模糊数学与工程应用

肖盛燮 编著

成都科技大学出版社

模糊数学与

工程应用

肖盛燮　　编著

成都科技大学出版社

(川) 新登字 015 号

内容提要

通过作者近年来实际项目工程研究事例的剖析，力图将模糊数学的基本理论和方法定量地引入实际工程应用领域。

本书分两个部分：第一部分为第二至五章，介绍模糊数学基础知识；第二部分为第六至九章，系统深入地介绍模糊数学相对独立的有关专题及其在桥梁土建工程中的应用。

本书层次分明，叙述简洁，面向有关专业科研、工程技术和管理人员，亦可供土建类大专院校师生作为大学生、研究生选修课教材之用。

模糊数学与工程应用

肖盛燮 编著

成都科技大学出版社出版、发行
四 川 省 新 华 书 店 经 销
四 川 省 平 武 县 印 刷 厂 印 刷
开本 787×1092 1/32 印张 9.625
1993 年 9 月第 1 版 1993 年 9 月第 1 次印刷
印数 1－1000 字数 207 千字
ISBN7-5616-2259-7/O・146

定价：6.70 元

前　言

模糊数学这门新兴学科，自开创以来吸引了愈来愈多人们的浓厚兴趣，并不断在实践中显示了强大的生命力。被广泛地渗透于土建工程、环境工程、航空、机械、冶金、化工、医学、农业、管理及社会科学等各门类学科，形成了现代学科的交叉。本书通过作者近年来主持的在实际桥梁等依托工程研究事例的剖析中，力图将模糊数学的基本理论和方法定量地引入土建结构工程应用领域。

本书分两个部分：第一部分为第二至五章，介绍模糊数学有关基础知识；第二部分为第六至九章，作为专题系统介绍工程模糊综合评判、结构模糊优化设计、结构模糊随机可靠度，引入了桥梁承载力模糊分析与评价的研究实例。

应当致意的是：为使专题部分的理论达到应用于解决工程问题的程度，特别系统地引用了王光远教授、王彩华教授的有关精深论著；本书获得王彩华教授、陈国祯副教授的支持与审阅；编入了作者与曾德荣等同志合作研究的部分成果；同时，得到出版社的大力支持。值此，深表谢意！

作者

1993 年 2 月

目　录

第一章　绪论……………………………………………… (1)

第一部分　模糊数学基础

第二章　模糊集合及其运算……………………………… (5)

§2.1　集合及其运算 ……………………………………… (5)

§2.2　集合的映射与特征函数 …………………………… (12)

§2.3　模糊集合的概念 …………………………………… (13)

§2.4　模糊集合的表示 …………………………………… (14)

§2.5　模糊集合的运算 …………………………………… (18)

§2.6　模糊集合的转化　分解定理 ……………………… (23)

§2.7　模糊集合的映射　扩展原理 ……………………… (30)

第三章　隶属函数与模糊统计 ………………………… (34)

§3.1　模糊统计法 ………………………………………… (34)

§3.2　二元对比排序法 …………………………………… (39)

§3.3　评价乘坐汽车的舒适性 …………………………… (42)

§3.4　确定隶属函数的原则 ……………………………… (47)

§3.5　常见的隶属函数类型 ……………………………… (48)

第四章　模糊关系与聚类分析 ………………………… (53)

§4.1　模糊关系 …………………………………………… (53)

§4.2　模糊矩阵 …………………………………………… (56)

§4.3　λ截矩阵 …………………………………………… (58)

§4.4　模糊关系的合成 …………………………………… (60)

§4.5　模糊等价关系与聚类图 …………………………… (61)
§4.6　模糊聚类分析 ……………………………………… (65)
第五章　模糊系统与模糊控制 ………………………… (67)
§5.1　模糊系统 ………………………………………… (67)
§5.2　模糊系统辨识 …………………………………… (73)
§5.3　模糊控制概述 …………………………………… (79)
§5.4　模糊控制设计 …………………………………… (80)
§5.5　模糊控制十字路口交通 ………………………… (82)

