

XITONG JIANMO  
YUANLI YU FANGFA

郭齐胜 等编著

# 系统建模 原理与方法

国防科技大学出版社

# 系统建模原理与方法

郭齐胜 郭晓军  
李光辉 薛青 编著

国防科技大学出版社  
·长沙·

## 内容简介

本书比较全面、系统地介绍了简单系统的建模理论与方法,内容包括:系统的教学描述;连续系统的建模方法;离散事件系统的建模方法;系统辨识的建模方法;人工神经网络的建模方法;灰色系统的建模方法。

本书内容翔实,篇幅不大,适合于高等院校相关专业作为本科生或研究生教材和教学用书,同时也适合科研人员和工程技术人员作为技术参考用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

系统建模原理与方法/郭齐胜等编著.—长沙:国防科技大学出版社,2003.1  
ISBN 7-81024-910-X

I . 系… II . 郭… III . 系统建模 IV . N945.12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 1000747 号

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4572640 邮政编码:410073

E-mail: gfkdcbs@public.cs.hn.cn

责任编辑:罗青 责任校对:潘生

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

\*

开本:787×1092 1/16 印张:14.75 字数:341 千  
2003年1月第1版第1次印刷 印数:1-3000 册

\*

**定价:19.00 元**

# 前　　言

系统建模是系统仿真的基础,但目前国内还没有一本比较全面、系统地介绍系统建模技术的著作。本书是在仿真专业研究生多年上课讲义的基础上,尝试按照白色系统、灰色系统和黑色系统的体系编写的。全书分为基础部分(第一章 绪论,第二章 系统的数学描述)、白色系统建模部分(第三章 连续系统的建模方法,第四章 离散事件系统的建模方法)、黑色系统建模部分(第五章 系统辨识的建模方法,第六章 人工神经网络的建模方法)、灰色系统建模部分(第七章 灰色系统的建模方法)。

本书力图比较全面、系统地介绍简单系统的建模理论与方法。第一章简要介绍系统与模型、数学模型的分类、数学建模的途径;第二章介绍系统的抽象化与形式化描述、确定型和随机型数学模型以及线性模型的规范化;第三章重点介绍微分方程的机理建模法和非线性微分方程的线性化,状态空间模型的直接建模方法(机理建模法)和间接建模方法(由微分方程、传递函数建立状态空间模型)以及变分原理的建模办法;第四章介绍离散事件系统的建模方法,内容有随机变量模型的建立、随机数的产生、实体流图法、活动周期图法和Petri网法;第五章介绍系统辨识的基本方法,内容包括模型参数的辨识和模型阶次的估计;第六章重点介绍前馈网络中的BP网络和反馈网络中的Hopfield网络及其应用;第七章主要介绍GM(1,1)模型。

本书参考或直接引用了国内外的一些论文和著作。编写过程中得到了教员郑长伟、马亚龙和研究生李斌、董志明、朱敏洁、张小超、杨瑞平、鲁鹤松、杨立功、王杏林、谢薇、王文悦、赵定海、张海峰、贾利军、谭春桥、杨瑞杰、周其经、李巧丽、宋敬华、汤再江、王浩、范锐、刘洋、周红梅、刘东利、杨秀月和文谷生的帮助。出版工作得到了刘纯航、谢刚、芦继兵、范九廷和王凯等同志的大力支持。在此一并表示感谢。

因水平所限,不妥之处在所难免,欢迎批评指正。

编著者  
2002年10月

# 目 录

<b>第一章 绪 论 .....</b>	( 1 )
1.1 系统与模型 .....	( 1 )
1.1.1 系统 .....	( 1 )
1.1.2 模型 .....	( 3 )
1.2 数学模型 .....	( 4 )
1.2.1 数学模型的作用 .....	( 4 )
1.2.2 数学模型的分类 .....	( 5 )
1.3 建模方法学 .....	( 10 )
1.3.1 建模的目的 .....	( 10 )
1.3.2 建模方法学 .....	( 11 )
<b>第二章 系统的数学描述 .....</b>	( 19 )
2.1 引言 .....	( 19 )
2.2 系统的抽象化与形式化描述 .....	( 19 )
2.2.1 系统的形式化描述 .....	( 20 )
2.2.2 系统模型的几种描述水平 .....	( 22 )
2.2.3 特定的系统模型 .....	( 23 )
2.2.4 系统研究中的基本假定 .....	( 26 )
2.3 确定型数学模型 .....	( 27 )
2.3.1 连续时间模型 .....	( 27 )
2.3.2 离散时间模型 .....	( 33 )
2.4 随机型数学模型 .....	( 35 )
2.4.1 随机噪声及其数学模型 .....	( 35 )
2.4.2 系统随机型数学模型 .....	( 39 )
<b>第三章 连续系统的建模方法 .....</b>	( 41 )
3.1 引言 .....	( 41 )
3.2 微分方程的机理建模方法 .....	( 42 )
3.2.1 建模步骤 .....	( 42 )
3.2.2 建模示例 .....	( 42 )

