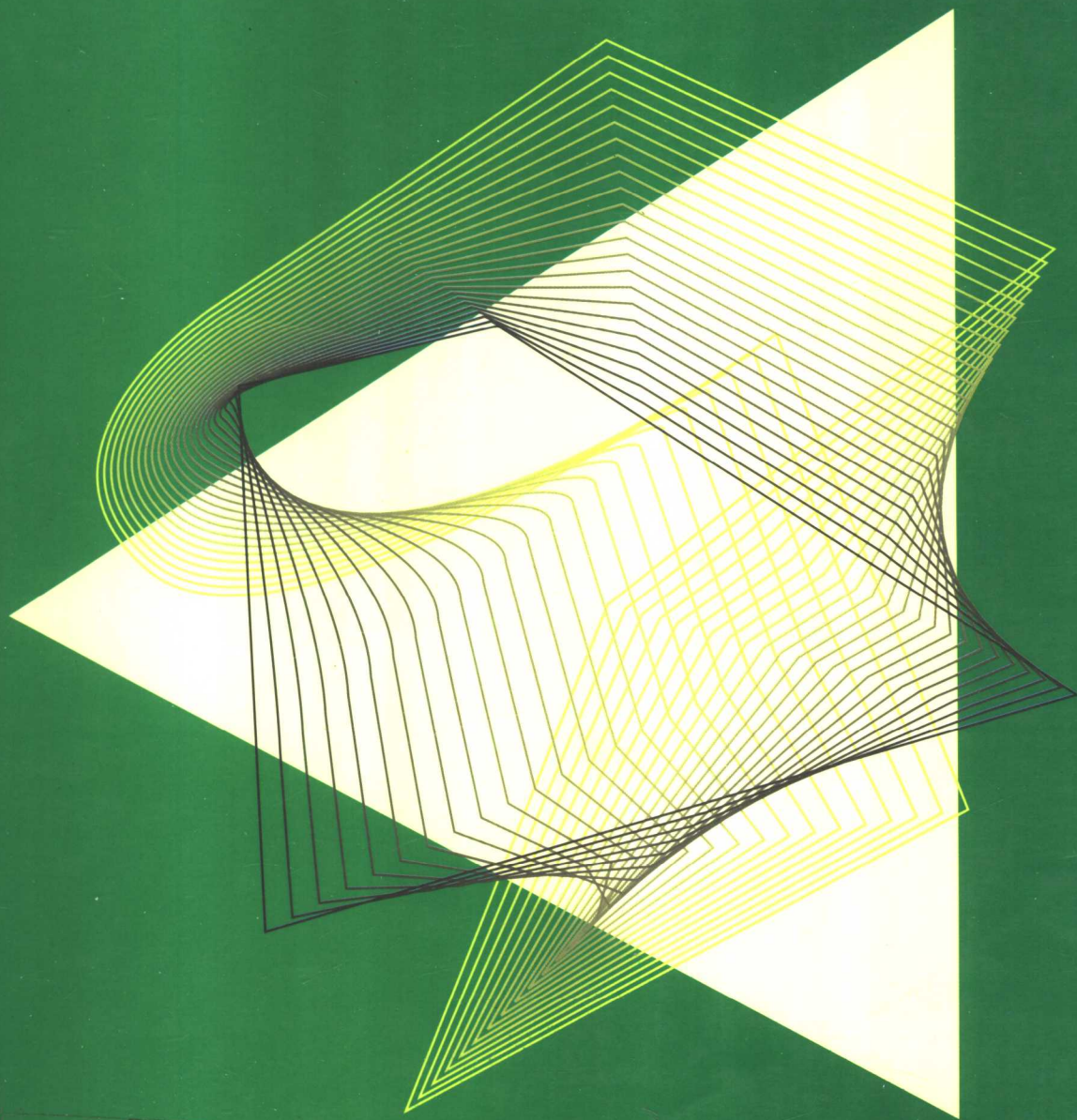


医用物理学

金宝荣 刘新纯 主编



中医古籍出版社

高等医药院校教材

医用物理学

(供临床医学、口腔、预防、麻醉、医学影像等专业用)

主 编	金宝荣	刘新纯			
副主编	王亚平	张秀梅	张 岱		
编 委	金宝荣	刘新纯	王亚平	张秀梅	
	张 岱	张 岱	王昌军		

中医古籍出版社

内 容 简 介

本书是供临床医学、预防、妇幼、口腔、耳鼻咽喉、眼科、麻醉、医学影像等专业用的教科书。内容既包括大学普通物理学教科书的范畴,一些章节又反映生物科学的特殊要求而不同于普通物理学,是物理理论与生命科学具体应用有机结合的教材。全书共 21 章,在保持普通物理学基本内容的前提下,还编写进有关流体运动、几何光学、电子学基础、生物信号的采集和测量及现代医学成像的物理基础等内容。

