 产生的理论误差很小, 可忽略不计。

凸齿公法线长度和理论跨越齿数的计算公式如下 (参见计算简图 4.3-2)。

公法线长度

$$W = m_n \left(\frac{d^* \sin^2 \alpha + 2x_a^*}{\sin \alpha_n} + 2\rho_a^* \right) \quad (4.3-13)$$

理论跨越齿数

$$k_0 = \frac{z}{\pi} \left(\alpha_r + \frac{1}{2} \tan^2 \beta \sin 2\alpha_r \right) + \frac{2}{\pi} \left(l_a^* + \frac{x_a^*}{\tan \alpha} \right) + 1 \quad (4.3-14)$$

式中 α_r —— 测点端面压力角;
 α_n —— 测点法向压力角;
 α —— 基本齿廓压力角;
 α_r —— 基本齿廓端面压力角 (rad);

$$\alpha_r = \arctan \frac{\tan \alpha}{\cos \beta}$$

$$d^* = \frac{d}{m_n} = \frac{z}{\cos \beta}$$

d —— 齿轮分度圆直径。

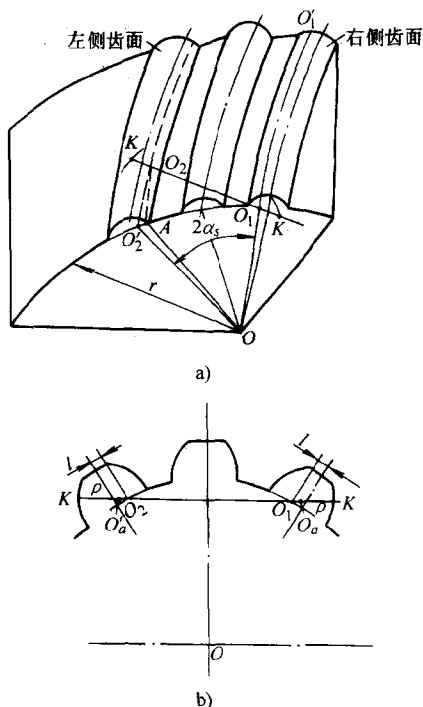


图 4.3-2 公法线计算图

凸齿公法线长度和测量跨越齿数计算过程:

1. 计算已知条件

基本齿廓参数: $\alpha, \rho_a^*, l_a^*, x_a^*$ 。

齿轮参数: m_n, z, β 。

2. 求测量跨越齿数 k

按式(4.3-14)计算出理论跨越齿数 k_0 , 一般为非整数。必须对 k_0 进行圆整, 取接近 k_0 的整数, 即为测量跨越齿数 k 。

3. 解超越方程, 求测点端面压力角 α_r (rad)

$$\alpha_r = M_\alpha - B \sin 2\alpha_r - \frac{Q_\alpha}{\tan \alpha_r} \quad (4.3-15)$$

式中 $M_s = \frac{1}{z} [\pi(k-1) - 2l_a^*]$;

$$B = \frac{1}{2} \tan^2 \beta;$$

$$Q_a = \frac{2x_a^*}{z \cos \beta}$$

用迭代法求解 α_a 时, 最终迭代误差 $\leq 1''$ 。

测点法向压力角 α_n

$$\alpha_n = \arctan(\tan \alpha_a \cos \beta)$$

4. 计算公法线长度

将各参数值代入式 (4.3-13) 进行计算。

3.3 弦齿深 (法向) H

圆弧齿轮的弦齿深直接反映齿廓的径向位置。用弦齿深千分尺进行测量, 是常用的测量方法之一。测量时是以齿顶圆柱面和齿面的交线为基准, 因此, 对弦齿深的计算值要按齿顶圆的实测值进行修正。在加工中多用于大模数或大尺寸齿轮的测量。