3.3	非线性系统模型的线性化 .....	(49)
3.3.1	问题的提出 .....	(49)
3.3.2	线性化的基本法则 .....	(49)
3.3.3	线性化步骤 .....	(50)
3.3.4	多自变量非线性系统模型的线性化 .....	(52)
3.3.5	线性时变系统模型的线性化 .....	(53)
3.4	状态空间模型的建模方法 .....	(54)
3.4.1	根据物理学定律直接建立状态空间模型 .....	(54)
3.4.2	由微分方程建立状态空间模型 .....	(58)
3.4.3	由传递函数建立状态空间模型 .....	(62)
3.4.4	状态方程的标准化 .....	(68)
3.5	变分原理的建模方法 .....	(69)
3.5.1	引言 .....	(69)
3.5.2	变分原理建立与变换的系统途径 .....	(70)
3.5.3	变分原理建模示例 .....	(74)
	<b>第四章 离散事件系统的建模方法 .....</b>	<b>(82)</b>
4.1	引言 .....	(82)
4.2	随机变量模型的建立 .....	(84)
4.2.1	分布类型假设 .....	(84)
4.2.2	分布参数估计 .....	(86)
4.2.3	分布假设检验 .....	(87)
4.3	随机数的产生 .....	(91)
4.3.1	均匀分布随机数的产生 .....	(92)
4.3.2	非均匀分布随机数的产生 .....	(93)
4.4	实体流图法 .....	(96)
4.4.1	实体流图 .....	(96)
4.4.2	模型的人工运行 .....	(99)
4.5	活动周期图法 .....	(100)
4.5.1	活动周期图 .....	(100)
4.5.2	实体流图与活动周期图的比较 .....	(105)
4.6	Petri 网法 .....	(106)
4.6.1	Petri 网的基本概念 .....	(106)
4.6.2	Petri 网的行为特性及其分析方法 .....	(117)
4.6.3	高级 Petri 网 .....	(124)

<b>第五章 系统辨识的建模方法</b>	(133)
5.1 引言	(133)
5.1.1 系统辨识的定义	(133)
5.1.2 辨识算法的基本原理	(134)
5.1.3 辨识的步骤	(135)
5.1.4 辨识方法分类	(136)
5.2 模型参数的辨识方法	(137)
5.2.1 最小二乘法	(137)
5.2.2 广义最小二乘法	(145)
5.3 模型阶次的辨识方法	(150)
5.3.1 Hankel 矩阵法	(150)
5.3.2 行列式比(或积矩矩阵)法	(152)
5.3.3 残差平方和法	(153)
5.3.4 信息准则法	(154)
5.3.5 最终预报误差准则法	(155)
5.3.6 小结	(156)
<b>第六章 人工神经网络的建模方法</b>	(157)
6.1 人工神经网络简介	(157)
6.1.1 人工神经网络的发展	(157)
6.1.2 人工神经元模型	(158)
6.1.3 人工神经网络的分类	(160)
6.1.4 人工神经网络的工作过程	(162)
6.1.5 人工神经网络的学习方式	(162)
6.1.6 人工神经网络的学习规则	(163)
6.1.7 人工神经网络的几何意义	(165)
6.1.8 人工神经网络的信息处理能力	(166)
6.1.9 人工神经网络的应用	(166)
6.1.10 人工神经网络建模的特点	(167)
6.2 前馈式神经网络	(168)
6.2.1 感知机模型	(168)
6.2.2 BP 网络	(169)
6.3 反馈式神经网络	(177)
6.3.1 连续型 Hopfield 网络	(177)
6.3.2 离散型 Hopfield 网络	(183)