第二部分　专题及工程应用

第六章　工程模糊综合评判 …………………………… (88)
§6.1　模糊变换 ………………………………………… (88)
§6.2　模糊综合评判的基本方法步骤 ………………… (91)
§6.3　多级模糊综合评判 ……………………………… (101)
§6.4　模糊综合评判失效及其解决模型 ……………… (104)
§6.5　桥梁设计参数的二级模糊综合评判 …………… (108)
§6.6　桥梁设计参数的多因素多级模糊评判 ………… (118)
第七章　结构模糊优化设计 …………………………… (135)
§7.1　结构优化设计的理论概述 ……………………… (135)
§7.2　对称模糊优化及其解法 ………………………… (141)
§7.3　非对称模糊优化及其解法 ……………………… (160)
§7.4　多目标模糊优化简介 …………………………… (180)
§7.5　双目标两层次模糊优化设计法 ………………… (189)
§7.6　抗震结构的模糊优化设计 ……………………… (192)
§7.7　拱桥恒载布局的模糊优化分析 ………………… (203)
第八章　结构模糊随机可靠度 ………………………… (209)
§8.1　概率论基础及模糊概率 ………………………… (209)
§8.2　广义可靠度的概念 ……………………………… (234)

§ 8.3　结构的随机可靠度理论 …………………………… (237)
§ 8.4　可靠度的近似分析方法 …………………………… (249)
§ 8.5　结构的模糊随机可靠度理论 ………………………… (255)
§ 8.6　抗震结构的模糊随机可靠度 ………………………… (261)
第九章　桥梁承载力模糊分析与评价…………………… (271)
§ 9.1　单变量的模糊可靠度分析 …………………………… (271)
§ 9.2　串联系统的模糊可靠度分析 ………………………… (274)
§ 9.3　承载力评价的基本思想 ……………………………… (279)
§ 9.4　承载力的综合评价模型 ……………………………… (281)
§ 9.5　承载力评价的方法与步骤 …………………………… (282)
§ 9.6　桥梁承载能力模糊性与随机性的综合评定法 ……… (283)
常用符号表 ………………………………………………… (295)
参考文献 …………………………………………………… (298)

第一章　绪　　论

一、模糊数学的实际背景

事物不确定性的现象是客观存在的，这种不确定性主要表现在两个方面：一是随机性，二是模糊性。随机性是由于事物因果关系不确定形成的，是概率分析、设计等所涉及的范畴。模糊分析、设计，主要涉及事物的模糊性。

所谓模糊，是指边界不清楚，表现在函义上不能明确区别是与非，在论域上不能现分其界限。这种模糊概念是客观事物的一种本来属性，是事物的差异之间实际存在着的中间过渡过程。

在日常生活中，人们常表达的很多概念都具有含义不确切、边界不清楚的模糊性。如高、矮、胖、瘦、老、中、青等概念，都没有确切的界限。比如“中年”这个概念，有人设 30～50 岁是中年，有人设 30 岁算青年，50 岁算老年，可见其含义和界限都不清楚。

在工程上，类似的模糊概念也很多。例如，结构设计中的容许应力就是一个模糊概念，规范规定 3 号钢许用应力的上界为 $17652N/cm^2$，按此规定，$\sigma=17662N/cm^2>[\sigma]$ 就不许用了。但实际上两者并无区别，从完全许用到不完全许用之间有一中介过渡过程。当考虑这一过渡过程时，许用应力的边界就模糊了。类似地在桥梁等土建结构中容许挠度、混凝土裂缝宽度、构件尺度、结构稳定等等，其规定的上、下

界都存在着模糊过渡区间。

随着科学技术的发展，研究的对象越来越复杂，复杂的事物是难以精确化的。一个复杂的系统，或结构物受到环境的各种错综复杂的因素影响，很难用精确的数字或力学方法进行描述，要建立精确的计算模型很困难，甚至是不可能的。实践表明，对复杂的问题，从宏观入手用模糊理论和方法能客观地得到描述，从而达到预期目的。

往往在一些精确的模式计算中，常有预先假定的前提条件，从而使问题得以简化，这种假定本身就与客观实际存在一定差异的近似性；然而对于不确定的复杂事物，利用模糊数学的方法和处理手段，其结果将会获得更反映客观真实性的效果。

