

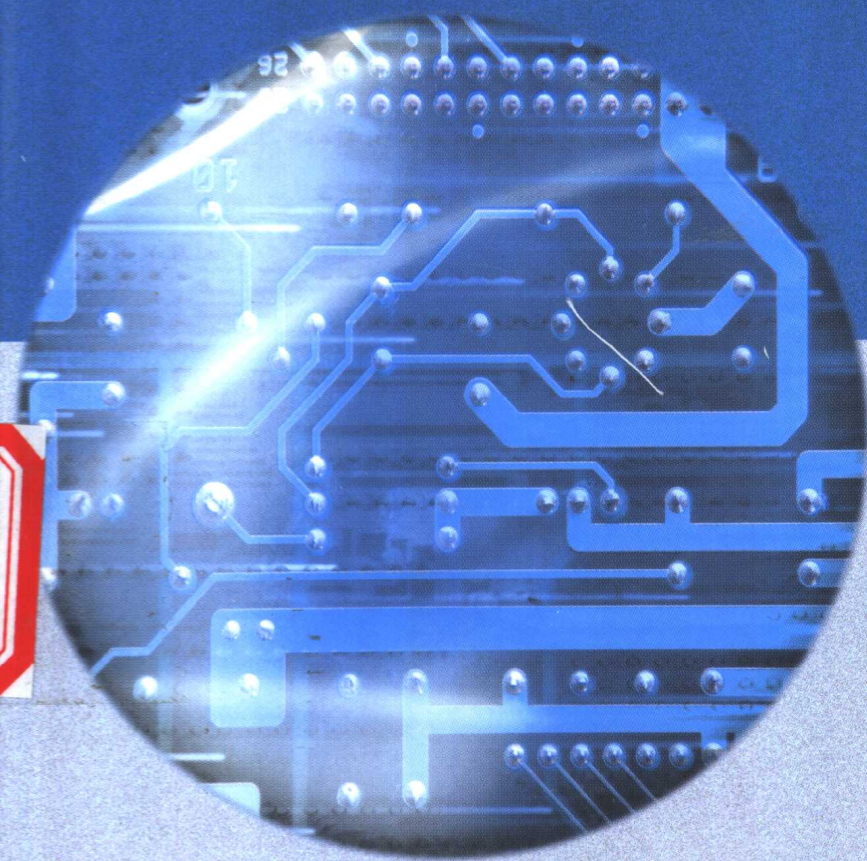


专升本

教育部师范教育司组织编写
中学教师进修高等师范本科(专科起点)教材

数字逻辑电路 与实验

林时昌 主编
姜玉兰 胡兰芳 副主编



高等教育出版社

教育部师范教育司组织编写
中学教师进修高等师范本科(专科起点)教材

数字逻辑电路与实验

林时昌 主编
姜玉兰 胡兰芳 副主编

高等教育出版社

内容简介

本书是为中学物理教师进修师范本科(专科起点)编写的教科书,主要包括:数字逻辑基础、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、半导体存储器和可编程逻辑器件、A/D与D/A转换、数字逻辑电路实验等。

本书精选内容、简明易读,还可作为普通师范本科物理专业、成人高等教育电子信息与计算机类专业的教科书或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字逻辑电路与实验/林时昌主编. —北京:高等教育出版社,2003.6

ISBN 7-04-011868-8

I. 数... II. 林... III. 数字电路:逻辑电路—师范大学—教材 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 107295 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市东城区沙滩后街 55 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100009	网 址	http://www.hep.edu.cn
传 真	010-64014048		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	北京机工印刷厂		
开 本	787×1092 1/16	版 次	2003 年 4 月第 1 版
印 张	21.5	印 次	2003 年 4 月第 1 次印刷
字 数	520 000	定 价	24.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

本书是为中学物理教师进修师范本科(专科起点)编写的教科书,重点介绍数字逻辑电路工作原理及其分析方法、设计方法。

考虑到成人教育的特点和进修师范本科的教学要求,本书编写时作了以下处理:(1)突出基本概念、基本原理和基本方法,注重培养学员分析和解决实际问题的能力;(2)在保证知识系统性、完整性的同时,精选内容,力求简明,深入浅出,提高可读性;(3)坚持理论与实践相结合,以实际器件阐述工作原理,将理论教学和实验教学密切结合、相互呼应;(4)以基础为主兼顾发展,用适当篇幅介绍新器件、新技术和新方法;(5)除可编程器件外,逻辑符号统一用国标符号,将国外常用符号编入附录备查。

使用本书时应将授课、自学、习题和实验教学结合,其中按54学时安排的授课计划可参考下表。

授课(含习题课)学时安排参考表

章 次	1	2	3	4	5	6	7
学时数	8~10	6~7	7~8	4~5	12	6~7	4~5

书中编写了12个实验,教学中可根据实际情况选做5~8个实验。

本书承北京大学沈伯弘教授认真审阅,沈教授对本书的结构和文字提出许多宝贵意见,在此表示深切的谢意。

本书由林时昌主编,第1、4、5章和第8章8.7~8.9、8.12由林时昌执笔;第2、3章和第8章8.1~8.6由姜玉兰执笔;第6、7章和第8章8.10、8.11由胡兰芳执笔。由于编者水平有限,书中难免有错误和不妥之处,恳请批评指正。