本书可供上述各专业的学生使用,又可供基础医学研究工作者、医学研究生和广大医务工作者阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学/金宝荣等编著. —北京:中医古籍出版社,2001.1

ISBN 7-80013-962-X

I. 医... II. 金... III. 医用物理学-教材
IV. R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 73682 号

责任编辑 毛俐伶

中医古籍出版社出版发行
(北京东直门内北新仓 18 号 100700)

全国各地新华书店经销

北京四季青印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开 22.312 印张 501 千字

2001 年 1 月第一版 2001 年 1 月第一次印刷

印数:0001~2600 册

ISBN 7-80013-962-X/R·958

定价:22.50 元

绪 论

自然科学是以认识物质世界的客观属性,研究物质运动的规律为研究对象的。人们为了在自然界获得自由,就要利用自然科学来了解自然,征服自然和改造自然,使自然为人类服务。物理学(Physics)是一门自然科学,它不仅仅是一切科学技术的基础学科,而且对现代科学技术的发展起着极其重要的领头作用。

物理学是研究什么的呢?它是研究物质的普遍性质及其运动规律的科学。

什么是物质?物质就是作用于我们的感觉器官而引起感觉的东西,它是不依赖于意识而存在的客观实在。物质存在的两种基本形态是实物和场。实物是各种物质的组成者,场是实物之间相互作用的传递者,实物和场都是客观存在的运动着的物质,它们是不可分割地连在一起的。例如,物体之间存在万有引力场,运动着的带电粒子之间的电场力都是通过各自联系的场来传递的。没有一种实物其周围不存在场,也没有一种场不与实物相联系,而且实物和场可以在一定条件下互相转化,例如电子对和光子之间在一定条件下可互相转化。

物质存在的基本性质就是运动。一切物质都在不断地运动着、变化着。天体的运行,江河的奔流,金属的生锈,动植物的生长和死亡及人类的生理和病理过程都是不同形态的物质运动的表现。物质运动具有不同的形态,如机械运动,电磁现象,微观粒子的运动和转换,化学变化,生命现象以及思维等。有些运动形态比较简单,如机械运动,有些运动形态则比较复杂,如生物机体的生长和死亡。

各种自然科学以不同的物质运动形态作为自己的研究对象。在所有的自然科学中,物理学所研究的物质运动形态具有最基本和最普遍的性质。具体地说,物理学研究的就是力学现象,与实物的结构和形态有关的现象,各种场的性质,场和实物的相互作用,等等。按照现象和过程来区分,物理学包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内部的运动等部分。

一切物质运动形态之间都有着密切的内在联系,它们互相依存而又在本质上互相区别。物理学研究的物质运动形态普遍地存在于其它复杂、高级的运动中。例如地球上或天空中的一切物体不论它们的化学性质如何,有无生命,却都遵从物理学中的万有引力定律。又如,一切变化过程不论它们是否具有化学的、生物的或其它的特殊性质,但却都遵从物理学所确定的能量转换和守恒定律。但应指出:生命现象在自然现象中属于较高级、较复杂的物质运动形态,它除了必须服从有关的物理学定理和定律以外,还有它自己独特的规律(生物学规律)。物理学的知识是理解生命现象的基础,但不是生命科学的全部内容。那种认为人就是一部复杂的机器,大脑是一部计算机,心脏是一个唧筒等等的看法,显然是很不全面的。

医科学生为什么要学习物理学?这涉及到物理学与医学之间的关系,需要从以下三个方面来认识:

其一,物理学知识是了解生命现象所不可缺少的基础。如前所述,人体的生理病理过程或细胞的运动规律是一种高级的运动形态,但其中包含着大量的物理现象,我们只有具备一定的物理知识,才可能全面透彻地认识和科学地调控人体的生理过程。众所周知,血液是为体内各组织器官输运营养和废物的。虽然血液的生成是一个复杂的生物化学问题,但是血液在体内的运动却遵从着物理学中流体力学的一些基本规律。如果血细胞或者血管发生某些异常,就会导致血液运动违背这些基本规律,从而能够鉴别某些疾病。所以,具备一定的流体力学方面的知识,是正确深刻地理解血液

循环过程中发生的某些生理现象的基础。再有,人体的肌肉、心脏和大脑的活动都伴有生物电的产生,人们要想借助这些生物电现象认识肌肉、心脏和大脑的生理过程,也就是说要正确深刻地理解代表这些生理过程的肌电图、心电图和脑电图的形成机理,并鉴别其正常与否,就必须牢固掌握一定的电学知识。喻为心灵之窗的眼睛是感光器官,人类利用它来观察客观世界。但是为什么眼睛能够看清远近不同的物体?为什么有的人配戴凸透镜眼镜,有的人配戴凹透镜眼镜?这些道理属于几何光学研究的范畴。人体的各种组织器官都是由不同的分子原子组成的。这些原子分子的运动规律必然反映出有关组织器官的生理学特征和提供更全面的信息,而要认识这些规律则需要深厚的数理化知识。可见,掌握一定的物理学知识是正确深刻地认识这些生理过程,科学地鉴别和纠正某些非正常的生理过程,即诊断和治疗某些疾病的必要基础。

