

苏联关于刚构分析的三个新方法

鍾 朋 譯 註

R01

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本書系自蘇聯“結構理論研究”(Исследования по теории сооружений)論文集第五卷(1951)和第六卷(1954)中摘譯剛構分析論文三篇而成。

書中所介紹的方法,是(1)薩西斯的傳播法(П. М. Сосис: Способ разгонки), (2)沙金的力矩-力的行列式法(Н. П. Шагин: Метод моментно-силовых определителей)和(3)波波夫的正交焦點法(А. А. Попов: Метод ортогональных фокусов)。這三個方法都是蘇聯近年發表的新方法,應用範圍廣泛,計算方便,便於實用。這些方法因為較新,現在還未採用到一般教科書內。

書中例題豐富,較便學習。譯者並增加了大量的譯注,導引公式,解說計算步驟,以使讀者易於掌握。

蘇聯關於剛構分析的三個新方法

譯 注 者 鍾 朋

上海科學技術出版社出版

(上海南京西路2004號)

上海市書刊出版業營業許可証出093號

上海市印刷五廠印刷 新華書店上海發行所總經售

開本 850×1168 1/32 印張 5 18/32 字數 129,000

(原科技版印 5,500 冊 1957 年 2 月第 1 版)

1959 年 8 月新 1 版 1959 年 8 月第 1 次印刷

印數 1—1,500

統一書號: 15119 · 452

定 價: (十四)0.96 元

譯 者 序

學習蘇聯的結構力學，首先使我們体会到的一點，是範圍擴大了。我們原來所熟悉的靜定結構和超靜定結構的靜力計算，只不過是結構力學的一部分，除此之外，還有結構動力學和結構穩定性問題；在計算時不僅可以照顧到材料的彈性性質，而且也可照顧到材料的塑性（極限荷載的計算）；在研究對象之中，不僅有梁、拱、剛架和桁架等通常杆件結構，而且也包括有殼体和薄壁杆件的結構，以及其他特殊類型的結構。所有這些，都是在英美結構力學書籍中很少講到的問題，而在蘇聯都進行了研究。這樣就擴大了我們的眼界，使我們認識到我們過去對於結構力學的認識多么狹隘。

除了範圍的廣泛之外，寶霍維奇內教授還列舉了蘇聯結構力學發展的五个特點^①：

- (1) 結構力學和實際建築問題的密切聯系；
- (2) 研究的深刻不僅滿足今天的需要，而且也保證它的今後發展；
- (3) 高等學校和科學研究所的科學工作者的全體人員對問題的協同研究；
- (4) 結構力學方法和彈性理論的合作，保證兩門課程的互相協

^① 見同濟大學結構力學教研室譯寶霍維奇內所著“結構力學”譯本第11頁。

調：

(5) 实验工作和理論研究所得結論的实验檢查的广泛发展，包括使用条件下結構实际作用的研究。

这些特点我們也能在学习苏联結構力学时深刻地体会得到。譬如理論与实际結合这一特点，就很突出。苏联結構力学所研究的题目，都是实际建筑事业中急待解决的，这样就保证了各次五年计划的順利进行，推进了建設事业。而大规模建設事业的进行，又向結構力学提出了新的問題，使結構力学的科学研究再向前发展一步。在这样交互影响下，苏联結構力学的发展非常迅速，而且与实践密切联系，毫无为研究而研究的唯心主义倾向，这是社会主义社会制度比資本主义制度优越的又一証明。

再如理論研究的深入方面，苏联也大大超过了英美，拉宾諾維奇教授曾說^①：

“……在許多問題上，它(苏联的結構力学)超越了外国；有好些方法，在苏联发表了許多年之后才在外国出現；有好些解法，我們已广泛通行，而在外国迄今还不知悉。”

以我們比較熟悉的超靜定結構的靜力計算为例，拉宾諾維奇在他总結苏联建国三十年来結構力学方面研究成績的“苏联杆件体系建筑力学的成就”一書中，就列举了主要文献 97 种，并且說^②：