编 者

2002年4月于成都

目 录

绪论	1	2.1.2 晶体三极管的开关特性	44
0.1 模拟信号与数字信号	1	2.1.3 晶体管的开关时间	47
0.2 数字逻辑电路的特点	2	2.1.4 关于电平和正、负逻辑问题	48
0.3 组合逻辑电路和时序逻辑电路	3	2.2 TTL 集成门电路	49
0.4 本课程的学习目的和学习方法	4	2.2.1 TTL 与非门	49
第 1 章 数字逻辑基础	5	2.2.2 肖特基 TTL 与非门	54
1.1 数制	5	2.2.3 集电极开路与非门	54
1.1.1 进位计数制	5	2.2.4 三态输出与非门	56
1.1.2 数制转换	6	2.3 金属-氧化物-半导体场效应管开关特性	57
1.2 代码	10	2.3.1 增强型 MOS 管结构、工作原理及输出特性	58
1.2.1 自然二进制码和格雷码	10	2.3.2 MOS 管的开关特性	60
1.2.2 BCD 码	11	2.4 CMOS 集成门电路	60
1.2.3 符号数的原码和补码	12	2.4.1 CMOS 非门	61
1.3 逻辑代数的基本运算	15	2.4.2 CMOS 与非门和 CMOS 或非门	62
1.3.1 逻辑变量和逻辑函数	15	2.4.3 CMOS 传输门	63
1.3.2 3 种基本逻辑运算	15	2.4.4 CMOS 三态门	64
1.3.3 复合逻辑运算	18	2.5 集成逻辑门的分类和使用方法	65
1.4 逻辑代数的基本定律	19	2.5.1 集成逻辑门的分类和特性	65
1.4.1 基本定律和常用公式	19	2.5.2 TTL 和 CMOS 门电路在使用中的几个问题	67
1.4.2 逻辑代数的运算规则	20	小结	69
1.5 逻辑函数的表示方法	21	习题 2	70
1.5.1 逻辑式	21	第 3 章 组合逻辑电路	78
1.5.2 逻辑图	22	3.1 概述	78
1.5.3 真值表	23	3.2 组合逻辑电路的分析与设计	78
1.5.4 最小项和最小项标准式	26	3.2.1 组合逻辑电路的分析方法	78
1.5.5 卡诺图	28	3.2.2 组合逻辑电路的一般设计方法	80
1.6 逻辑函数的化简	31	3.3 常用组合逻辑电路分析实例	83
1.6.1 化简的意义	31	3.3.1 编码器	83
1.6.2 代数法化简	32	3.3.2 译码器	89
1.6.3 卡诺图化简法	33	3.3.3 多路选择器	95
小结	37	3.4 常用组合逻辑电路设计实例	98
习题 1	38	3.4.1 加法器	98
第 2 章 集成逻辑门电路	42		
2.1 晶体管的开关特性	42		
2.1.1 二极管的开关特性	42		

3.4.2 数值比较器	102	5.1.3 脉冲异步时序电路的分析方法	157
3.5 用组合逻辑模块设计组合逻辑电路	105	5.2 寄存器	159
3.5.1 用译码器构成数据分配器和实现多输出函数	105	5.2.1 数码寄存器	159
3.5.2 用多路选择器实现任意组合逻辑函数	107	5.2.2 移位寄存器	161
3.5.3 4位加法器的应用	109	5.3 二进制计数器	167
3.6 组合逻辑电路中的竞争与冒险	111	5.3.1 计数器的特点和分类	167
3.6.1 竞争与冒险的原因分析	111	5.3.2 同步二进制计数器	168
3.6.2 冒险的消除	113	5.3.3 异步二进制计数器	171
小结	115	5.4 十进制和任意进制计数器	175
习题3	116	5.4.1 同步BCD计数器	175
第4章 触发器	121	5.4.2 异步BCD计数器	179
4.1 引言	121	5.4.3 任意M进制计数器	181
4.1.1 触发器的特点和分类	121	5.5 同步时序电路设计	189
4.1.2 触发器的描述方法	122	5.5.1 以触发器为基础的同步时序电路设计	190
4.2 基本RS触发器	122	5.5.2 以中大规模集成电路为基础的同步时序电路设计	192
4.2.1 电路结构和逻辑符号	122	5.6 脉冲波形的产生与整形	195
4.2.2 工作原理	123	5.6.1 概述	195
4.2.3 逻辑功能的其他描述方法	124	5.6.2 施密特触发器	197
4.2.4 集成基本RS触发器及其应用	125	5.6.3 单稳态触发器	201
4.3 门控RS触发器和D型锁存器	125	5.6.4 多谐振荡器	205
4.3.1 门控RS触发器	126	小结	207
4.3.2 D型锁存器	128	习题5	208
4.3.3 状态空翻现象	129	第6章 半导体存储器和可编程逻辑器件	214
4.4 主从触发器	129	6.1 随机存取存储器(RAM)	214
4.4.1 TTL主从JK触发器	129	6.1.1 RAM的结构和参数	214
4.4.2 CMOS主从D触发器	133	6.1.2 静态RAM和动态RAM的存储单元	216
4.5 TTL边沿触发器	136	6.1.3 RAM的容量扩展	218
4.5.1 正边沿触发的D型触发器	136	6.2 只读存储器(ROM)	220
4.5.2 负边沿JK触发器	139	6.2.1 ROM的结构和工作原理	220
4.5.3 触发器的开关特性	141	6.2.2 固定ROM	221
4.6 触发器逻辑功能的转换	142	6.2.3 可编程ROM(PROM)	222
4.6.1 T触发器和T'触发器	142	6.2.4 可改写ROM(EPROM)和电可擦可编程ROM(E ² PROM)	222
4.6.2 触发器逻辑功能转换的方法	144	6.2.5 闪速存储器(Flash Memory)	225
小结	146	6.2.6 可编程ROM应用举例	226
习题4	147	6.3 可编程逻辑器件(PLD)	228
第5章 时序逻辑电路	151	6.3.1 PLD电路的表示方法及有关	
5.1 时序逻辑电路的分析方法	151		
5.1.1 时序逻辑电路的特点	151		
5.1.2 同步时序电路的一般分析方法	152		