其二,物理学所提供的方法和技术为生物学及医学的研究、医疗实践开辟了许多新的途径。随着人类对生命现象认识的不断深入和物理学与工程技术的飞速发展,各种先进的物理仪器已经用于诊断和治疗各种疾病,比如X光机、显微镜、心电图机、脑电图机、超声波诊断及各种检验分析仪器等。作为一名高素质的合格医生,只有掌握这些仪器的基本原理和性能,才能正确地使用它们,以利于工作和研究。只要我们稍加回顾,就会发现,几乎物理学方面的每一项新成就,都为医学提供了新型的诊断和治疗仪器,为医学研究开辟了新的途径:1895年伦琴发现X射线之后三个月即被应用于临床诊断,从此便揭开了利用X射线诊断和治疗疾病的序幕;居里夫人发现放射性同位素,她在1904年的博士论文中记叙了把放射性镭放在她丈夫手上引起疼痛和溃疡的事实,从此便成为利用放射性诊断某些疾病和治疗癌症的开端;1916年爱因斯坦提出激光的理论,1960年第一台红宝石激光器问世,次年就开始用于治疗各种眼科疾病,为今天形成的一门崭新的激光医学奠定了基础;计算机的研制成功,不仅加速了医院的科学化管理,而且促使大量的智能化的医学仪器应运而生,特别是70年代X—CT的问世,以及接踵而来的MR—CT机、SPE—CT机和PET机等研制成功,都为医学科学的发展作出了开拓性的贡献。随着人类跨入21世纪,医学科学也必将越来越现代化。发展的趋势必然是由粗浅的定性分析上升到严密的定量描述,从宏观的研究深化到微观的研究,从细胞水平走向分子水平,从手工的、机械的、接触型的测试手段,走向自动化、智能化、非接触型的测试手段,因此它需要各学科尤其是物理学的最新成就为它服务。而物理学本身既有严格的定量的物理学理论,又有精密的先进的实验手段,跨世纪的医学生打好医学物理学基础,必将促进医学在认识方法上、理论上、测试手段上更加迅猛的发展。

其三,医学生在校五年,保证他们牢固地掌握专业知识,具有高水平的政治素质和业务素质,以及培养他们具备分析问题和解决问题的能力,是各门课程的共同任务。然而由于学科的发展状况和特点各异,医学物理学在培养学生不断提高抽象思维和逻辑推理的能力以及探索创新的精神方面,不能不说具有其独特的作用。所以,从这种意义上说,医学生必须重视医学物理学的学习。

综上所述,学习医学物理学课程,不仅是为学习本专业后继课程奠定基础,也是为全面提高医学生的素质,为将来从事走向现代化的医疗卫生和医学科学研究工作作好充分的准备。

前 言

本书由锦州医学院物理教研室以培养高质量的高等医药人材为出发点,为适应教育教学改革的新形势和不断提高教学质量的需要而编写的。本书以卫生部颁发高等医药院校医学物理学教学大纲作为基本依据,为培养五年制本科临床及各专业医师这一特定对象,满足为他们打好三基(基础理论、基本知识和基本技能)的特定要求,由长期工作在医学物理学教学第一线、具有丰富教学经验的教师共同编写而成。

本书以实施素质教育为宗旨,以培养学生能力为主线,既总结了多年来的教学实践,又吸取了国内外同类教材的长处,在内容的选择和处理上形成了一定的特色,主要表现在:每章之后都附有一个本章重点内容的小结和习题,这不仅有助于读者简明扼要和系统地掌握这一章的基本理论,便于自学,而且通过大量的习题,其中有不少是与生命科学有关的物理习题,增强学生的学习兴趣,培养和提高学生分析问题和解决问题的能力;为适应物理学新技术在医学中应用的迅速发展和反映医学物理学的新成就,本书对近年来异军突起的先进医学成像技术 X-CT、核磁共振成像、ECT 和超声成像的物理基础作了介绍,使学生了解现代医学成像的新进展,了解各种医学成像的物理原理;针对医学科学实际,在保持普通物理学本身系统性的基础上,加强了与医学实际的联系,比较深入地介绍了物理学定律和知识在医学中的应用。在编写过程中,编者力求叙述科学、准确,条理清楚,语言简洁生动,内容深入浅出。全书共 21 章,书末列有供读者参考的附录。