6.4 人工神经网络应用示例 .....	(187)
6.4.1 人工神经网络用于 CGF 智能行为建模 .....	(187)
6.4.2 人工神经网络用于规则搜索 .....	(191)
6.4.3 人工神经网络用于火力分配 .....	(193)
6.4.4 人工神经网络用于系统辨识 .....	(194)
<b>第七章 灰色系统的建模方法 .....</b>	<b>(197)</b>
7.1 引言 .....	(197)
7.1.1 灰色系统的概念与基本原理 .....	(197)
7.1.2 几种不确定性方法的比较 .....	(198)
7.1.3 灰色系统理论在横断学科群中的地位 .....	(199)
7.1.4 灰色系统建模基础 .....	(199)
7.2 GM(1,1)模型 .....	(207)
7.2.1 灰色微分方程 .....	(207)
7.2.2 GM(1,1)模型的建立 .....	(208)
7.2.3 模型精度的检验 .....	(209)
7.2.4 GM(1,1)模型群 .....	(213)
7.2.5 GM(1,1)模型的适应范围 .....	(214)
7.3 GM(1,1)的修正模型 .....	(215)
7.3.1 残差 GM(1,1)模型 .....	(215)
7.3.2 残差均值修正 GM(1,1)模型 .....	(217)
7.3.3 尾部数列 GM(1,1)修正模型 .....	(219)
7.4 直接灰色模型 DGM(1,1) .....	(220)
7.5 灰色系统模型的应用——灰色预测 .....	(223)
7.5.1 灰色预测的特点 .....	(223)
7.5.2 灰色预测模型的分类 .....	(223)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(225)</b>

# 第一章 绪论

## 1.1 系统与模型

### 1.1.1 系统

“系统”是一个内涵十分丰富的概念，是关于“系统”研究的各个学科所共同使用的一个基本概念，是系统科学和系统论研究的一个重要内容。

G.戈登(G. Gordon)在系统仿真一书中写道：“系统这个术语在各个领域用得很广，很难给它下定义。一方面要使该定义足以概括它的各种作用，另一方面又要能简明地将定义应用于实际。”正因为很难用简明扼要的文字准确地对系统一词加以定义，故在国内外学术界出现了从不同角度对系统进行的种种不同定义。这里我们给出一种普遍能接受的定义：

系统是由互相联系、互相制约、互相依存的若干组成部分(要素)结合在一起形成的具有特定功能和运动规律的有机整体。

应当指出，这里的系统是广义的，大至无垠的宇宙世界，小至原子分子，我们都可以称之为系统。

图 1.1.1 所示的是一个电炉温度调节系统。在该系统中，给定温度值与温度计所测量到的实际温度进行比较，得到温度的偏差，该偏差信号被送到调节器中控制电炉的电压，从而实现控制电炉温度的目的。