符号	229	使用	273
6.3.2 可编程阵列逻辑(PAL)	230	8.2 集成逻辑门外特性测试	283
6.3.3 通用阵列逻辑(GAL)	238	8.3 TTL 集电极开路与非门和三态输出门的测试	288
小结	249	8.4 译码器及其应用	291
习题 6	250	8.5 多路选择器及其应用	294
第 7 章 A/D 与 D/A 转换	251	8.6 组合逻辑电路设计	297
7.1 D/A 转换	251	8.7 集成触发器及其应用	300
7.1.1 D/A 转换原理	251	8.8 集成计数器及其应用	304
7.1.2 D/A 转换器	251	8.9 多谐振荡器	307
7.1.3 DAC 的主要参数	254	8.10 ROM 实验	310
7.1.4 集成 DAC	255	8.11 DAC 实验	313
7.2 A/D 转换	257	8.12 综合实验	318
7.2.1 A/D 转换的一般过程	257	附录 1 美国标准信息交换码	
7.2.2 并行 ADC	259	(ASCII)	320
7.2.3 计数式 ADC	260	附录 2 我国集成电路型号命名	
7.2.4 双积分 ADC	261	规则	322
7.2.5 逐次逼近 ADC	263	附录 3 图形符号说明	323
7.2.6 ADC 的主要参数	265	附录 4 常用逻辑符号对照表	328
7.2.7 集成 ADC	266	附录 5 部分常用数字集成电路引脚	
小结	271	排列	330
习题 7	271	参考书目	334
第 8 章 数字逻辑电路实验	273		
8.1 实验教学要求和常用实验仪器的正确			

绪 论

数字通信、数字影视、数字仪器、智能电器、智能机器以及计算机科学技术的飞速发展,都说明数字电子技术已成为 21 世纪电子技术发展的潮流。它将把人类文明推向一个崭新的“数字时代”。

0.1 模拟信号与数字信号

电信号分为模拟信号和数字信号两类。

模拟信号在时间上和幅值上都是连续平滑变化的。它可以模拟物理过程中物理量随时间变化的规律。例如,正弦信号可模拟简谐振动;从拾音器输出的音频信号,可模拟语音的音量和音调随时间变化的规律;用温度传感器将教室的室温转换为连续的模拟电信号,该信号可模拟温度及其随时间变化的规律。

数字信号在时间上不连续,幅值上也不连续,是一种离散信号。数字信号通常用 0 和 1 两个数值组成,称为二值数字信号,或称为二进制码。二值数字信号可方便地表示各种离散信息,例如 26 个英文字母;汉字的各种偏旁;某班的学生人数,以及他们的姓名、性别、年龄、出生地等。如果用数字信号表示连续变化的模拟过程,必须对相应的模拟信号进行取样和保持,然后通过模数转换,变换成一系列的数字信号。用这种系列数字信号来表示连续的过程,如图 0.1 所示。

