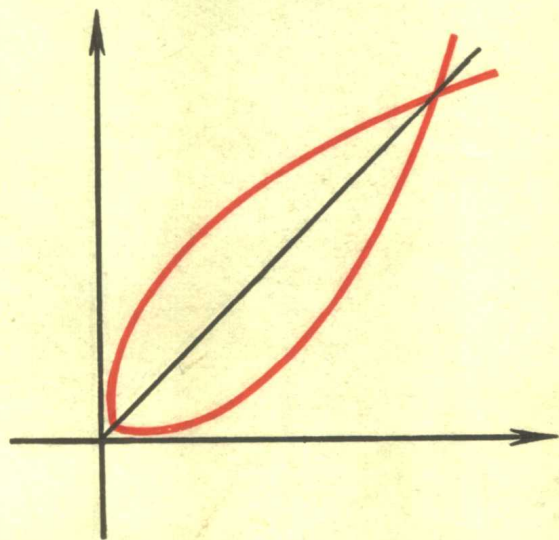


13.13/29

德意志民主共和国 十二年制学校数学课本

第九册

(内部发行)



人民教育出版社

德意志民主共和国

十二年制学校数学课本

第 九 册

人民教育出版社

本书是德意志民主共和国十二年制学校数学课本第九册（1962年版）的译本。这套课本共分十二册。第九册内容包括代数式的运算，一次函数和一次方程，二次函数和二次方程，幂的运算和幂函数，画法几何。本书系内部参考资料，供研究外国中小学数学教学情况用。

德意志民主共和国
十二年制学校数学课本
第九册

北京编译社译

北京市书刊出版业营业许可证出字第2号

人民教育出版社出版（北京景山东街）

新华书店北京发行所发行

全国新华书店经售

人民教育印刷厂印装

统一书号：K13012·55 字数：260 千

开本：850×1168 毫米 1/32 印张：11 $\frac{5}{16}$

1964 年 7 月第一版

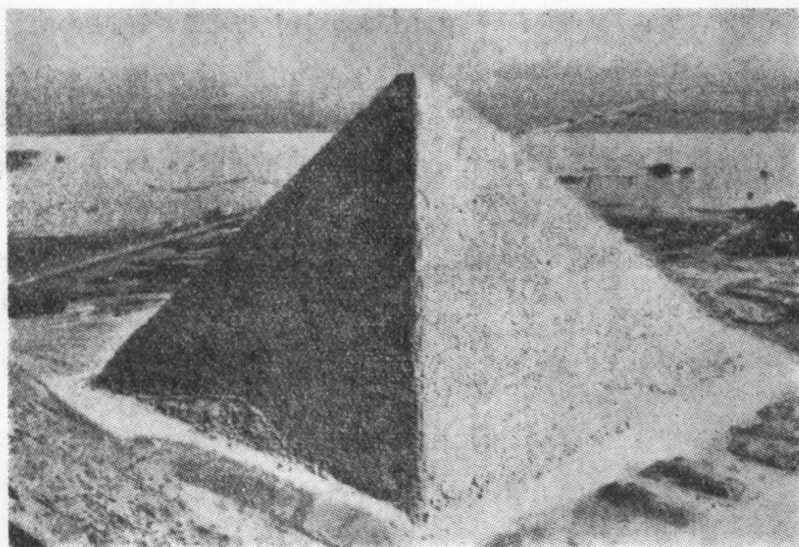
1964 年 12 月第一次印刷

北京：1—4,500 册

定价 1.80 元

目 录

1. 利用字母符号进行计算	1
1.1 复习	2
1.2 多项代数式的乘法	5
1.3 代数和除以代数和	43
1.4 利用字母符号进行分数计算	56
1.5 练习题和复习题	88
2. 线性函数和线性方程	93
2.1 线性(一次)函数的复习	93
2.2 线性(一次)方程	112
3. 二次函数和二次方程	148
3.1 二次函数	149
3.2 二次方程	176
3.3 练习题和复习题(应用题)	204
4. 幂的计算, 幂函数	210
4.1 幂和幂函数(正整数指数)	210
4.2 幂和幂函数(整数指数)	238
4.3 幂和幂函数(有理指数)	256
4.4 反函数	289
5. 代数的历史	301
6. 画法几何	312
6.1 正投影	312
6.2 标准正轴测投影	338
6.3 练习题和复习题	350
7. 画法几何的历史	353