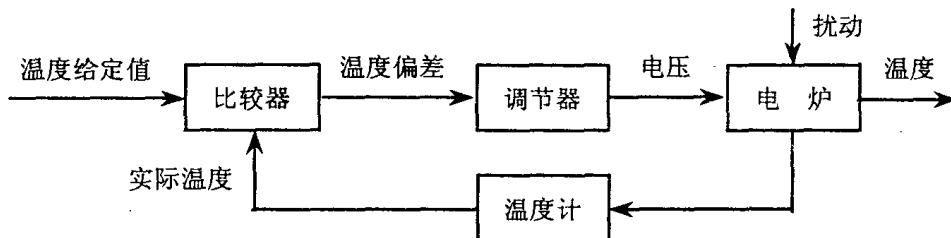


图 1.1.1 电炉温度调节系统

图 1.1.2 所示为商品销售系统。在这个系统中，各部门之间既互相独立，又互相联系，总经理负责各个部门之间的协调，并作出最终决策，以期使整个系统获得最大效益。

上述两个系统的物理性质、功能和构成截然不同，然而它们却具有以下共性：

#### (1) 系统是实体的集合

所谓实体是指组成系统的具体对象。例如电炉调节系统中的比较器、调节器、电炉、温

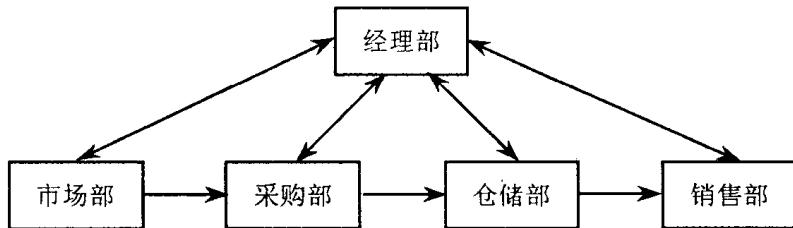


图 1.1.2 商品销售系统

度计,商品销售系统中的经理、部门、商品、货币、仓库等都是实体。系统中的各个实体既具有一定的相对独立性,又相互联系构成一个整体,即系统。

### (2) 组成系统的实体具有一定的属性

所谓属性是指实体所具有的全部有效特性,如状态、参数等。在电炉温度调节系统中,温度、温度偏差、电压等都是属性,商品销售系统中部门的属性有人员的数量、职能范围,商品的属性有生产日期、进货价格、销售日期、售价等。

### (3) 系统处在活动之中

所谓活动是指实体随时间推移而发生的属性变化。例如,电炉温度调节系统中的主要活动是控制电压的变化,而商品销售系统中的主要活动有库存商品数量的变化、零售商品价格的增长等。

各种系统,不论是简单的还是复杂的,总是由一些实体组成的,而每一实体又有其属性,整个系统有其主要活动。因此,实体、属性和活动构成了系统的三大要素。

系统是在不断地运动、发展、变化的。由于组成系统的实体之间的相互作用而引起的属性的变化,使得在不同时刻,系统中实体与属性都可能发生变化,这种变化通常用状态的概念来描述。在任意时刻,系统中实体、属性以及活动的信息总和称为系统在该时刻的状态,用于表示系统状态的变量称为状态变量。

系统并不是孤立存在的。自然界中的一切事物都相互联系和相互影响。任何一个系统都将经常受到系统之外因素变化的影响,这种对系统的活动结果产生影响的外界因素称为系统的环境。对一个系统进行分析时,必须考虑系统所处的环境,而首要的便是划分系统与其所处的环境之间的界线,即系统的边界。系统的边界包含系统中的所有实体。

系统边界的划分在很大程度上取决于系统研究的目的。例如,在商品销售系统中,如果仅考虑商品库存量的变化情况,那么系统只需包含采购部门、仓库和销售部门即可。但如果要研究商品进货与销售的关系时,系统中还应包括市场调查部门,因为商品销售状况及对进货的影响这部分职能是由该部门完成的。

根据研究对象与目的的不同,系统可大可小。系统本身也可以由一系列相互作用的子系统构成,子系统又可以由更低一级的子系统构成;系统和它的部分环境又构成一个更大的系统。这就是所谓的系统等级结构。

系统研究包括系统分析、系统综合和系统预测三个方面。研究系统,首先需要明确研究目的进而描述清楚所研究系统的三要素(实体、属性和活动)及环境,也只有在对实体、属性、活动和环境作了明确描述之后,系统才是确定的。

关于系统的描述在“2.2 节系统的抽象化和形式化描述”中还要作进一步的讨论。

系统的分类方法很多,按照不同的分类方法可以得到各种不同类型的系统。根据本课程的需要,这里只列出如下几种分类方法。

(1) 按系统的特性分类

可分为工程系统和非工程系统。

所谓工程系统是指人们为了满足某种需要或实现某个预定的功能,采用某种手段构造而成的系统,如机械系统、电气系统、化工系统、武器系统等。工程系统有时也称作物理系统。

所谓非工程系统是指由自然和社会在发展过程中形成的,被人们在长期的生产劳动和社会实践中逐步认识的系统,例如社会系统、经济系统、管理系统、交通系统、生物系统等,非工程系统有时也称作物理系统。

(2) 按照系统中起主要作用的状态随时间的变化分类

可分为连续系统和离散事件系统。

状态随时间连续变化的系统称作连续系统。

状态的变化在离散的时间点上发生,且往往又是随机的,这类系统称作离散事件系统。

(3) 按照对系统内部特性的了解程度分类

可分为白色系统、黑色系统和灰色系统。

内部特性全部已知的系统称作白色系统。

内部特性全部未知的系统称作黑色系统。

内部特性部分已知、部分未知的系统称作灰色系统。

(4) 按照系统的物理结构和数学性质分类

可分为线性系统和非线性系统、定常系统和时变系统、集中参数系统和分布参数系统、单输入单输出系统和多输入多输出系统等。

### 1.1.2 模型

为了对系统进行研究,需要对其进行试验。试验有两种方案,一种是直接在真实系统上进行,另一种则是按真实系统的“样子”构造一个模型,在模型上进行。通常由于下列原因而不能采用在真实系统上做试验的方案:

(1) 系统不存在

例如,系统还处于设计阶段,还没有真正建立起来,因此不可能在真实系统上进行试验。

(2) 在真实系统上做试验不安全,不经济

例如,火箭发动机及控制系统,如果直接在真实系统上进行试验,可能会造成无法挽回的严重后果;尤其是在经济活动中,一个新的经济政策出台后往往需要经过一定的时间才能确定其影响,而经过这段时间后,即使发现该政策是错误的,它所造成的损失已是无法挽回的了。因而,在模型上做试验成为对系统进行分析、研究十分有效的手段。

模型是为了某种特定目的、将系统的某一部分信息进行抽象而构成的系统的替代物。

可见,模型不是“系统的复现”,而是按研究目的之实际需要和侧重面,寻找一个便于进行系统研究的“替身”。

因此,在较复杂的情况下,对于由许多实体组成的系统来说,由于其研究目的不同,对同一个系统可以产生对应于不同层次的多种模型,这就是模型的多面性。该特性表明,根据系统研究的需要,可对模型进行粗化(简化),或精化(细化),也可对模型进行分解或组合。

模型一般可分为物理模型和数学模型两大类。

### (1) 物理模型

物理模型又称为实物模型,它是根据一定的规则(如相似原理)对系统简化或比例缩放而得到的复制品,因此,其外观与实际系统极为相似,描述的逼真感较强,例如,风洞试验的飞行器外形和船体外形。物理模型常用于水利工程、土木工程、船舶工程、飞机制造等领域。

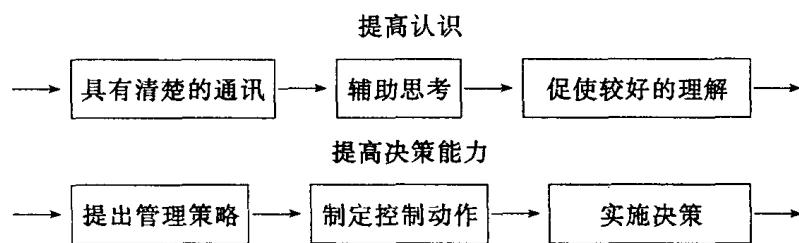
### (3) 数学模型

一般说来,数学模型可以描述为:对于现实世界的一个特定对象,为了一个特定目的,根据对象特有的内在规律,作出一些必要的简化假设,运用适当的数学工具,得到的一个数学结构,通过对系统数学模型的研究可以揭示系统的内在运动和系统的动态特性。

## 1.2 数学模型

### 1.2.1 数学模型的作用

数学模型有着十分广泛的应用。概括起来,数学模型有两个方面的作用:提高对现实系统的认识(认识世界)及提高对现实系统决策的能力(改造世界)。由于影响的层次不同,细分起来,数学模型共有六个方面的作用,如图 1.2.1 所示。



从认识世界方面看,有三个层次:通讯、思考和理解。首先,一个数学模型必须提供一个准确、易于理解的通讯模式,也就是说,当信息传递给别人时,这种模式可以减少引起误解的比率,除了具有清楚的通讯模式外,数学模型还必须能帮助人们进行思考(比如推演)。最后,当模型已被综合成为一个公理或定理时,这样的模型将使人们能更好地理解现实世界发生的各种现象,这可以说达到了认识的顶峰。

从改造世界方面看,也有三个层次:管理、控制和设计。首先,数学模型应能提供给人

们对系统进行管理(比如制定计划、分配资源)时的依据。一般说来,管理这个层次所要求的数学模型可以比较“粗”;第二个层次是控制,它要求的数学模型比较“细”;第三个层次是设计,它要求包含上述两个层次的数学模型,而且要求更加精细和全面。

### 1.2.2 数学模型的分类

本书只讨论系统的数学模型,故对数学模型作进一步的说明。

数学模型的类型一方面与所讨论的系统的特性有关,一般说来,系统有线性与非线性、静态与动态、确定型与随机型、微观与宏观、定常(时不变)与非定常(时变)、集中参数与分布参数之分,故描述系统特性的数学模型必然也有这几种类型的区别;另一方面系统与研究系统的方法有关,此时有连续模型与离散模型、时域模型与频域模型、输入输出模型与状态空间模型之别。这些模型可用图 1.2.2 表示,对应的表达方程式(表达形式或特征)如表 1.2.1 所示。