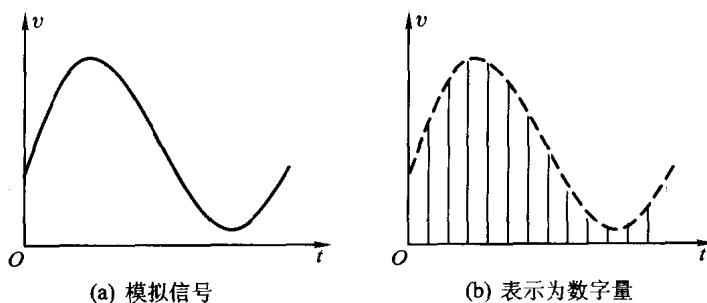


图 0.1 用数字信号表示连续过程

数字信号的表示和传送分为串行和并行两种形式。

串行数字信号由单一引线按时间节拍依次逐位传送。根据数码 0、1 的不同定义,有各种不同的表示方法,如图 0.2 所示。其中图 0.2(a)用高电平表示 1,低电平表示 0,每一位数字所持续的时间间隔都等于 T 。当约定低位先传送,高位后传送时,图 0.2(a)表示的二进制串行数字信号为 100111。图 0.2(b)则定义在一个时间节拍内,有脉冲时为 1,无脉冲为 0,它也表示 100111。

并行数字信号由 n 条引线同时传送 1 个 n 位数字信号,每条导线只传送 1 位。如果要传送 6 位数字信号,必须用 6 条引线 $X_0 \sim X_5$,传送格式如图 0.3(a)所示。图(b)是串行信号的传送格式。

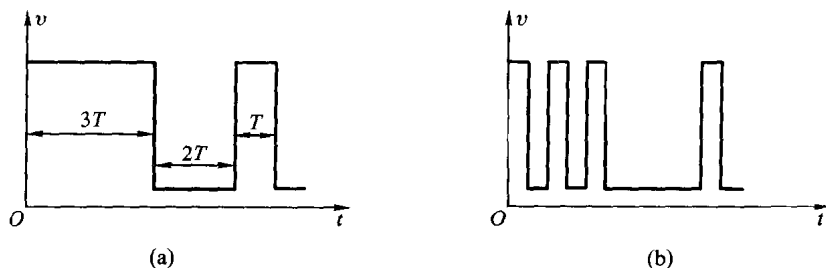


图 0.2 串行数字信号

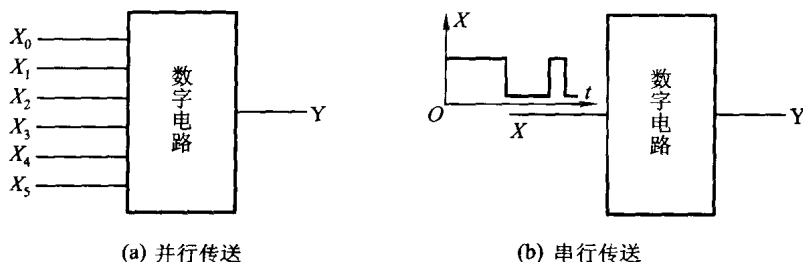


图 0.3 数字信号的串/并行格式

0.2 数字逻辑电路的特点

传送和处理模拟信号的电路称为模拟电路,例如传统的正弦信号放大器、变频器、滤波器等都是模拟电路。传送和处理数字信号的电路称为数字电路,本书将讨论各种基本数字电路,如编码器、译码器、算术运算电路、寄存器、计数器等。

与模拟电路比较,数字电路具有以下特点:

(1) 数字电路的工作信号是由 **0** 和 **1** 两种数值组成的、离散的数字信号。

(2) 组成数字电路的基本单元元件是开关,因此数字电路有时也称为开关电路。

实际上“开关电路”含有三种层次的开关含义:第一,在数字电路中工作的半导体管多数工作在开关状态,即工作在饱和导通状态时如同开关闭合,工作在截止状态时如同开关断开;第二,由半导体管组成的各种逻辑门电路,也是一种电子开关,开门状态下如同开关闭合,关门状态下如同开关断开;第三,由逻辑门组成的逻辑电路,也具有开关特性,如多路选择器就如同一个多掷开关。

电子开关的两种物理状态:断开和闭合,对应数字信号中的 **0** 和 **1**;开关电路的输入、输出均表示为高电平或低电平,也对应数字信号中的 **1** 和 **0**。通常用高电平代表 **1**,低电平代表 **0**,称为正逻辑,反之称为负逻辑。若无特别指出,本书使用正逻辑。

(3) 数字电路主要研究电路输入/输出之间的逻辑关系。

数字电路不仅可以对输入的数字量进行算术运算操作,还可以对输入的逻辑量进行逻辑运算操作。进行逻辑运算操作时,电路具有逻辑判断、逻辑推理等逻辑思维功能。计算机因具有这种逻辑功能而俗称“电脑”。

为了突出数字电路的逻辑功能,常称之为数字逻辑电路,有时还简称为逻辑电路。本书书名正是为突出数字电路的逻辑功能。但在书中,我们无意去区分数字电路、数字逻辑电路和逻辑电路这些名称有什么不同的含义,认为它们是通用的。

(4) 逻辑代数是分析和设计数字逻辑电路的主要数学工具。

逻辑代数又称布尔代数,有关内容将在第1章介绍。这里要指出的是,数字逻辑电路的分析设计方法和模拟电路的方法完全不同。另外,数字逻辑电路只解决二值逻辑问题,只用到布尔代数中解决二值逻辑问题的相关知识。