1. 利用字母符号进行计算

“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时，它不是离开……真理，而是接近真理。物质的抽象，自然规律的抽象，价值的抽象及其他等等，一句话，那一切科学的……抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”

列宁：《哲学笔记》

（人民出版社 1960 年 1 月第二版第 181 页。——译者注）

列宁的这种思想也适用于最高抽象阶段之一——数学的公式化语言。利用公式或方程可以掌握现实中的各种不同现象的本质特征和特性。比方，我们可以利用公式

$$V = \frac{1}{3} A \cdot h$$

計算一切棱錐或圓錐形的物体的体积, 無論它是紀元前 2650 年建造的海欧普斯金字塔的体积, 还是經過車削后成圓錐形的工件的体积, 这个公式都同样适用。

高級的抽象部分地是通过以字母符号代替一切体积、面积和高度而达到的。

1.1 复习

1. 四則运算

一級运算	加	$12 + 2 = 14$ 加数 + 加数 = 和	利用負数可以把減法化成加法。 $14 + (-2) = 12$
	減 (加法的逆运算)	$14 - 2 = 12$ 被減数 - 減数 = 差	
二級运算	乘 (加数相同的加法的簡化运算)	$12 \cdot 2 = 24$ 因数 · 因数 = 积	利用分数可以把除法化成乘法。 $24 \cdot \frac{1}{2} = 12$
	除 (乘法的逆运算)	$24 \div 2 = 12$ 被除数 ÷ 除数 = 商	
三級运算	乘方 (因数相同的乘法的簡化运算)①	$5^3 = 125$ 底 ^{指数} = 幂的值	

① 乘方也有逆运算, 这种运算将在以后学习。

2. 加法和乘法的定律

交 換 律	$a+b=b+a$ $12+2=2+12$	$a \cdot b=b \cdot a$ $12 \cdot 2=2 \cdot 12$
結 合 律	$a+(b+c)=(a+b)+c$ $3+(4+2)=(3+4)+2$ $3+6=7+2$	$a \cdot (b \cdot c)=(a \cdot b) \cdot c$ $3 \cdot (4 \cdot 2)=(3 \cdot 4) \cdot 2$ $3 \cdot 8=12 \cdot 2$
分 配 律	$a(b+c)=ab+ac$ $3 \cdot (4+2)=3 \cdot 4+3 \cdot 2$ $3 \cdot 6=12+6$	

3. 有理数运算的符号法则

乘 法	$(+a) \cdot (+b)=+ab$ $(-a) \cdot (-b)=+ab$	$(+a) \cdot (-b)=-ab$ $(-a) \cdot (+b)=-ab$
除 法	$(+a) \div (+b)=+\frac{a}{b}$ $(-a) \div (-b)=+\frac{a}{b}$	$(+a) \div (-b)=-\frac{a}{b}$ $(-a) \div (+b)=-\frac{a}{b}$

4. 分数的运算

分数的变形	扩分	用同一个因数乘分数的分子和分母，原来的分数同扩分后所得分数相等 $\frac{2}{9}$ 用 4 扩分 后得出 $\frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36}$	$\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$
	约分	用同一数除分数的分子和分母，原来的分数同约分后所得分数相等 $\frac{8}{36}$ 用 4 约分 后得出 $\frac{8 \div 4}{36 \div 4} = \frac{2}{9}$	$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

加	分母相同的分数相加，只要把分子相加，公共分母保持不变	$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{1+2}{7} = \frac{3}{7}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2}$ $= \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$
减	分母相同的分数相减，只要把分子相减，公共分母保持不变。 分母不同的分数必须先通分。	$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$ $\frac{7}{15} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15} - \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5}$ $= \frac{7-5}{15} = \frac{2}{15}$
乘	两个分数相乘，只要把分子与分子相乘，分母与分母相乘。	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$
除	分数除分数，只要把被除数乘以除数的倒数。	$\frac{5}{6} \div \frac{1}{5} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{1} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 1}$ $= \frac{25}{6} = 4 \frac{1}{6}$