弦齿深尺寸的计算公式如下^[3] (参见图 4.3-3)。

$$H = m_n [h^* - r_a^* (1 - \cos \theta)] \quad (4.3-16)$$

式中 h^* —— 全齿高系数;

r_a^* —— 齿顶圆半径;

$$r_a^* = r^* + h_a^*$$

θ —— 随测点位置而变化的角参数。

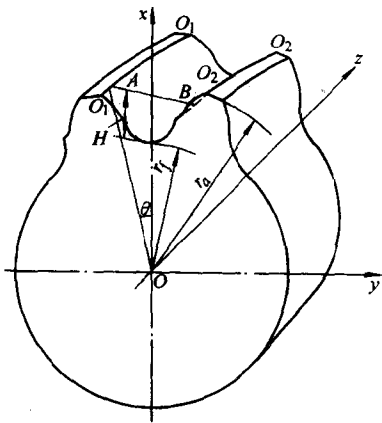


图 4.3-3 弦齿深计算图

弦齿深尺寸的计算过程:

1. 计算已知条件

基本齿廓参数: α 、 ρ_a^* 、 l_a^* 、 x_a^* 、 h_a^* 、 h^* 。

齿轮参数: m_n 、 z 、 β 。

2. 解超越方程, 求出齿顶压力角 α_a 。

$$(\rho_a^* \sin \alpha_a + x_a^* + r^*)^2 + \left(\rho_a^* \cos \alpha_a + \frac{x_a^*}{\tan \alpha_a} \right)^2 \cos^2 \beta - r_a^{*2} = 0 \quad (4.3-17)$$

$$r^* = \frac{r}{m_n} = \frac{z}{2 \cos \beta}$$

式中 r —— 分度圆半径。

用迭代法求解时, 最终迭代误差 $\leq 1''$ 。

3. 解超越方程, 求出基准点极角 θ

$$\theta + \theta' + \frac{1}{2} \tan^2 \beta \sin 2\theta = 0 \quad (4.3-18)$$

式中 θ' —— 辅助角参数 (rad);

$$\theta' = \arctan \frac{y_i^*}{x_i^*} + \frac{z_i^*}{p^*}$$

β_a —— 齿顶螺旋角;

$$\tan \beta_a = \frac{r_a^*}{p^*}$$

带 * 号者, 是指该参数与法向模数 m_n 的比值, 其他同。

$$p^* = \frac{p}{m_n} = \frac{z}{2 \sin \beta}$$

p —— 螺旋参数。

$$x_i^* = \rho_a^* \sin \alpha_a + x_a^* + r^*$$

$$y_i^* = \left(\rho_a^* \cos \alpha_a + \frac{x_a^*}{\tan \alpha_a} \right) \cos \beta$$

$$z_i^* = \rho_a^* \cos \alpha_a \sin \beta - \frac{x_a^* \cos \beta}{\tan \alpha_a \tan \beta} - \frac{0.5\pi + l_a^*}{\sin \beta}$$

用迭代法求解时, 最终迭代误差 $\leq 1''$ 。

4. 计算弦齿深尺寸

将各参数值代入式 (4.3-16) 进行计算。

3.4 奇数齿齿轮的根斜径 L_f

加工时, 测量齿根圆直径是最常用的检测方法。测量时, 用带球形测量头的齿根圆千分尺进行测量。当齿数为偶数时, 因为齿数对称可直接测量齿根圆直径 d_f 。当齿数为奇数时, 一种方法是测量齿轮的根径 d_{fa} 。

$$d_{fa} = d_f + h \quad (4.3-19)$$

根径与齿顶圆的最终加工尺寸有关, 实测根径要计及齿顶圆加工误差的影响。另一种方法是测量根斜径 L_f (见图 4.3-4a)。长期以来根斜径的计算都是采用如下近似公式:

$$L_f = d_f \cos \frac{90^\circ}{z} \quad (4.3-20)$$

这个近似公式是依据测点都在根径圆的端截面上推求的。当齿数较少、螺旋角较大时, 计算值与测量值的误差较大。实际上, 真正的根斜径应是齿根圆柱面