二、模糊数学的渗透与发展

模糊数学诞生于 1965 年，美国加利福尼亚大学查德教授(L. A. Zadeh)发表了著名论文“模糊集合”，第一次引人注目地提出了模糊性问题，给出了模糊概念的定量表示法。1970 年，别尔曼（Beuman）和查德又提出了模糊优化的概念。我国于 70 年代开始了这方面的研究工作。十多年来，模糊数学及其在各方面的应用，如模糊评判、模糊优化、模糊决策、模糊控制、模糊识别和类聚分析等方面，发展十分迅速。模糊数学在短短 20 多年的历史中，不断扩大了其应用范围，在实践中显示了它的生命力。

现在模糊数学研究或应用领域有：语言、自动机、系统工程、信息检索、自动控制、图象识别、故障诊断、逻辑、决策、人工智能等方面，并广泛应用于生物、医学、工程、社会、心理、拓扑等领域。我国在模糊拓扑方面的研究工作在

国际上处于领先地位，在气象预报、中医诊断、农业规划、环境检测等方面对模糊数学的应用也取得了较好的成果。

特别是我国在模糊数学和模糊论分析设计方面，做了不少开创性的工作，取得了很多重要研究成果。在模糊优化设计方面，提出了最优水平截集法，为模糊优化设计的具体应用开创了有效途径；提出了在优化设计中处理主观信息的方法，为定量处理影响设计方案的模糊因素指出了方向；提出了多级模糊综合评判法，能从定量方面较准确的考虑种种模糊因素；提出了既考虑模糊性，又考虑随机性的模糊可靠性分析与模糊可靠性优化的基本理论和方法。我国在抗震结构的模糊分析与模糊优化方面，在机械、船舶、土建结构的模糊分析与模糊优化方面，均做了不少工作。这些都有力地推动了模糊分析、设计、评价与决策的发展和应用。

三、工程应用的广阔前景

一类土建工程：道路、桥梁、港口、房屋、水坝等结构物，它们具有如下的共通性：

第一、它们均座落在岩土基础之上，而岩层土壤构造本身属于复杂多变的环境，因此很多因素具有强烈的模糊性。

第二、它们均暴露于广阔的大自然环境中，而自然环境，如大气污染、酸雨、风化、水化、气温等自然因素具有复杂多变的不确定性因素。

第三、它们大多由水泥、石料等碎性材料或兼有钢材建造，而这些构筑物总是在长期主客观因素影响下产生疲劳损伤，逐步发生材质与使用性能的变异，这些变异性，大多具有模糊性。

第四、它们在自然灾害袭击下，总是首当其冲地遭受破

坏，而地震、风灾、洪水、滑坡、泥石流等等灾害，除具有随机性因素外，在其因素的形成，破坏力的组合，对建筑的损伤程度等等均具有强烈模糊性。

此外，尚有设计、施工、使用、管理、养护与维修等因素对结构的使用寿命及性能的变异，也将产生影响。

综上所述，对土建类工程中不确定性问题的探索，已向工程技术者与研究工作者提出了艰巨的任务。因此，应用模糊数学这一富有生命力的理论、方法和手段，解决土建工程中的各种难以定量处理的问题，这对保证工程质量、充分发挥使用效能、延长使用寿命、加强目标管理与科学系统决策、节省巨额投资等方面，都具有重要的现实意义和重大的社会经济价值。

尤其是在这一座又一座特大桥梁横架江河的今天，一条又一条高速公路贯通四面八方的时分，一幢又一幢高层大厦如雨后春笋般拔地而起的可喜日子里，应用模糊数学理论和方法，深入于土建类工程的开拓与研究，实为具有广阔的前景。

第一部分　模糊数学基础

第二章　模糊集合及其运算

§2.1　集合及其运算

在人类的思维中形成的种种概念，必有它的内涵和外延。所谓内涵，就是事物的内在含意；外延则是符合此含意的所有事物。例如，“力”这个概念，其内涵是“物体之间的相互机械作用，使物体运动状态发生变化或使物体变形”；外延是“推、拉、挤、压、磨”等各种形式的力。“内涵”和“外延”两方面相辅相成，构成一个“集合”。