5. 0 和 1 的四则运算

加	$a+0=a$	$a+1=a+1$	$0+a=a$	$1+a=1+a$
减	$a-0=a$	$a-1=a-1$	$0-a=-a$	$1-a=1-a$
乘	$a \cdot 0=0$	$a \cdot 1=a$	$0 \cdot a=0$	$1 \cdot a=a$
除	$a \div 0$ 没有意义	$a \div 1=a$	$0 \div a=0$	$1 \div a = \frac{1}{a}$

6. 代数和的加法和减法

定 义	代数和就是用加法或减法运算連結有限多项的数学表达式	$2 - 3ab + 6ab^2 - c$ 第 1 项 第 2 项 第 3 项 第 4 项
加	两个代数和相加，就是要 把代数和的一切同类项相加	$\begin{aligned} & (3a+2b-3c) + (2a-2b+3c) \\ &= 3a+2b-3c+2a+(-2b)+3c \\ &= 3a+2b-3c+2a-2b+3c \\ &= 5a \end{aligned}$
减	两个代数和相减，就是要 从被减数中减去减数的每一项，然后再像做加法那样合并同类项	$\begin{aligned} & (3a+2b-3c) - (2a-2b+3c) \\ &= 3a+2b-3c - (+2a) - (-2b) \\ & \quad \quad \quad - (+3c) \\ &= 3a+2b-3c-2a+2b-3c \\ &= a+4b-6c \end{aligned}$

1.2 多项代数和的乘法

加、减和乘的复习题

1. 化简下列各式：

a) $a + (a + b)$

b) $a + (a - b)$

c) $a - (a + b)$

d) $a - (a - b)$

2. 利用下列各数值用代入法检验题 1 的结果是否正确：

a) $a=5, b=3$

b) $a=-2, b=6$

c) $a=7, b=-4$

d) $a=-11, b=-9$

e) $a=3, b=3$

f) $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{2}$

g) $a=\frac{17}{12}, b=-\frac{11}{13}$

h) $a=-3\frac{2}{5}, b=-2\frac{1}{3}$

3. 化簡下列各式:

a) $2a+3b-4c+(4a-3b+2c)$

b)
$$\begin{array}{r} 2a+3b-4c \\ -(4a-3b+2c) \\ \hline \end{array}$$

c) $(o-p+q)-(o-p+q)$

d) $(o-p+q)+(o+p-q)$

e)
$$\begin{array}{r} 4x-2y \\ -(6x+y) \\ +(3x+3y) \\ \hline \end{array}$$

f) $(mx-ny)-(nx-my)$

g) $\left(\frac{1}{2}r-\frac{1}{3}s+\frac{1}{4}t\right)-\left(\frac{r}{6}-\frac{s}{3}+\frac{t}{12}\right)-\left(-\frac{s}{4}+\frac{1}{3}r-\frac{t}{2}\right)$

h) $\left(-\frac{5}{3}l+\frac{m}{5}-\frac{n}{4}\right)-\left(-1.5l-0.1m+\frac{3}{4}n\right)$

i)
$$\begin{array}{r} 3a^2b-2ab^2+b^3 \\ -(a^3-2a^2b+2ab^2+b^3) \\ \hline \end{array}$$

4. 設 $A=2x-3y$, $B=5x+2y$, $C=6x-5y$, $D=-x+y$, 計算下列各式:

(1) $A-B-C+D$

(2) $-A-B+C+D$

5. 化簡下列各式:

a) $5x+4y-[7x-3y-(3x-7y)]$

b) $(a-d)+[(a-b)-(a-d)]+b$

c) $\frac{13}{2}s-\left[3\frac{1}{3}t-(-7.5s+3t)\right]-(6t-s)$

6. a) 为什么习题 3c 和 3d 的結果不同?

b) 习题 3d 需要怎样加以改变, 才能使它的結果同 3c 的

結果相同?

7. 用字母符号表示:

a) 两个数的和加上它們的差, 等于第一个数的两倍;

b) 两个数的和减去它們的差, 等于第二个数的两倍.