表 1.2.1 数学模型与表达形式

数学模型	表现形式(方程特征)
线性	线性方程
非线性	非线性方程
静态	联立方程、含有空间变量的偏微分方程
动态	含有时间变量的微分方程、差分方程、状态方程
确定性	不含随机变量的各类方程式
随机性	含随机变量的各类方程式
微观	微分方程、差分方程、状态方程
宏观	联立方程、积分方程
定常(时不变)	不含对时间的系数项的各类方程式
非定常(时变)	含时间系数的各类方程式
集中参数	常微分方程
分布参数	偏微分方程
连续	微分方程
离散	差分方程
参数	数学表达式(各类方程)
非参数	图、表
时域	状态方程、微分方程、差分方程
频域	频率特性
输入输出	传递函数、微分方程
状态空间	状态方程

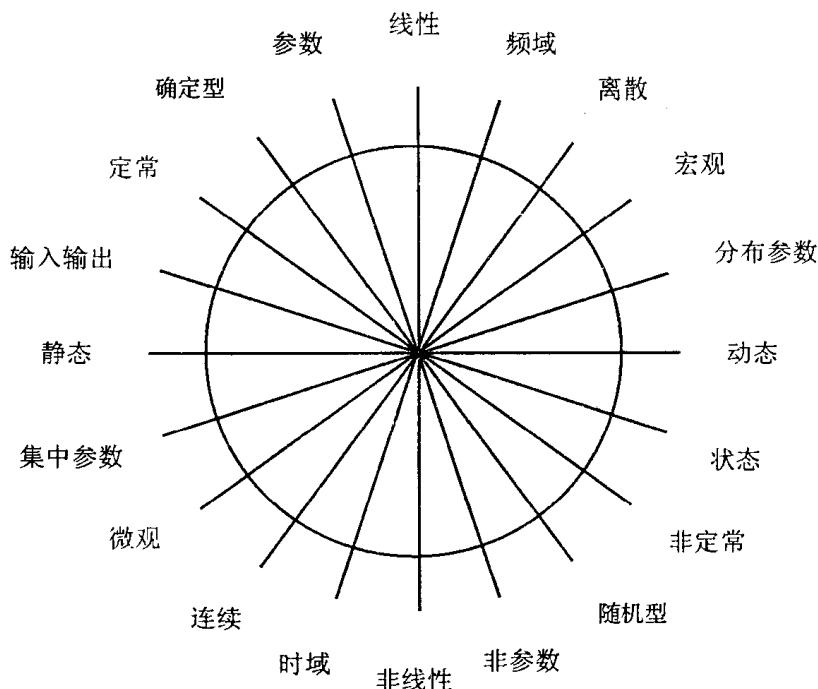


图 1.2.2 数学模型的分类示意图

### 1.2.2.1 线性与非线性模型

线性模型是用来描述线性系统的,一般说来,线性模型一定能满足下列算子运算:

$$\left. \begin{aligned} (A_1 + A_2)X &= A_1 \cdot X + A_2 \cdot X \\ A_1(A_2 \cdot X) &= A_2(A_1 \cdot X) \\ A_1(X + Y) &= A_1 \cdot X + A_1 \cdot Y \end{aligned} \right\} \quad (1.2.1)$$

式中,  $X$  和  $Y$  为变量,  $A_1$  和  $A_2$  为算子。

非线性模型是用来描述非线性系统的,它们一般不满足叠加原理,例如,气体体积  $V$  与压强  $P$ 、温度  $T$  之间的关系就是一种非线性模型,即理想气体状态方程:

$$PV = RT \quad (1.2.2)$$

式中,  $R$  为气体通用常数。

另外,讨论线性模型与非线性模型时,需要注意两点区别:

#### (1) 系统线性和关于参数空间线性的区别

如果模型的输出关于输入变量是线性的,则称为系统线性。如果模型的输出关于参数空间是线性的,则称之为关于参数空间线性。以模型

$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 \quad (1.2.3)$$

为例,输出  $y$  关于输入变量  $x$  是非线性的(因为不满足叠加原理),但关于参数  $a_0$ ,  $a_1$  和  $a_2$  却是线性的(满足叠加原理),因此,模型(1.2.3)式是系统非线性,然而关于参数空间线性的一种模型。