“关于这个問題，有很大量的文献，包含着計算的和实用的各个問題，不可能……逐一論及。”

接着拉氏就对于超靜定結構計算的一般性定理、一般性方法以及具有个别形式的結構的特殊計算，作了簡明的介紹，其中提到

① 見金濤譯拉宾諾維奇所著“苏联杆件体系建筑力学的成就”譯本第 2 頁。

② 見金濤譯本第 4 頁。

的方法,有力法、變形法、聯合法、混合法、力矩焦點法和角焦點法等。

拉氏並且指出,蘇聯在本世紀的二十年代和三十年代,加強地研究了計算剛構的理論,結果達到了很高的發展水平。譬如在實用上極為有效的混合法和角焦點法,都是蘇聯學者在二十年代和三十年代之間的發明。

這些都可以說明,蘇聯對於超靜定結構解法的貢獻,和對其他方面的貢獻一樣,是豐富的。鑽研的方向不僅限於基本理論,而且也發明了許多新而有效的實用方法。

然而,並不是說蘇聯對於超靜定結構計算的研究到三十年代就中止了,事實上,在三十年代以後,這方面的研究還在繼續不斷的發展,並且有不少重要論文發表。

這裡,我選譯了蘇聯最近幾年所研究出的對於剛構分析的三種方法。這些方法,因為較新,在一般教科書中僅只簡略談到甚或全未提及,我在這裡譯出,希望能夠提供同志們的參考。這三種方法是:(1)薩西斯的“傳播法”^① (2)沙金的“力矩-力的行列式法”^② 和(3)波波夫的“正交焦點法”^③。

二

剛構分析的基本方法,是力法和變形法。蘇聯學者葛渥士杰夫提出的混合法,把力法和變形法混合應用,是兩基本方法的綜合,化簡了計算工作。

① П. М. Сосис: Способ разгонки.

② П. П. Шагин: Метод моментно-силовых определителей.

③ А. А. Попов: Метод ортогональных фокусов.

但是这些經典性的方法,都需要解算联立方程式,对于未知量較多的問題,工作量很大,是一缺点。所以后来有焦点法(力矩焦点比值法和角焦点比值法)的出現,即是为了要避免联立方程式。

在焦点比值的基础上,有各种各式傳播法的发明。

薩西斯氏的傳播法,用一种图表的形式,来进行力法、变形法和混合法的計算。每种方法还都可以按照我們的需要,来求精确的(精确解法)和近似的(逐步漸近法)結果。

近年来,这类傳播方法,在我国已成为剛構分析的研究重点:孟昭礼氏提出了角变傳播法^①;蔡方蔭氏改进了林同棧氏的力矩一次分配法^②,并在顧翼鷹氏的研究基础上,提出了不平衡力矩傳播法^③。

这些都是精确解法,但对于剛構分析,究竟宜以精确解法、或以逐步漸近法来进行傳播,还是要以实际情况来决定的。精确解法还不能完全代替逐步漸近法。

我們如把薩氏論文中的逐步漸近法和与其相当的精确解法作一比較,便可看出:

(1)精确解法的公式比較复杂,計算的不变量部分(与荷載无关的部分)較难算出,但此一部分算出之后,与荷載有关部分的演算便极簡單。因之,在荷載情况少时可采用逐步漸近法,在荷載情况多时便以精确解法为宜。

① 孟昭礼:“以傳播法求敞口剛架之結点扭轉”,載“工程建程”第50期。

② 蔡方蔭:“剛構常数与剛構分析”,載“土木工程学报”第1卷第1期。

③ 蔡方蔭:“角变与不平衡力矩二种傳播法之研討”,載“土木工程学报”第1卷第3期;