(5) 与模拟电路比较,数字逻辑电路具有许多突出的优点。如抗干扰能力强、可靠性高、稳定性好、便于集成等等。

数字逻辑电路的工作信号是数字信号,只有高电平和低电平两种状态,电路所能容许的噪声干扰比模拟电路大得多,而且数字逻辑电路还可利用纠错技术减少传输过程中产生的误码。由于数字电路工作在开关状态,不存在受温度变化影响而产生的工作点漂移问题,对电源稳定性要求也不像模拟电路那样严格。超大规模数字集成电路的发展和应用,为数字电子技术的发展,为数字电子技术在更多领域取代模拟电子技术,提供了强有力的支持,使这种取代将继续进行下去。

0.3 组合逻辑电路和时序逻辑电路

数字逻辑电路按其功能可分为组合逻辑电路和时序逻辑电路两类。

组合逻辑电路简称组合电路,第3章将有详细的介绍和讨论。这里用一个实例说明组合逻辑电路的特点。

假设举重比赛时设置3名裁判,他们对同一运动员的试举独立评判,若判试举成功,向表决器输入高电平1;若判失败,则输入低电平0,如图0.4所示。评判信号A、B、C一般不可能同时输入,但不管A、B、C输入的先后顺序,也不管他们对前一名运动员如何评判,只要这次多数输入为1,表决器就输出 $Y=1$,表示试举成功;多数输入为0,就有 $Y=0$,表示试举失败。

可见,组合逻辑电路的输出仅仅与当前的输入有关,而与过去的输入以及输入信号的先后顺序无关。

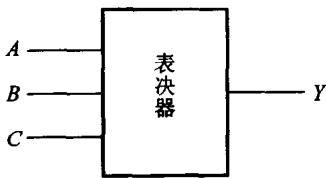


图 0.4 3 裁判表决器

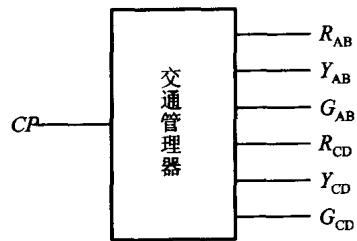


图 0.5 交通管理器

时序逻辑电路简称时序电路,第4、5章有详细介绍和讨论。下面以图0.5所示十字路口的红绿灯交通管理器为例,说明时序电路的特点。

安装在十字路口的红绿灯交通管理器在时钟脉冲CP信号的控制下,可轮流输出6路信号

分别控制两方向的红黄绿灯的亮灭。其中 R_{AB} 、 Y_{AB} 和 G_{AB} 分别控制 AB 方向的红黄绿 3 种信号灯； R_{CD} 、 Y_{CD} 和 G_{CD} 控制 CD 方向的 3 种信号灯。输出 $R_{AB} = 1$ 时, AB 方向红灯亮； $R_{AB} = 0$ 时, AB 方向红灯灭, 其他类推。

显然, 要点亮某方向的任一信号灯, 管理器首先必须有 CP 输入信号, 其次还与电路前一刻的状态有关。例如要输出 $G_{AB} = 1$, 点亮 AB 方向的绿灯, 必须以 CD 方向的红灯已点亮 ($R_{CD} = 1$) 为先决条件; 要点亮 AB 方向的红灯 ($R_{AB} = 1$), 先决条件是 AB 方向的黄灯已亮过。

可见, 这种电路要求严格按照时间顺序输出信号, 在任何时刻的输出都由当时的输入和电路原来的状态共同决定, 即电路的输出不仅与当时的输入有关, 而且与电路原来的状态有关。这种电路称为时序逻辑电路。

0.4 本课程的学习目的和学习方法

本课程是一门实践性很强的基础课。要求通过学习, 不仅要掌握数字逻辑电路的基本概念、基本工作原理和基本的分析和设计方法, 而且要具有分析和解决数字系统实际问题的能力, 具有一定的实验知识和实验能力。

怎样学好本课程呢? 除了可适合任何课程的一般性要求外, 特别提出以下两点:

(1) 要十分重视电路图

全书绝大部分章节的阐述和分析, 都是针对一个个具体电路展开的。本课程的重点是数字逻辑电路的分析和设计。电路分析, 就是根据给定的电路, 讨论它的工作原理和逻辑功能。如果离开电路图, 就失去分析的对象, 工作原理和电路功能又从何谈起。电路分析的教学效果之一是读图能力的提高, 这不仅不能离开电路图, 而且对电路中各种逻辑符号的含义必须完全读懂, 只有真正读懂电路的符号, 才有可能读懂全部电路图。逻辑电路设计是根据对电路提出的功能要求, 选择一定形式的电路实现其逻辑功能的过程。没有电路图, 就不能表现设计的结果。