本书的编写大纲、绪论、第一、二、七章由金宝荣执笔,第三、四、五、十六章由王亚平执笔,第六、七、十三、十五章由刘新纯执笔,第八、十九、二十、二十一章由张岱执笔,第九、十、十一、十二章由张秀梅执笔,第十四章由刘新纯和王昌华共同编写,第十八章由金宝荣和刘凤珍共同编写。全书由金宝荣教授统一整理、修改、定稿,并担任主编,刘新纯任主编,王亚平、张秀梅和张岱任副主编。

锦州医学院的有关领导对本书的编写给予大力支持,对此,编者致以诚挚的谢意。

由于编者水平有限,书中不妥之处在所难免,恳切希望使用本书的同行,学生及广大读者惠予批评指正。

编者

2000 年 7 月 20 日

目 录

绪 论	(1)
第一章 刚体的转动和人体的静力平衡	(1)
§ 1-1 转动的运动学	(1)
§ 1-2 转动惯量	(5)
§ 1-3 转动定律	(7)
§ 1-4 人体的静力平衡	(9)
小结	(16)
习题	(17)
第二章 肌肉和骨骼的弹性	(19)
§ 2-1 应变和应力	(19)
§ 2-2 虎克定律和弹性模量	(21)
§ 2-3 弯曲和扭转	(24)
§ 2-4 肌肉和骨骼的弹性	(25)
小结	(30)
习题	(30)
第三章 液体的流动	(32)
§ 3-1 理想流体的稳定流动	(32)
§ 3-2 柏努利方程	(34)
§ 3-3 柏努利方程的应用	(36)
§ 3-4 粘性流体的流动	(39)
§ 3-5 血液的流动	(45)
小结	(49)
习题	(50)
第四章 振动与波	(52)
§ 4-1 简谐振动	(52)
§ 4-2 阻尼振动 受迫振动 共振	(59)
§ 4-3 简谐振动的合成与分解	(60)
§ 4-4 简谐波	(64)
§ 4-5 波的能量	(68)
§ 4-6 惠更斯原理	(70)
§ 4-7 波的干涉	(72)
小结	(75)
习题	(77)
第五章 声波	(79)
§ 5-1 可闻声波 超声波 次声波	(79)

§ 5-2 声波	(79)
§ 5-3 多普勒效应	(84)
§ 5-4 超声波及其医学应用	(87)
小结	(91)
习题	(92)
第六章 分子物理学基础	(93)
§ 6-1 理想气体分子运动论	(93)
§ 6-2 气体分子的速率分布和能量分布	(99)
§ 6-3 气体的扩散现象	(107)
小结	(111)
习题	(112)
第七章 液体表面现象	(113)
§ 7-1 液体的表现张力和表面能	(113)
§ 7-2 弯曲液面的附加压强	(117)
§ 7-3 毛细现象	(119)
§ 7-4 表面活性物质 吸附	(122)
小结	(124)
习题	(125)
第八章 热力学基础	(126)
§ 8-1 热力学的一些基本概念	(126)
§ 8-2 热力学第一定律	(128)
§ 8-3 循环过程和卡诺循环	(133)
§ 8-4 热力学第二定律	(136)
§ 8-5 熵和熵增原理	(138)
小结	(142)
习题	(143)
第九章 静电场	(145)
§ 9-1 电场强度	(145)
§ 9-2 高斯定律	(148)
§ 9-3 电场力的功 电势	(153)
§ 9-4 静电场中的电介质	(159)
§ 9-5 静电场中的能量	(162)
小结	(165)
附	(165)
习题	(166)
第十章 直流电	(167)
§ 10-1 电流密度与欧姆定律的微分形式	(167)
§ 10-2 含源电路的欧姆定律	(170)
§ 10-3 基尔霍夫定律及其应用	(173)
§ 10-4 电容器的充放电过程	(175)

§ 10-5 示波器	(184)
§ 10-6 生物膜电位 心电图	(184)
§ 10-7 电泳与电疗	(186)
小结	(188)
习题	(188)
第十一章 稳恒磁场	(190)
§ 11-1 磁感应强度 磁通量	(190)
§ 11-2 毕奥—沙伐尔定律及应用	(192)
§ 11-3 安培环路定理及应用	(194)
§ 11-4 磁场对电流的作用	(196)
§ 11-5 磁介质	(201)
§ 11-6 电磁感应	(204)
§ 11-7 磁场的生物效应和医学应用	(206)
小结	(208)
习题	(209)
第十二章 交流电	(211)
§ 12-1 正弦交流电	(211)
§ 12-2 简单交流电路	(213)
§ 12-3 电阻、电感和电容的串联电路	(214)
小结	(221)
习题	(221)
第十三章 光的波动性	(223)
§ 13-1 光的干涉	(223)
§ 13-2 光的衍射	(228)
§ 13-3 光的偏振	(232)
§ 13-4 旋光现象	(236)
小结	(238)
习题	(238)
第十四章 光的辐射和吸收	(240)
§ 14-1 热辐射	(240)
§ 14-2 非温度辐射	(243)
§ 14-3 光的吸收	(244)
§ 14-4 光的波粒二象性	(246)
小结	(249)
习题	(250)
第十五章 几何光学	(251)
§ 15-1 球面折射	(251)
§ 15-2 透镜	(254)
§ 15-3 眼睛的光学系统	(260)
§ 15-4 放大镜 显微镜 纤镜	(263)