蔡方蔭:“关于‘以傳播法求敞口剛架之結点扭轉’之討論”,載“工程建設”第54期。

(2)在某些情況下,逐步漸近法收斂很慢,往復傳播很費時間,才能達到一定的精確度,這時雖在荷載情況不多時,也可採用精確解法。

如此可知逐步漸近法與精確解法各有其適用的情況,所以薩氏對於每種方法都同時提出逐步漸近法和精確法兩種計算方式,是很正確的。

薩氏在精確解法中採用集體傳播的方式,這樣便可保證無論荷載情況怎樣複雜,只要按正行程和逆行程各傳播一次,便可得到精確結果。

至於薩氏所提出的原始力矩傳播法(以力法為基礎)和原始變形傳播法(以變形法為基礎)演算過程的相似,也就是仍舊保留了力法和變形法典型方程式形式相同的優點。

在原始力矩傳播法中,薩氏只舉了連續梁和單跨剛架的例子,這樣就避免了公式的過於複雜。

在原始變形傳播法中,薩氏以單層剛架為基礎,並不考慮結點的移動,由於薩氏假定此剛架中柱之底端是固定的,所以在精確法中所導引的公式,就比按一般情況所導引的公式為簡單,因而也就只能適用於如原論文中圖 28 所示的那樣交叉形的剛架(柱之他端為固定的)^①。而事實上,一般剛架都可以化為這樣的單元系統而進行近似計算的。

至於結點移動的剛架,則推薦用混合法計算。

如此可見,作者系以實際應用的觀點出發,每類問題提出其適宜的解法,同時照顧到實際問題的通常情況,而得到比較簡單的公式。

^① 例如,對於論文中公式(15)的係數,蔡方蔭氏曾就一般情況導出類似的公式(見“工程建設”第 54 期:“關於‘以傳播法求敞口剛架的結點扭轉’之討論”中之公式(4-4)),本文中的公式(15)為蔡氏公式的特殊情況,只適用於柱之他端為固定端之交叉形剛架。

也基于此一观点,所以論文中以杆件截面不变的剛構为对象,因为它们是常遇到的。事实上,此方法很容易推广到变截面的剛構中去^①。

这类与实际应用密切結合的研究方向,是可以作为我們的楷模的。

論文末尾对于力矩分配法的評論,也对我们很有帮助。事实上,力矩分配法虽有其优点,也有其缺点,比如对于連續梁的解算,就不如用論文中所述原始力矩傳播法。我們过去因为习用力矩分配法,所以就把它的作用太誇大了。結構工程师应多掌握几种方法,以便在工作中結合实际情况来选用。

我国过去在剛構分析的方法上,受美国的影响很深,慣用逐步漸近法,論文結束时的批判,也正指出了我們以前的偏向。

三

沙金氏的力矩-力的行列式法,是力矩分配法的改进。

在力矩分配法中,与变形法相同,系采用两端固定或一端固定一端鉸支的梁作为計算的基本單元。所以采用單跨超靜定梁作为基本單元的原因,在于这种簡單的超靜定結構已为我们所掌握,而且由这样的基本單元推导出的計算手續,也很簡便。

对于比較复杂的結構,用力矩分配法計算,往复傳遞分配,很費時間,所以不如采用較為复杂的基本單元为宜。在沙金氏的力矩-力的行列式法中,就采用了比較复杂的超靜定結構作为基本單元,而將輪流固定放松的結点,只限于相鄰的两个。

^① 例如,蔡方蔭氏就曾把原始变形傳播法(角变傳播法)推广到变截面剛構,見蔡氏論文“角变与不平衡力矩二种傳播法之研討”(載“土木工程学报”第1卷第3期)。

在此方法中，沙金氏把這兩個相鄰結點的往復影響，進行無窮多次，推导出公式，而使此方法由逐步漸近法的基础上，發展為精確的方法。

此方法的应用範圍很廣泛，方法的內容也很豐富。事實上，此一方法包括了三個不同的方法，即力矩-力的行列式法、力矩行列式法和力的行列式法。後面兩個方法是力矩-力的行列式法的特殊情況，各有其特殊適用的場合。這些方法的应用也很靈活，譬如具有側移的剛架，可以用普遍性的力矩-力的行列式法解算，也可用力矩行列式法和力的行列式法聯合來求解^①。