什么是集合？其定义是：具有某种特定属性的对象的全体叫做集合。集合中每一个对象，则叫作集合的元素，例如，“人类”就是一个集合。其内涵就是区别于其它动物的本质属性（如“会思维”、“能制造和使用工具进行劳动”等）；其外延就是世界上所有的人；而每一个人便是“人类”这个集合的元素。由此可见，概念与集合之间，其内涵和外延一一对应，因此，概念可用集合表达。一般集合用大写字母 A、B、C、……来表示；集合中元素用小写字母 a、b、c……表示。如

$a \in A$，读着“a 属于 A”，

$a \overline{\in} A$，读着“a 不属于 A”。

任意一个元素 a 及任意一个集合 A 之间要么 $a \in A$，要

么 $a\overline{\in}A$，二者必居其一，且仅居其一。这就是普通集合论的最根本的要求。

一、集合的表示

集合的表示方法有三种：列举法、定义法和特征函数法。

1. 列举法　把一个集合的元素全部列出，并用大括号括起来。例如，把论域 U 上凡属于 A 的 n 个元素表示成 A 的集合为

$$A=\{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$$

其中 u_i（$i=1$，2，…，n）叫做集合 A 的元素。

上述列举法适用于元素个数为有限的情况。当元素个数为无限时，可用定义法来表示集合。

2. 定义法　用构成集合的定义（即用集合中元素的共性）来表示集合。例如，小于、等于 10 的正偶数构成集合 $A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$，用定义法则表示为：

$$A=\{X|X \text{ 为偶数}, 0\leqslant X\leqslant 10\}$$

大括号中的 X 代表构成集合 A 的元素，竖线右边表示构成这一集合的定义，也即 X 所具有的共性。

在一些推理和论证过程中常用特征函数法来表示。

3. 特征函数法　用取值仅为 0 和 1 的特征函数 $C_A(u)$ 来表示集合 A。若

$$\text{若 } u\in A, \text{则 } C_A(u)=1;$$
$$\text{若 } u\overline{\in} A, \text{则 } C_A(u)=0$$

即
$$C_A(u)=\begin{cases}1, & \text{当 } u\in A;\\ 0, & \text{当 } u\overline{\in}A。\end{cases}$$

例如，在论域 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 中，“奇数”与“偶数”集合可分别表示为：

$$奇数 = \frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0}{4} + \frac{1}{5}$$

$$偶数 = \frac{0}{1} + \frac{1}{2} + \frac{0}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0}{5}$$

注意：式中的“加号”不表示相加，仅用来表示总括；每项“分式”不表示相除，“分母”表示元素的名称，“分子”表示该元素对应的特征函数值。特征函数为 1，相应元素属于该集合；为 0，则不属于该集合。一般情况，集合 $A=\{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$ 可表示为：

$$A = \frac{C_A(u_1)}{u_1} + \frac{C_A(u_2)}{u_2} + \cdots + \frac{C_A(u_m)}{u_m}$$

二、集合的运算

1. 运算规则　客观事物千头万绪，而在考虑一个具体问题时，总把议题限制在某一定范围。这种被讨论范围的全体对象，称为“论域”，用大写字母 U、V、X、Y、…表示；论域中每个元素，用小写字母 u、v、x、y、…表示。

设给定一个论域 U、V 中某一部分元素的全体，叫做 U 中的一个集合，常用大写字母 A、B、C、…表示。

下面介绍集合论中的基本运算规则和符号表示。

(1) 包含“$\supseteq$”　如图 2.1 所示，设 A、B 是论域 U 上的两个集合，对于任意 $u\in U$，若 $u\in A$，便有 $u\in B$，也就是集合 B 包含集合 A，论作 $B\supseteq A$ 或 $A\subseteq B$。并称 A 是 B 的子集。