总之, 离开逻辑电路图就读不懂本书的内容, 就无法学会数字逻辑电路这门课程。

(2) 重视实验教学

数字电路实验是本课程不可缺少的教学内容。实验课的开设体现了本课程实践性强的特点, 使理论与实践相结合。

数字逻辑电路实验用真实的电路元器件将电路图变为真实电路, 通过仪器观测电路的功能, 检验自己的设计, 不仅可以加深理解课堂上和书本上所学的知识, 而且可以学到实践知识和实验技能, 有利于发挥创造性思维和开展创造性学习。

与模拟电路实验比较, 数字逻辑电路实验没有复杂的调试, 但要求逻辑思维清晰。多年实践证明, 通过实验教学可获得学习的乐趣, 从而提高对本课程的学习兴趣。

第 1 章 数字逻辑基础

数字电路中,所有数值和信息都用 0 和 1 组成的数码表示。用二进制表示数值,用二进制编码表示信息或数值。本章首先介绍二进制及其密切相关的其他 2^k 进制,讨论不同数制间的相互转换。接着介绍几种常用的二进制代码。

本章另一重要内容是逻辑代数基础。将介绍逻辑代数的基本定义、基本定律和基本运算规则,逻辑函数的 4 种表示方法及其相互转换,以及逻辑函数的两种化简方法。逻辑代数是分析和设计数字逻辑电路的数学工具和理论基础,是本课程的重要内容。

1.1 数 制

计数体制简称数制。人们通常都使用进位计数制,十进计数制(十进制)就是大家熟悉的一种进位计数制。

1.1.1 进位计数制

1. 十进制

十进制的数符包括 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 十个数码和一个小数点,按逢十进一的规则计数。原则上,任意大小的数值都可通过数符的位置排列来表示。若某数 N 写成十进制数形式:

$$a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_2a_1a_0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m}$$

则 N 可用指数多项式表示为:

$$\begin{aligned} N &= a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + \\ & a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + a_{-2} \times 10^{-2} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m} \\ &= \sum_{j=-m}^{n-1} a_j \times 10^j \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

式中 j 称为位数, a_j 为第 j 位的数符,取 0~9 任一整数, 10^j 为第 j 位的权,或称位值,10 为基数,也是进制数, n 为整数位位数, m 为小数位位数。

显然,把握十进制的 4 个要素:(1) 数符 0~9,(2) 基数 $R=10$,(3) 位值 10^j ,(4) 指数多项式,如式(1.1.1),就不难以此类推其他非十进制。

2. 2^k 进制

2^k 进制是二进制、八进制和十六进制的总称。它们分别对应 $K=1$ 、 $K=3$ 和 $K=4$ 。 2^k 进制与十进制的比较以及对应关系如表 1.1.1 所示。

由表 1.1.1 可见:(1) 二进制的结构最简单,只有 0 和 1 两个数符,并且可与数字电路中开关的闭合、断开两种状态相对应。它在数字逻辑电路中有最广泛的应用,其缺点是位数太多。(2) 十六进制的数符除用 0~9 十个数码外,还用六个字母 A、B、C、D、E 和 F,A 代表十,B 代表十一,逐一类推到 F 代表十五。(3) 表中同样数符组成的数在不同进制中表示不同的数值,比如十

进制中 11 表示十一,二进制中 11 表示三,八进制中 11 表示九,十六进制中 11 表示十七。为防止混乱,要求数符应与进制数同时标示。本书约定:非十进制数带下角标,用下角标数值表示进制数^①,十进制数不带下角标。按此约定,上述 4 个“11”分别为:11 表示十一,(11)₂ = 3,(11)₈ = 9,(11)₁₆ = 17。(4)如果在二进制数最高位左边适当补零,例如在二进制数 11 左边补零使之成为“011”或“0011”,则每个八进制位对应 3 个二进制位,每个十六进制位对应 4 个二进制位。

表 1.1.1 常用进制及其对应关系

进位制	十进制	二进制	八进制	十六进制
数符 a_j	0,1,2,3,4, 5,6,7,8,9	0,1	0,1,2,3, 4,5,6,7	0,1,2,3,4,5,6,7, 8,9,A,B,C,D,E,F
基数 R	10	2	8	16
指数多项式	$\sum_{j=-m}^{n-1} a_j \times 10^j$	$\sum_{j=-m}^{n-1} a_j \times 2^j$	$\sum_{j=-m}^{n-1} a_j \times 8^j$	$\sum_{j=-m}^{n-1} a_j \times 16^j$
运算规则	逢十进一, 借一为十	逢二进一, 借一为二	逢八进一, 借一为八	逢十六进一, 借一为十六
对应关系	0	0	0	0
	1	1	1	1
	2	10	2	2
	3	11	3	3
	4	100	4	4
	5	101	5	5
	6	110	6	6
	7	111	7	7
	8	1000	10	8
	9	1001	11	9
	10	1010	12	A
	11	1011	13	B
	12	1100	14	C
	13	1101	15	D
	14	1110	16	E
	15	1111	17	F
	16	10000	20	10
	17	10001	21	11