8. 化簡下列各式:

a) $(a-b)+(a+b)$ b) $(a-b)-(a+b)$

c) 用語言叙述习题 8a 和 8b 和它們的結果.

9. 心算下列各題, 并且用添括号的方法簡化解題过程:

例: $144-157+37+86=(144+86)-(157-37)$
 $=230-120=110$

a) $233+58-368+17$ b) $500-213+23$

c) $\frac{10}{3}+\frac{5}{2}-\frac{4}{3}-\frac{9}{2}$ d) $-51a+217a+11a+23a$

10. 說出下列各代数和的項数:

a) $a+b+c$ b) $a+b-c$ c) $m+2$

d) $z-\frac{3}{7}$ e) $4t^2-9$ f) $3r-4s-7$

g) $4a^2+12ab+9b^2$ h) $a^3+n_1a^2b+n_2ab^2+b^3$

i) $l_0+l_0\alpha\cdot\Delta t$ k) $\frac{\pi}{4}d_1^2-\frac{\pi}{4}d_2^2$

11. 已知两个代数和:

$$S_1=\frac{1}{3}x^2-\frac{y}{4}+2z-4,$$

$$S_2=\frac{1}{3}x^2+2y-\frac{z}{3}+3\frac{1}{2}.$$

① Δt 常常用来表示溫度差. 符号 Δ 以后总是表示差.

計算下列各題:

a) $S_1 + S_2$

b) $S_1 - S_2$

c) $S_2 + S_1$

d) $S_2 - S_1$

e) 比較各个結果, 并說明所出現的規律.

12. 化簡下列各題:

a) $75a - (12a - 8b) - (6b - 4a)$

b) $90m + (82m + 78n) - (16n + 104m)$

c) $\frac{x}{4} + \left(\frac{x}{10} + \frac{y}{8}\right) - \left(\frac{x}{20} - \frac{y}{16} + 4\frac{1}{2}\right)$

d) $15b^2 - (12c^2 - 3b^2) + (80c^2 + 70d^2 - 4cd)$

e) $(25a + 69b) - (30b + 37a) - (53a - 9b)$

f) $(212.9x + 184.3y) + (16.7x - 15.7z)$
 $- (54.8x - 112.4y - 181.3z)$

g) $(0.16a + 1.05b + 3.14c) - (0.36a - 0.09b - 0.87c)$
 $- (1.81a - 0.12b - 0.45c)$

13. 化簡下列各式:

a) $5 \cdot 7 + 7 \cdot 8 - (8 \cdot 7 + 4 \cdot 4) + (3 \cdot 7 - 8 \cdot 8 - 3 \cdot 4)$
 $- (2 \cdot 7 + 4 \cdot 8 - 12 \cdot 4)$

b) $5 \cdot 6 + 7 \cdot 12 - (8 \cdot 6 + 4 \cdot 9) + (3 \cdot 6 - 8 \cdot 12 - 3 \cdot 9)$
 $- (2 \cdot 6 + 4 \cdot 12 - 12 \cdot 9)$

c) $5 \cdot 14 + 7 \cdot 24 - (8 \cdot 14 + 4 \cdot 13) + (3 \cdot 14 - 8 \cdot 24 - 3 \cdot 13)$
 $- (2 \cdot 14 + 4 \cdot 24 - 12 \cdot 13)$

d) $5a + 7b - (8a + 4c) + (3a - 8b - 3c) - (2a + 4b - 12c)$

e) 如果你已經知道習題 13d 的結果, 你怎樣解 13a 至 c 各

題呢?