小结.....	(267)
习题.....	(268)
第十六章 光谱分析基础与激光的医学应用	(269)
§ 16-1 氢原子的玻尔理论	(269)
§ 16-2 原子光谱和分子光谱	(272)
§ 16-3 激光产生的基本原理及特性	(275)
§ 16-4 医用激光器	(279)
§ 16-5 激光的生物作用及其医学应用	(281)
小结.....	(283)
习题.....	(284)
第十七章 X 射线	(285)
§ 17-1 X 射线的发生装置及其性质	(285)
§ 17-2 X 射线谱	(287)
§ 17-3 物质对 X 射线的吸收规律	(290)
§ 17-4 X 射线在医学上的应用	(293)
小结.....	(295)
习题.....	(295)
第十八章 核医学的物理基础	(297)
§ 18-1 原子核的性质	(297)
§ 18-2 核衰变的类型	(300)
§ 18-3 核衰变的规律	(304)
§ 18-4 射线与物质的相互作用	(307)
§ 18-5 射线的探测	(309)
§ 18-6 放射性核素的射线剂量、医学应用及其防护.....	(311)
小结.....	(314)
习题.....	(314)
第十九章 电子学基础	(315)
§ 19-1 晶体二极管及其应用	(315)
§ 19-2 晶体三极管放大电路	(318)
§ 19-3 直流放大器	(322)
§ 19-4 晶体三极管振荡电路	(326)
小结.....	(328)
习题.....	(328)
第二十章 生物信号的采集和测量	(329)
§ 20-1 人体生物信号和测量系统	(329)
§ 20-2 传感器	(330)
§ 20-3 显示和描记装置	(334)
§ 20-4 噪声、干扰及其抑制.....	(335)
小结.....	(338)
习题.....	(338)

第二十一章 医学成像的基本原理	(340)
§ 21-1 超声成像	(340)
§ 21-2 X 射线 CT	(343)
§ 21-3 磁共振成像	(346)
§ 21-4 放射性核素成像	(351)
小结.....	(351)
习题.....	(352)
附录	(353)
主要参考书目	(357)

第一章 刚体的转动和人体的静力平衡

生物力学是研究与生命有关的物质特性及其运动规律的科学,近三十年来得到了长足的发展。它所涉及的内容相当丰富,从亚细胞、细胞、组织、器官到整个生物体的物质构成以及与环境的关系,从植物到动物,从飞禽走兽到人体运动,无不充满着大量的与生物力学密切相关的研究课题。

人体力学属于生物力学的研究范畴。它的研究不仅为诊断学、外科学和修复术提供理论基础,而且极大地推动了解剖学、组织学和生理学的发展,从而使人类对某些生命现象的认识逐步由定性的描述上升到定量的描述。人体力学还可以澄清某些疾病的病理机制;为某些疾病的治疗提供指导;为创立新的无创伤诊断方法提供理论基础。在宏观方面,它以力学的观点研究人体的脏器、肌肉、骨骼、关节等的结构和功能。在微观方面,它研究生物大分子、生物聚合物、细胞、组织等的力学特性。本章首先讨论刚体的转动,然后研究人体的静力平衡及几个简单的人体力学问题。

§ 1-1 转动的运动学

一、刚体

当物质处于固态时,都具有一定的形态和大小。当受到外力作用时,任何固体的形态和大小都要发生变化。这种变化一方面与外力的大小和方向有关,另一方面与组成物质的质量及形状有关。在运动学中为了使所研究的问题简化,我们曾引入质点的概念。现在,我们研究物体的转动,为了研究问题简便,建立一种理想化的模型—刚体。所谓**刚体**(rigid body)是指无论在多大的外力作用下,形状和大小都不发生变化的物体。也就是说,无论在多大的外力作用下,在刚体内部各质点间的距离保持不变,或者各部分之间没有相对运动。

刚体的运动形式可归纳为**平动**(translation)和**转动**(rotation)两种。如果刚体运动时,内部任何一条给定的直线在运动中始终保持它的方向不变,这种运动就是平动。这就是说,当刚体平动时,在任意一段时间内,刚体内部各点的位移都是相同的。而且在任一时刻,各点的速度和加速度也是相同的。如果刚体在运动中,构成刚体的各个质点都绕某一条直线作圆周运动,则这种运动就称为**转动**。这条直线就称为**转轴**。如果转轴固定不动,则称为**定轴转动**。在此我们只讨论刚体的定轴转动的问题。