1.1.2 数制转换

1.2^K 进制间的相互转换

① 十六进制也可用 H 表示,例如 11H = (11)₁₆ = 17,2BH = 43

2^k 进制间的相互转换很方便。下面以二进制与八进制间的转换为例,介绍转换的方法。

(1) 八进制向二进制转换

因每个八进制位对应 3 个二进制位,只要将八进制数的每一位数码都用相应的 3 位二进制数码代替,就实现了八进制向二进制的转换。

例 1.1.1 将 $(107.4)_8$ 转换为二进制数。

解:

1	0	7.	4
↓	↓	↓	↓
001	000	111.	100

去掉整数最高位和小数部分最低位的 0,得

$$(107.4)_8 = (1000111.1)_2$$

转换时八进制的 0 应表示为二进制数的 000。

(2) 二进制向八进制转换

二进制向八进制转换是上述转换的逆过程。将二进制数由小数点分开,分别向左和向右每 3 位分为一组。两端不够 3 位时,在整数最高位左边和小数最低位右边补零,使正好 3 位,然后把每组 3 位二进制数转换为 1 位八进制数符,就完成了二进制向八进制的转换。

例 1.1.2 将 $(1110.01)_2$ 转换为八进制数。

解:

补两个 0	→001	110.	010	←补 0
	↓	↓	↓	
	1	6.	2	

得 $(1110.01)_2 = (16.2)_8$

可用同样方法实现二进制与十六进制之间的相互转换,只需改为 4 个二进制位对应 1 个十六进制位,并注意字母 A~F 的含义。

例 1.1.3 将 $(B7.08)_{16}$ 转换为二进制数。

解:

B	7.	0	8
↓	↓	↓	↓
1011	0111.	0000	1000

得 $(B7.08)_{16} = (10110111.00001)_2$

八进制与十六进制间的转换应经二进制中转,即:八进制 \rightleftharpoons 二进制 \rightleftharpoons 十六进制。不再举例。

2. 十进制与 2^k 进制间的转换

(1) 2^k 进制转换为十进制

2^k 进制属非十进制,原则上任何非十进制转换为十进制都可用非十进制的指数多项式加以实现。

例 1.1.4 将 $(30E.7)_{16}$ 转换为十进制数 N 。

解: $N = 3 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 14 \times 16^0 + 7 \times 16^{-1} = 782.4375$

因二进制的数符只有 0 和 1,它的指数多项式实际上是数符为 1 的各位位值相加。二进制整数位的位值从小数点左侧最低位为 1 开始,向高位逐位加倍为:2,4,8,16,⋯;小数位的位值从

小数点右侧最高位为 $\frac{1}{2}$ 开始,向低位逐位变为 $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$, 其分母也逐位加倍,有很容易记忆的规律。下面用数符 1 的位值相加例子说明二进制向十进制转换的方法。

例 1.1.5 将二进制数 $(1010001.101)_2$ 转换为十进制数。

解:

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1. & 1 & 0 & 1 \\
 \text{0 的位值:} & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & & 32 & & 8 & & 4 & & 2 & & \frac{1}{4} \\
 \text{1 的位值:} & & & & & & & & & & \\
 & 64 & & 16 & & & & & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{8}
 \end{array}$$

熟练后 0 的位值可以不写

$$(1010001.101)_2 = 64 + 16 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 81 \frac{5}{8} = 81.625$$

(2) 十进制向 2^k 进制转换

十进制转换为非十进制要把整数部分和小数部分分开,分别转换后再用小数点连接起来。

整数的转换

十进制整数转换为非十进制数,采用“基数连除求余数”的方法。设某十进制数 N 表示为 R 进制形式为 $(a_3a_2a_1a_0)_R$ 则有

$$N = a_3 \times R^3 + a_2 \times R^2 + a_1 \times R + a_0 \quad (1.1.2)$$

上式两边同除以 R , 得商为 N' , 余数为 a_0

$$N' = a_3 \times R^2 + a_2 \times R + a_1 \quad (1.1.3)$$

再将式(1.1.3)同除以 R , 得商为 N'' , 余数为 a_1

$$N'' = a_3 \times R + a_2 \quad (1.1.4)$$

照此方法逐次除以 R , 求得余数, 这些余数分别为 $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$, 把所有 a_j 都确定了, 转换就完成了。以上分析可推广到一般形式。

例 1.1.6 用“基数连除法”把 37 转换为二进制数。

解:

2	37	余数	
2	181	
2	90	
2	41	
2	20	
2	10	
	01	

↑ 低位

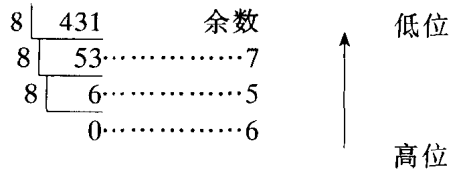
↓ 高位

得: $37 = (100101)_2$

二进制数的缺点是位数太多, 不仅书写不方便, 而且用“基数连除法”进行转换时步骤也太多。用十六进制可使书写简化, 用八进制可简化转换时的计算。利用 2^k 进制之间相互转换很方便的特点, 如果将十进制先转换为八进制, 再将八进制转换为二进制, 可使计算大大简化。