#### (2) 本质线性与非本质线性的区别

如果模型经过适当的数学变换可将本来是非线性的模型转化为线性的模型,那么原来的模型称作本质线性模型,否则称作非本质线性模型,例如,气体状态方程(1.2.2)表面上看,输出  $V$  关于输入  $P$  和  $T$  是非线性的,但是,如果经过如下数学变换:

$$y = \log V, x_1 = -\log P, x_2 = \log T, a_0 = \log R \quad (1.2.4)$$

则模型(1.2.2)式变成

$$y = a_0 + x_1 + x_2 \quad (1.2.5)$$

新的模型(1.2.5)式的输出  $y$  关于输入  $x_1$  和  $x_2$  是线性的,所以,理想气体状态方程是一种本质线性模型。

### 1.2.2.2 微观与宏观模型

微观与宏观模型的差别在于,前者是研究事物内部微小单元的运动规律,一般用微分方程或差分方程表示,如流体微元的运动分析;后者是研究事物的宏观现象,一般用联立方程或积分方程模型,如研究流体作用在物体上的力。

### 1.2.2.3 集中参数与分布参数模型

集中参数模型所描述的系统的动态过程可用常微分方程来描述,典型的例子如一个集中质量挂在一起质量可以忽略的弹簧上的系统,在低频下工作的由导线组成的电阻、电容和电感电路等。

分布参数系统要用偏微分方程来描述,如一个管路中流体的流动,若各点的速度相同,则此时流体的运动规律可作为集中参数系统来处理,否则,应作为分布参数系统来研究。

### 1.2.2.4 定常与非定常模型

系统的输出量不随时间变化而变化,即方程中不含时间变量,该系统的模型为定常(时不变)模型,否则为非定常(时变)模型。

### 1.2.2.5 动态与静态模型

系统的活动,即系统的状态变化,总是同组成系统的实体之间的能量、物质的传递和变化有关,这种能量流和物质流的强度变化是不可能在瞬间完成的,而总是需要一定的时间和一个过程,用以描述系统状态变化的过渡过程(即系统活动)的数学模型称为动态模型,它常用微分方程来描述。而静态模型则仅仅反映系统在平衡状态下系统特征值间的关系,这种关系常用代数方程来描述。

#### (1) 静态数学模型

静态数学模型给出了系统处于平衡状态下的各属性之间的关系式,据此便可以求得当任何属性值的改变而引起平衡点变化时,模型内部所有属性的新值,但是,这并不能表示其中所有属性从原有值变化到新值的方式。

例如市场上的某一商品,在需求与供应上存在一种平衡关系,这两个因素都与价格有关。图 1.2.3 所示为一种简单的线性市场模型,从中可以看出在什么价格下需求与供应将达到平衡。

假定经济规律中的调节作用存在着图 1.2.3 所示的线性关系,其数学描述为:

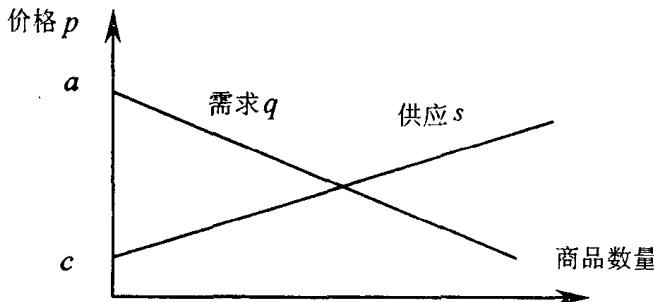


图 1.2.3 线性市场模型

$$q = a - b \cdot p$$

$$s = c + d \cdot p$$

$$s = q$$

后一个方程说明市场上不会出现剩余商品的条件,由此确定的商品价格将使市场供求平衡。

由于模型中变量之间成线性关系,故通过分析法可由下式求得平衡价格:

$$p = (a - c) / (b + d)$$

更为一般的情况是图 1.2.4 所示的非线性市场模型。这时求解表达它们关系的方程式必须采用数值法,借助图解方式可确定供求平衡时的交点。实际上,要获得这些模型的准确系数是困难的,然而,可观测较长时间周期,在平衡点附近确定它们的斜率。当然,实际经验将有助于确定在各种条件下的平衡价格。因为这些数值取决于经济因素,所以在观测这些数值时,总希望与经济因素联系起来。当用市场情况来预测经济情况变化时,允许用这种模型作为预报变化的手段。