f) 利用 13d 的結果檢驗 13a 至 c 各題的結果是否正確。

14. a) 利用字母符号写出下列关于三个不同数的計算規則：

第一个数的二倍减去这三个数的和，然后从第三个数的五倍减去第二个数的四倍同第一个数的六倍的和，最后将所得的两个差相加。

b) 化簡所得出的表达式。

c) 以 2 代替第一个数，4 代替第二个数，9 代替第三个数，檢驗各式的結果。

d) 如果这三个数相等时，表达式的結果会变成怎样？

15. a) 化簡：

$$7a + (4b - 3c) - [3b - (ab + c)]$$

b) 用語言叙述这个表达式。

c) 如果 $b = 3a$ ， $c = 2a$ ，这个表达式将变成怎样？

16. 假設有一个长方体，棱长为 a 、 b 和 c ($a > b > c$)。

a) 求所有各棱的总长。

b) 把最长的棱 a 减去棱 c 后，总长是多少？

c) 把棱 b 也减去 c 。原来各棱的总长和新的总长差多少？

d) 把任意一条棱的长度增长一倍，那么长方体的体积也增加一倍。假使 a 增长一倍，长方形各棱的总长是多少？

e) 如果 b 增长一倍，棱的总长会起什么变化？

f) 如果有两条不同的棱增长一倍，而另外一条棱减少一半，体积也会增加一倍。

对于上述的两条棱增长一倍时得出的各种可能的长方体总棱长，分別用公式写出来。

17. 下列各个数学表达式有什么区别？

- a) $n(3a+4)$ 和 $n(3a-4)$
 b) $z(7m+n)$ 和 $z \cdot 7m+n$
 c) $l_0(1+\alpha \cdot \Delta t)$ 和 $l_0 \cdot 1+\alpha \cdot \Delta t$
 d) $(r^2+r) \cdot r$ 和 $r(r^2-r)$
 e) $x(x+2)$ 和 $x \cdot x+2$
 f) $3(s+1)$ 和 $3s-1$

指出其中一个式子比另一个式子大多少。

如果題中出現的字母符號都代表負數，或者有幾個代表負數時，上面的結果仍然正確嗎？

18. 計算下列各式(注意使用簡便的計算方法):

- a) $4 \cdot 17 \cdot 250$ b) $12.5 \cdot 31 \cdot 8$
 c) $16 \cdot 13 \cdot 0.25$ d) $7 \cdot 16 \cdot \frac{5}{14}$
 e) $15r \cdot 18$ f) $12p \cdot 3\frac{3}{4}$
 g) $300 \cdot 0.002v$ h) $x \cdot xy$
 i) $2a^2 \cdot a$ k) $18u \cdot 5uv \cdot 11v$
 l) $16y \cdot 25x \cdot \frac{1}{8}z$ m) $18.03p \cdot 0.07m \cdot 333\frac{1}{3}q$

19. 代入下列各值，檢驗題 18 h 的結果:

- a) $x=2, y=3$
 b) $x=-4, y=-\frac{1}{2}$
 c) $x=3\frac{3}{4}, y=-\frac{2}{5}$
 d) $x=50, y=-10$

20. a) 一個直角三角形的直角邊 $k_1=15$ 厘米， $k_2=0.20$ 米，

它的面积多大? 并以平方厘米、平方分米和平方米三种单位来表示这个面积.

b) 在 a 题中使用字母符号时, 面积 A 的公式怎样?

21. 埃及基澤的海欧普斯金字塔^①, 最初底面是正方形的, 边长 $a=233$ 米, 原来高度 $h=146$ 米. 现在它的边长 $a_1=227$ 米, 高 $h_1=137$ 米.

a) 计算它的体积缩小了多少, 然后利用字母符号写出表示体积缩小的公式.

b) 求出缩小的百分比.

22. 尽量利用简便方法, 心算下列各题:

a) $6 \cdot 48$

b) $73 \cdot 4$

c) $89 \cdot 7$

d) $9 \cdot 81$

e) $9 \cdot 99$

f) $0.3 \cdot 72$

g) $5 \cdot 3.5$

h) $17 \cdot 0.8$

i) $8 \cdot 0.64$

例: $7 \cdot 56 = 7 \cdot (50 + 6) = 7 \cdot 50 + 7 \cdot 6 = 350 + 42 = 392$

23. 把下列各积写成代数和的形式:

a) $3[4 - (2a + 3)]$

b) $p_0 V_0 [1 + \gamma(t_2 - t_1)]$

c) $3x^2[8y - 4(6x - 2y)]$

d) $13(5p - 9k + 11n - 20r)$

e) $(7a^2b - 11ab^2 + 3b^2 - 2)(-13abx)$

f) $5(c - 2d)2ab$

g) $8r^2(-2s - 3r)12.5s$

h) $c(0.4ac - 0.6bc)5ab$

① 这个最大的金字塔里有埃及国王海欧普斯(紀元前 2700—2675)的墓室. 这个庞大的建筑物是数以千计的奴隶用了许多年才建成的. 多少奴隶在統治阶级残酷的剥削下死去了.