例 1.1.7 将十进制 431 转换为二进制数。

解: 第一步, 先转换为八进制数, 用基数连除法计算为



得 $431 = (657)_8$

第二步,将八进制直接转换为二进制,得

$$431 = (657)_8 = (110101111)_2$$

本例若直接用 2 连除求余数,需做 9 次除法运算,而用 8 连除只做 3 次除法运算。

小数部分的转换

十进制小数转换为非十进制小数,可采用“乘基数取整法”。用非十进制数的基数乘以十进制小数,将其乘积的整数部分作为非十进制小数的高位数符 a_{-1} ,乘积的小数部分再乘以基数,得到 a_{-2} ,逐一类推,实现转换。

例 1.1.8 将 0.59375 转换为八进制数。

解:八进制基数为 8,用 8 连乘取整。

$0.59375 \times 8 = 4.75$	整数 4	高位
$0.75 \times 8 = 6.0$	整数 6	↓ 低位

得 $0.59375 = (0.46)_8$

还可直接表示为二进制: $0.59375 = (0.46)_8 = (0.100110)_2$

并将二进制转换为十六进制: $0.59375 = (0.10011000)_2 = (0.98)_{16}$

这一转换方法同样可通过指数多项式加以证明。从上例可以看出,十进制小数转换为 2^k 进制时,可推荐的途径仍然是:十进制数 \rightarrow 八进制数 \rightarrow 二进制数 \rightarrow 十六进制数。

有些十进制小数转换为二进制小数时,会有很多小数位,这种情况可根据对转换误差的要求略去低位部分。

例 1.1.9 将 0.73 转换为二进制数,要求转换误差小于 2^{-9} 。

解:用 8 连乘取整,先转换为八进制

$0.73 \times 8 = 5.84$	整数 5	高位
$0.84 \times 8 = 6.72$	整数 6	
$0.72 \times 8 = 5.76$	整数 5	↓ 低位

$$0.73 = (0.565)_8 = (0.101110101)_2$$

本例已准确计算到小数点后第 9 位,误差小于 2^{-9} 。

若将例 1.1.7 和例 1.1.9 的整数和小数用小数点连接,就有:

$$431.73 = (657.565)_8 = (110101111.101110101)_2$$

同样,将例 1.1.6 和例 1.1.8 用小数点连接有:

$$37.59375 = (100101.10011)_2$$

5:22891

最后要指出,在数字系统中,特别是在计算机中,主要是使用二进制和十六进制。本节较多地讨论八进制,其原因是学习数制转换时更方便些。

1.2 代 码

用数字、文字或符号表示某些特定对象的过程称为编码。编码的结果就是代码,代码中的每个字符称为码元。

在日常生活中,人们会用到各种代码,如身份证号码,邮政编码、电话号码、学号、车牌号、门牌号等,这些代码的码元主要是十进制数码。数字逻辑电路只处理二值信息,所用的代码只能由0和1组成,只由0和1组成的代码称为二进制代码。用二进制代码表示 m 个特定对象时,需用 n 位代码,并且满足 $2^n \geq m$ 。比如要表示十进制数的10个数码, ($m=10$)至少要用4位 ($n=4$)二进制代码。

1.2.1 自然二进制码和格雷码

自然二进制码和格雷码都用于表示数值。他们的编码如表1.2.1所示。

表 1.2.1 常用二进制代码对应关系表

十进制数	二进制数	二进制码				BCD 码					
		4 位自然二进制码 $b_3 \ b_2 \ b_1 \ b_0$				格雷码 $G_3 \ G_2 \ G_1 \ G_0$				8421BCD 码	
0	0	0000	0000	0000	0000	0000	0011				
1	1	0001	0001	0001	0001	0100	0100				
2	10	0010	0011	0011	0010	0101	0101				
3	11	0011	0110	0010	0011	0110	0110				
4	100	0100	0111	0110	0100	1000	1000				
5	101	0101	0101	0111	0101	1001	1001				
6	110	0110	0100	0101	0110	1010	1010				
7	111	0111	1100	0100	0111	1011	1011				
8	1000	1000	1101	1100	1000	1100	1100				
9	1001	1001	1111	1101	1001	1101	1101				
10	1010	1010	1110	1111	0001	0000	0100	0011			
11	1011	1011	1110	1110	0001	0001	0100	0100			
12	1100	1100	1010	1010	0001	0010	0100	0101			
13	1101	1101	1011	1011	0001	0011	0100	0110			
14	1110	1110	1001	1001	0001	0100	0100	0111			
15	1111	1111	1000	1000	0001	0101	0100	1000			
16	10000	无法表示	无法表示	无法表示	0001	0110	0100	1001			
17	10001	成 4 位	成 4 位	成 4 位	0001	0111	0100	1010			