這個精確方法，一方面避了解聯立方程式的工作；一方面又可利用計算尺來進行計算。所以雖然作者沙金氏謙虛地說要由設計人員提出意見才能確定此方法的優越性，事實上是具有實用價值的方法。

沙金氏還曾以此方法為基礎，對於多層剛架這種特殊結構，發展成為近似的方法，以適應實際的需要^②。我國金濤先生又把沙氏的方法，與通常的力矩分配法相結合，使計算更為便捷^③。讀者如有興趣，可參看附注中所引的沙氏的專著和金氏的論文。譯者因為本篇論文乃是沙氏的基本方法，所以還是願意介紹出來。

這裡還要提及，此一方法的应用範圍，可以概括變截面杆件所組成的剛構，先決條件是須要先求出基本杆件的各种不變量及其

① 例如，論文中 §14 內的數值例題，就是用力矩行列式法和力的行列式法聯合解出的。

② 見沙金氏的專著：Расчет многоярусных рам способом последовательного сопряжения，蘇聯國立建築工程與建築藝術書籍出版社 1954 年版。

③ 見金濤氏的論文：“用影響力矩解算連續梁及多層多跨排架”，載“土木工程學報”第 2 卷第 2 期。

在荷載作用下的內力。作为例子，論文中已举了变截面拋物綫形拱所組成的結構，其基本杆件，已在图 4 中研究过。

最后指出，沙金氏所采用的一端可移动的基本杆件，在解多层剛架时是会很有效的，从論文 §11 中的例題，可以証明。

四

在結構力学中，图解法占很重要的地位，因为在实际工程問題中所需的精确度是有限的，而設計工作人員因为本身工作范围的广泛，以及設計时间的限制，所常用的方法总是簡捷省时而又簡單易記易用的，图解法就常常具有这些优点。

波波夫氏的正交焦点法，就是一种图解的方法。这种方法，巧妙地利用数值积分中的中值定理，解决超靜定結構作弯矩图的問題。

用正交焦点法解剛構时，弯矩图的伸直綫是方法的关键，原文中对于伸直綫的作法未加說明，因作者波波夫氏对于正交焦点法已有两册專門性的著作^①，这些基本問題已見于那些書中。譯者为节省讀者的時間起見，在譯注中將常用弯矩图的伸直綫作法加以补充^②，但也只作簡單說明。讀者如欲徹底了解，請參閱波氏的專著。

据波氏自述^③，此方法的最初概念，系在 1939 年发现，經波氏

① А. А. Понов: Новый метод интегрирования с помощью ортогональных фокусов, 1947, 及 Метод ортогональных фокусов в строительной механике, 1953.

② 見譯注 1，此注中的內容系引自論文著者波波夫氏的另一著作“材料力学”(有王光远的譯本)。

③ 見 Метод ортогональных фокусов в строительной механике 一書的序言。

十多年的研究，正交焦点法在建筑力学中的用途大为推广。从这里，也可以看到苏联学者刻苦不懈的鑽研精神，值得我們学习。

在本篇論文中，波氏只介紹了利用正交焦点以图解法解連續梁和剛架的問題，事实上，这只是正交焦点法的一部分应用。就解算的形式方面而言，除图解法而外还可有图解解析法；就解决的問題方面而言，除上举的剛性支承連續梁和剛架而外，还可解决彈性支承梁和彈性地基梁、杆件的拉伸、壓縮和扭轉等問題。所以事实上，正交焦点法在建筑力学中，是一具有广泛用途的方法。其他問題的解法，見波氏的專著。

至于正交焦点法应用于变截面剛構的問題，在論文末尾已經提及。

最后还要請讀者注意的是，正交焦点的概念与力矩焦点和角焦点完全不同，不可混淆。

五

这里的三篇論文，均譯自苏联“結構理論研究”^①論文集，其中薩西斯氏的傳播法^②和波波夫氏的正交焦点法^③，系譯自1954年出版的第6卷，而沙金氏的力矩-力的行列式法^④，則譯自1951年

① Исследования по теории сооружений, Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре.