现在这个金字塔的形状像一个棱台. 为了简单起见, 可以把它当作是棱錐.

尽可能化簡下列各式:

$$24. \text{ a) } 2(3a-4b)-4(5a-6b)-7(-2a+3b)$$

$$\text{ b) } 15x(-3y-2z)-30y(1.5x-4z)-10z(-3x+12y)$$

$$25. \text{ a) } 8.5x^2(3.6y-4.7z+7.1)$$

$$\text{ b) } 14\frac{1}{2}pq\left(7p-3\frac{1}{4}q+7\frac{4}{5}pq\right)$$

$$\text{ c) } 413(x+8y+12z)-712(x+5y-7z) \\ +114(5x-2y+3z)$$

$$\text{ d) } 54(o+4p+6q+1)+116(30-4q-4p+1) \\ -64(o+p-4q-1)$$

$$\text{ e) } 4\frac{1}{2}(4b+3c+2a)-5\frac{1}{3}(7a+9c+5b) \\ -12\frac{5}{6}(4c-3a-2b)$$

$$\text{ f) } \frac{7}{8}x\left(\frac{1}{7}x+\frac{4}{14}y-\frac{8}{128}z\right)-\frac{4}{3}y\left(12x+\frac{3}{4}y+\frac{9}{8}z\right) \\ -\frac{6}{10}z\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}y\right)$$

$$26. \text{ a) } 42(3x-4y)-8[6x-3(2y-x)-2(6x-2y)] \\ -3(x-5y)$$

$$\text{ b) } 4[2x-5(4x-2y)-3(x+y)]-8[x+5(3x-2y)]$$

$$\text{ c) } \frac{1}{2}[4a-6(3a-2b+5c)+16(a-b+c)] \\ -\frac{3}{8}\left[8a-\frac{1}{3}(16b-12c)\right]$$

$$\text{ d) } 0.5[4x-3(x-2y)]-0.25[8x-12(x-5y)]$$

$$e) \frac{1}{4} \left[\frac{4}{5}a - \frac{6}{7} \left(\frac{7a}{3} + \frac{14b}{5} \right) \right] - \frac{12}{25} \left[\frac{5a}{6} - \frac{5}{8} \left(\frac{5}{3}a - \frac{15}{9}b \right) \right]$$

27. 利用字母符号写出:

a) 两个数的积减去这两个数的差的四倍.

b) 一个数的二倍同第二个数三倍的和乘以第三数. 然后从所得的结果减去第三数的一半同其他二数和的积的四分之三.

c) 题 27a 和 b 中所提到的数如果都相等, 它们的表达式将会怎样?

d) 以 4 代替题 27a 中的第一个数, 以 3 代替第二个数, 检验这个题的结果.

28. 用语言叙述下列各式:

$$a) 2ab + 4a(b - a) + a^2$$

$$b) xy - (x + y)z - (y + z)x$$

29. 在使用字母符号时, 应当注意:

(I) 在一个习题里, 相同的字母符号具有相同的意义;

(II) 在一个习题里, 不同的符号一般具有不同的意义.

a) 为什么在(II)中要加上“一般”这个词呢?

b) 在(I)中没有这个词, 这是什么缘故呢?

30. 计算下列各式:

$$a) \frac{5}{3} \cdot 2 \left[3 \cdot 3 + \frac{1}{2} (4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5) \right]$$

$$- \frac{1}{4} \cdot 5 [4 \cdot 2 - (2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 4 \cdot 5)]$$

$$b) \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{4} \left[3 \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \left(4 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{6} \right) \right]$$

$$- \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \left[4 \cdot \frac{1}{4} - \left(2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{6} \right) \right]$$