二、角变量

刚体作定轴转动时,一个突出的特点就是与转轴距离不同的各质点的位移、速度和加速度都不同,而各质点相对于转轴的半径 r 转过的角度却是相同的。因此,研究刚体的转动快慢程度,常使用角量而不再使用线量。设一刚体绕定轴 AA' 转动, OX 为垂直于 AA' 的一条参考线,则 OX 绕 AA' 转过的平面即为垂直于定轴的转动平面,如图1-1所示。

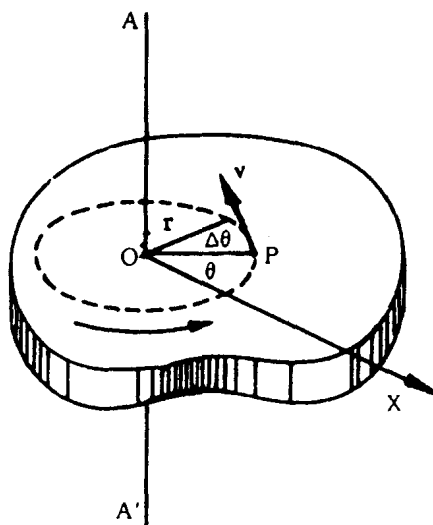


图 1-1 刚体的定轴转动

刚体转动时,其上任一质点 P 则在该转动平面内作圆周运动。假设 t 时刻 OP 与 OX 之间的夹角为 θ ,经过 Δt 时间之后, θ 的变化量为 $\Delta\theta$,则 $\Delta\theta$ 就称为刚体在 Δt 时间内的角位移(angular displacement)。角位移的单位为弧度(radian),通常规定,若刚体沿逆时针方向转动,则 $\Delta\theta$ 取正;沿顺时针方向转动,则 $\Delta\theta$ 取负。它等于对应的弧长 Δs 除以半径 r ,即

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \quad (1-1)$$

角位移 $\Delta\theta$ 与时间 Δt 之比叫做刚体在 Δt 时间内的平均角速度(average angular velocity),用 $\bar{\omega}$ 表示

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (1-2)$$

用平均角速度来描述刚体的转动,是比较粗糙的。它不能反映刚体在转动过程中某一时刻的角速度。当 Δt 趋近于零时平均角速度的极限值即为刚体在某一时刻或某一位置的瞬时角速度或角速度(angular velocity),即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-3)$$

上式也说明:角速度等于角位移对时间的一阶导数。如果刚体作匀速转动,则角速度为一恒量。角速度的单位是弧度/秒(rad/s)。

如果刚体作变速转动,比如在 t_1 时刻,代表刚体转动的半径 OP 的角速度为 ω_1 ,而在 $t_2 = t_1 + \Delta t$ 时刻的角速度为 ω_2 ,则角速度的增量 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 与时间 Δt 之比,叫作刚体在 Δt 时间内的平均角加速度(average angular acceleration),用 $\bar{\beta}$ 表示

$$\bar{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1-4)$$

当 Δt 趋近于零时,平均角加速度的极限值即为瞬时角加速度或角加速度(angular acceleration),即

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-5)$$

上式说明:角加速度为角速度对时间的一阶导数,也等于角位移对时间的二阶导数。当刚体作匀变速转动时,角加速度为一恒量。角加速度的单位是弧度/秒²(rad/s²)。

刚体作匀速和匀变速转动时,其运动方程与质点作匀速和匀变速直线运动的运动方程完全相似,即

$$\left. \begin{aligned} s &= vt \\ v &= v_0 + at \\ s &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v^2 &= v_0^2 + 2as \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \theta &= \omega t \\ \omega &= \omega_0 + \beta t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 \\ \omega^2 &= \omega_0^2 + 2\beta \theta \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中 θ 、 ω_0 、 ω 和 β 分别为角位移、初角速度、角速度和角加速度。它们描述了代表刚体转动的某一条半径的运动情况,统称为**角变量**或**角量**。

三、角量和线量的关系

刚体转动时,组成刚体的各个质点都在作圆周运动,描述这些质点运动状况的位移、速度和加速度叫做**线量**。既然角量和线量都是描述刚体转动的物理量,它们之间必然存在着一定的联系。