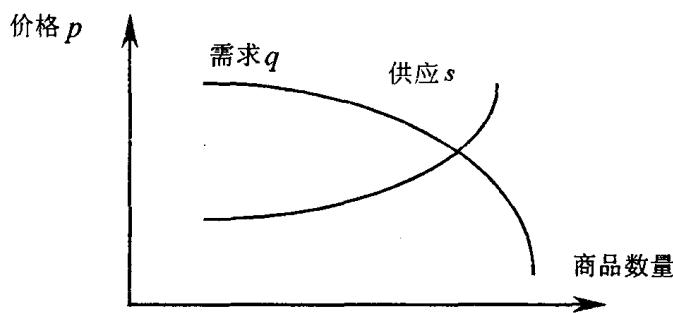


图 1.2.4 非线性市场模型

## (2) 动态数学模型

一个动态数学模型允许把系统属性值的变化推导为一个时间的函数,在进行求解运算时,按照属性模型的复杂程度可分别采用分析法和数值法。

### 1.2.2.6 连续与离散模型

当系统的状态变化主要表现为连续平滑的运动时,称该系统为连续系统;当系统的状态变化主要表现为不连续(离散)的运动时,则称该系统为离散系统。一个真实系统很少

表现为完全连续的或完全离散的，而是考虑哪一种形式的变化占优势，即以主要特征为依据来划分系统模型的类型。

还有一类系统，虽然本身是连续的，但仅在指定的离散时间点上利用与变量有关的信息，这种系统成为离散采集系统，或时间离散系统，对于这类系统，要考虑断续采样的影响问题。

一个系统可以这样表示，也可以那样表示。这种两重性说明了一个重要的观点，即描述一个系统时，并非根据系统本身的自然特征进行分类，而要根据研究目的来确定系统模型的类型。例如，对于一个完整的飞机系统，若研究飞机的航线，没有必要仔细研究它是如何改变飞行方向的，而只要按照事先预定的航线，把在各转折点改变飞机航向看作瞬时完成就可以了，这样就可以把这个系统看成是离散系统。对于一个工厂系统，若要研究在供应充足条件下的零件加工，则可以用包括机器活动控制速度在内的连续变量来表示。

虽然对如何表示一个特定系统并没有一个特殊的原则，但一般可以给定，所确定的系统模型不应该比研究目的所需要的模型更复杂。与此相联系的是，还必须研究所确定的系统模型的详细级别和精度，然而，对这些因素的衡量、模型类型的确定，全凭人的知识和经验来进行。

需要注意的是，区别仍然是需要的，这是因为，对于连续系统或离散系统，在仿真通用程序设计方法上是有差别的。

#### 1.2.2.7 确定型与随机型模型

当一个系统的输出（状态和活动）完全可以用它的输入（外作用或干扰）来描述，则这种系统称为确定型系统，例如，对于飞机自动驾驶仪系统，表示力矩与所产生的加速度之间关系的方程是：

$$T = JQ$$

式中  $T$  为力矩， $J$  为转动惯量， $Q$  为加速度。这里， $T = JQ$  是一个确定型模型。若一个系统的输出（状态和活动）是随机的，即对于给定的输入（外作用或干扰）有多种可能的输出，则该系统是随机系统。这种随机性不仅可表现在内在方面，还可表现在外部环境方面。

一项活动具有随机性，意味着这项活动是系统环境的一部分。若发生的活动是随机活动，而执行这项活动的实际结果在任何时刻都不可预知，则可把这项活动看成为系统环境的一部分。这种随机活动的输出可以用概率分布的形式加以描述和度量。例如在工厂系统中，机器操作的时间是随机变化的，需要用概率分布描述，它表现为系统内部的活动；另一方面，在随机的时间间隔内，由于电源故障产生的停机，则表现为一个外部环境的作用。上述情况可用如下模型来表示：

$$P(o) = m$$

$$P(f) = n$$

$P(o)$  是机器在加工运转时间的概率， $P(f)$  是机器考虑了停电故障运转时间的概率。这种模型常称为概率模型或离散事件模型。

如果一项活动是真正的随机活动，则它的随机性将无法表示。此外，若全面地描述一项活动，觉得太琐碎或太麻烦，就干脆把这项活动表示为随机活动。

在为系统模型收集数据时，也往往会遇到一些不确定因素，例如采样误差或实验误