例如　$U=\{u|u 是中国人\}$

$A=\{u|u 是重庆人\}$

$B=\{u|u 是四川人\}$

则 $B\supseteq A$

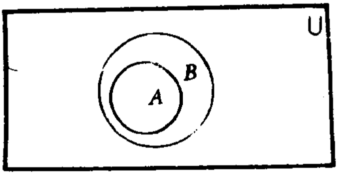

图 2.1

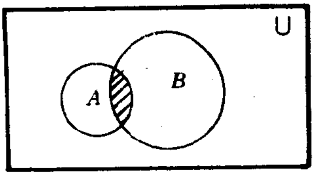

图 2.2

(2) 相等　设 A、B 是论域 U 上的两个子集，若 $A\subseteq B$ 与 $B\subseteq A$ 同时成立，则称 A、B 两个集合相等，记作 $A=B$。例如，

$$U=\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$$

$$A=\{u_1, u_3, u_4\}$$

$$B=\{u_1, u_3, u_4\}$$

则 $A=B$。

(3) 交集"$\cap$"　如图 2.2 所示，设 A、B 是论域 U 上的两个集合，从 A、B 中取出它们共有的元素组成的集合，称为集合 A、B 的交集，记为 $A\cap B$。即

$$A\cap B=\{u \mid u\in A \text{ 且 } u\in B\}$$

例如，

$$U=\{u \mid u \text{ 是某大学的学生}\}$$

$$A=\{u \mid u \text{ 是该大学三年级的学生}\}$$

$$B=\{u \mid u \text{ 是该大学的男生}\}$$

则　$A\cap B=\{u \mid u \text{ 是该大学三年级的男生}\}$

(4) 并集"$\cup$"　如图 2.3 所示，设 A、B 是论域 U 上的两个集合，则由 A、B 中的所有元素（重合元素只出现一

次）组成的集合，称为集合 A、B 的并集，记为 $A\cup B$，即

$$A\cup B=\{u|u\in A \text{或} u\in B\}$$

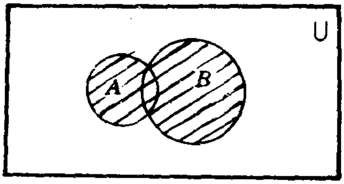

图 2.3

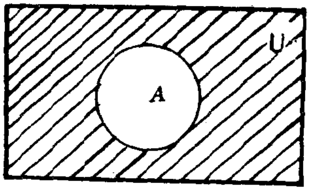

图 2.4

例如，

$$U=\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$$

$$A=\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$$

$$B=\{u_3, u_4, u_5\}$$

则 $\quad A\cup B=\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$

(5) 余集　如图 2.4 所示，设 A 为论域 u 上的集合，则由不属于 A 的所有元素组成的集合，称为集合 A 的余集，记为 A^C，即

$$A^C=\{u|u\in U \text{但} u\overline{\in} A\}$$

例如

$$U=\{a, b, c, d, e\}$$

$$A=\{a, d, e\}$$

则 $\quad A^C=\{b, c\}$

有时也将余集表示为 $\neg A$、$\overline{A}$ 或 $\tilde{A}$ 等等。

此外，还有

空集：不含任何元素的集合，记为 Φ

有限集：含有限个元素的集合称为有限集，记为

$$A=\{a_1, a_2, \cdots a_n\}$$

无限集：非有限集，称为无限集。

幂集：设 U 是论域，由 U 的所有子集为元素构成的集合，称为 U 的幂集，记为 $P(U)$。例如 $U=\{0, 1\}$，其幂集为

$$P(u)=\{\Phi,\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$$

差集：由属于 A 但不属于 B 的元素所构成的集，称为 A 与 B 的差集，记为

$$A \backslash B=\{u \mid u \in A \text{ 且 } u \overline{\in} B\}$$

如图 2.5 所示。

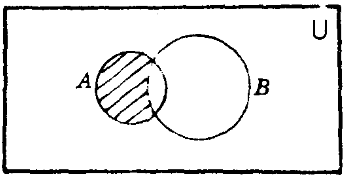

图 2.5

2. 运算规律　设 A、B、$C \in U$，其并、交、补运算具有如下规律：

(1) 交换律　$A \cup B=B \cup A$,

$A \cap B=B \cap A$;

(2) 结合律　$(A \cup B) \cup C=A \cup(B \cup C)$,

$(A \cap B) \cap C=A \cap(B \cap C)$;

(3) 分配律　$A \cap(B \cup C)=(A \cap B) \cup(A \cap C)$,

$A \cup(B \cap C)=(A \cup B) \cap(A \cup C)$;