由(1-1)式可得角位移 $\Delta\theta$ 和相应线量弧长 Δs 的关系为

$$\Delta s = r\Delta\theta \quad (1-7)$$

用 Δt 除上式两端,当 Δt 趋近于零时,线速度和角速度的关系为

$$v = r\omega \quad (1-8)$$

设 P 点在 Δt 时间内速率的增量是 Δv ,角速度的增量是 $\Delta\omega$,由上式得 $\Delta v = r\Delta\omega$,式两端同时除以 Δt ,并取 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限,便得到切向加速度 a_t 和角加速度的关系

$$a_t = r\beta \quad (1-9)$$

将 $v = r\omega$ 代入法向加速度公式 $a_n = \frac{v^2}{r}$,可得质点的法向加速度和角速度的关系式

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \quad (1-10)$$

四、角速度和角加速度矢量

前面,在讨论刚体绕定轴转动的运动学问题时,仅涉及到角速度和角加速度的大小而未说明其方向,这并没有全面反映它们的特征,因为它们是矢量,需要用大小、方位及指向三个要素来描述。

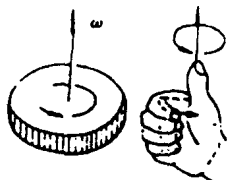


图 1-2 角速度矢量表示法

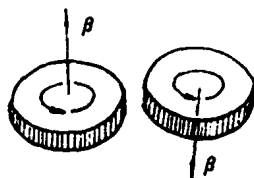


图 1-3 角加速度矢量表示法

角速度矢量 ω 的表示方法是在转轴上按一定比例取一有向线段表示角速度的大小, ω 的方向与刚体转动方向之间的关系由右手螺旋法则确定,即右手握住转轴,四指指向刚体旋转的方向,这时与四指垂直的大姆指所指的方向就是角速度矢量的方向。如图 1-2 所示。

角加速度矢量 β 的方向也是按右手螺旋法则表示的。如图 1-3 所示,在转轴上按一定比例取一有向线段表示角加速度的大小。当 $\omega_2 > \omega_1$ 即 $\beta > 0$ 时, β 的方向与刚体的转动方向之间的关系由右手螺旋法则确定如图 1-3(a) 所示;如果 $\omega_2 < \omega_1$ 即 $\beta < 0$ 时,则 β 的方向与上述方向相反,如图 1-3(b) 所示。

两矢量的相乘积是在物理学中经常遇到的问题。两矢量的相乘结果有两种情况;一是标量,这种情况叫做矢量的标积(或点积);二是矢量,这种情况叫做矢量的矢积(或叉积)。设 A 、 B 为任意两个矢量,它们之间夹角为 θ ,则它们的标积用 $A \cdot B$ 表示,定义为

$$A \cdot B = AB \cos \theta$$

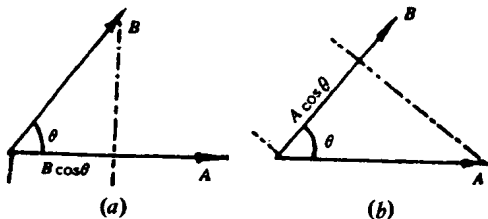


图 1-4 矢量的标积

显然,标积 $A \cdot B$ 的数值实际上就是矢量 A 在矢量 B 方向上的投影 $A \cos \theta$ 与矢量 B 的模 B 的乘积,如图 1-4(b),或者说等于矢量 B 在矢量 A 方向上的投影 $B \cos \theta$ 与矢量 A 的模 A 的乘积,如图 1-4(a)。力学中功 W 就是力 F 和位移 S 的标积,即

$$W = F \cdot S = FS \cos \theta$$

矢量 A 和矢量 B 的矢积用 $A \times B$ 表示,结果仍是一矢量 C ,即 $C = A \times B$,矢量 C 的数值大小(模)为

$$C = AB \sin \theta$$

矢量 C 的方向垂直于 A 和 B 两矢量所确定的平面,其指向由右手螺旋法则确定,即伸开右手,让大拇指与其余四指垂直,四指从 A 的方向经小于 180° 的夹角绕向 B 的方向,大拇指所指的方就是 C 的方向,如图 1-5 所示。力学中力矩矢量就是力的作用点的位置矢量 r 和力 F 矢量的矢积,即

$$M = r \times F$$

其大小为 $M = Fr \sin \theta$, θ 为 r 与 F 的夹角, M 的方向由右手螺旋法则确定。线速度矢量 v 是角速度矢量 ω 和矢径 r 的矢积,即

$$v = \omega \times r \quad (1-11)$$

式中 v 和 r 分别表示刚体中任一质点 P 的线速度矢量和矢径, ω 为刚体的角速度矢量,这三者之间的关系如图 1-6 所示。

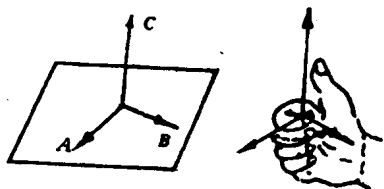


图 1-5 矢量的矢积

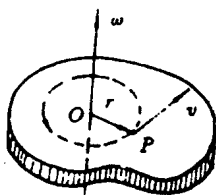


图 1-6 角速度和线速度之间的矢量关系

§ 1-2 转动惯量

一、转动动能

由于刚体处于转动状态而具有的动能称为**转动动能**。其大小等于组成刚体的各个质点的动能的总和。设以角速度 ω 转动的某一刚体由质量分别为 $m_1, m_2 \cdots m_i \cdots m_n$ 等 n 个质点组成, 各质点与转轴的距离分别为 $r_1, r_2 \cdots r_i \cdots r_n$, 速度分别为 $v_1, v_2 \cdots v_i \cdots v_n$, 各质点的角速度相同, 都是 ω , 所以刚体的转动动能

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \cdots + \frac{1}{2} m_n v_n^2 \\ &= \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots + m_n r_n^2) \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega^2 \end{aligned}$$

如果令 $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$, 则

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1-12)$$

由上式可见, 刚体转动的动能与其角速度的平方成正比。转动动能与质点平动动能有着完全相同的形式, 角速度 ω 和线速度 v 相对应, I 则相当于质点运动中的质量。质量是由物体本身性质决定的, 用来量度物体平动惯性大小的物理量。 I 是什么? 下面要进行详细讨论。

二、转动惯量

式(1-12)中的 $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ 叫做刚体的**转动惯量**(rotational inertia)。是由刚体本身性质决定的, 用来衡量刚体转动惯性大小的物理量。在数值上, 转动惯量等于刚体内每个质点的质量与该质点到给定转轴距离的平方的乘积的总和。如果刚体的质量连续分布, 则它的转动惯量可以写成积分的形式, 即

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV \quad (1-13)$$

式中 dV 表示对应于质量元 dm 的体积元, ρ 是体积元 dV 中物质的密度。转动惯量的单位是千克·米²($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)。几种几何形状简单的, 绕某一转动轴转动的刚体的转动惯量列于表 1-1 中。至于不规则物体的转动惯量, 需用实验方法求得。

由式(1-12)和式(1-13)不难看出, 刚体的转动惯量取决于刚体各部分的质量相对于给定转轴的分布情况。具体地说, 刚体的转动惯量与下列三个因素有关: ①与刚体的质量大小有关; ②在质量一定的情况下, 还与质量的分布有关, 比如质量相等、半径相等、同质料的飞轮和一薄圆盘均绕通过中心且与圆面垂直的轴转动, 前者的转动惯量比较大; ③与转轴的位置有关。

[例题 1-1] 求质量为 m , 长为 l 的均匀细棒的转动惯量: (1) 对于通过棒的中心且垂直于棒的转轴; (2) 对于通过棒的一个端点并与棒垂直的转轴。

表 1-1 转动惯量公式

物体和转轴		转动惯量
细棒 (质量 m , 长 l) 通过中心与棒垂直的轴		$I = \frac{1}{12}ml^2$
细棒 (质量 m , 长 l) 通过一端与棒垂直的轴		$I = \frac{1}{3}ml^2$
细圆环 (质量 m , 半径 R) 通过中心与盘面垂直的轴		$I = mR^2$
薄圆盘 (质量 m , 半径 R) 通过中心与盘面垂直的轴		$I = \frac{1}{2}mR^2$
薄圆盘 (质量 m , 半径 R) 以任一直径为轴		$I = \frac{1}{4}mR^2$
球体 (质量 m , 半径 R) 通过球心的任一直径为轴		$I = \frac{2}{5}mR^2$

解: (1) 设棒的线密度(单位长度的质量)为 λ , 在距转轴的 x 处取一长度元 dx , 其质量为 $dm = \lambda dx$, 此质量元相对于通过棒的中心的垂直转轴的转动惯量为 $dI = x^2 dm = x^2 \lambda dx$ 。见图 1-7(a), 则

$$I = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \lambda dx = \frac{\lambda}{12} l^3 = \frac{l^3}{12} \cdot \frac{m}{l} = \frac{1}{12} ml^2$$

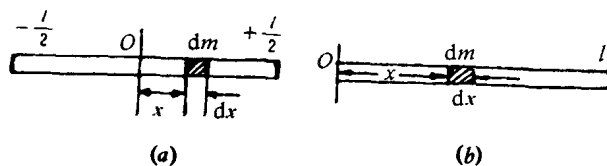


图 1-7

(2) 对于通过棒的一端且与棒垂直的转轴: 如图 1-7(b) 所示

$$I = \int_0^l x^2 \lambda dx = \frac{\lambda}{3} l^3 = \frac{l^3}{3} \cdot \frac{m}{l} = \frac{1}{3} ml^2$$

可见, 对于同一刚体来说, 转轴的位置不同, 转动惯量也不同。

当引入转动惯量的概念之后, 刚体的转动动能被表述为: 刚体绕定轴转动的转动动能, 等于刚体的转动惯量与角速度平方的乘积的一半。