② 論文原名: О методах расчета статически неопределимых систем.

③ 論文原名: Графический расчет неразрезных балок и рам при помощи фокальных точек.

④ 論文原名: Сокращенные методы расчета рам (моментно-силовые определители).

出版的第5卷。

原来的論文中都有丰富的例題,对讀者的学习是有幫助的.譯者为便于閱讀起見,每篇中都加入了詳細的譯注。

• 这册小書,算是我个人学习苏联結構力学的一点收穫,可能有体会和翻譯得不正确的地方,希望大家批評指正。

譯文承丰定国先生按照原文詳为校閱,馮寿岱先生作业务校訂,特此致謝。

鍾 朋

1955, 11, 9.

青島工学院。

本書在第一次印刷时,名为“苏联剛構分析的三种新方法”,出版后曾得蔡方蔭先生来信,指出書名不够明确,所以在此次重印时改为現在的書名,对于蔡先生的关怀,在此敬致謝意。

鍾 朋

1959, 6, 11.

西安冶金学院。

目次

譯者序	1
傳播法	1
§1. 原始力矩傳播法	1
§2. 原始變形傳播法	11
§3. 混合法	19
§4. 數值例題	21
§5. 哈代·克勞斯法與我 們的計算方法之比較	47
參考文獻	49
譯注	49
力矩-力的行列式法	73
§1. 連接步驟的要点	74
§2. 計算的基本前提	75
I. 力矩-力的行列式 法	80
§3. 連接公式	80
§4. 方法的要点	83
§5. 數值例題	85
II. 力矩行列式法	88
§6. 最簡單的連接簡圖	88
§7. 複雜不自由剛架的 計算例題	90
§8. 一力矩方程式	92
§9. 計算例題	99
III. 力矩行列式法計算 的特点	102
§10. 單位圖的應用	102
§11. 對稱的自由剛架的 計算	104
§12. 不自由的拱系	108
§13. 具有一個獨立結點 移動的不對稱剛架	110
IV. 力的行列式法	112
§14. 基本情況	112
譯注	117
正交焦點法	129

§1. 关于焦点的定理·····129	算·····143
§2. 固端梁中的焦点·····130	§7. 剛架中的交互焦点···150
§3. 連續梁中的焦点·····134	§8. 較复杂剛架的图解
§4. 連續梁中的交互焦点·····139	計算·····153
§5. 連續梁的图解計算···141	結論·····159
§6. 簡單剛架的图解計	譯注·····159

傳播法

薩西斯(П. М. Сосис)著

本篇論文中提出的未知量原始數值分配法，是用一種簡單的計算機構，來統一建築力學中各種觀念不同的方法，這些方法有：力法與變形法、精確解法與逐步漸近法、角焦點比值法與力矩焦點比值法。

我們考察這方法的三種不同形式：

- (1) 原始力矩傳播法，此法採用了力法的基本系統。
- (2) 原始變形傳播法，此法採用了變形法的基本系統。
- (3) 混合法，此法選用了混合的基本系統。

每種形式適合於某類特定的問題。

§ 1. 原始力矩傳播法

自最簡單的問題——連續梁(圖 1)開始。連續梁的基本系統採用在力法中所用的基本系統，亦即在中間支承上面加入了鉸的



圖 1



圖 2

梁(图 2)。

考虑解法的两种形式: 逐步渐近解法与精确解法。

(a) 逐步渐近解法

將連續梁中間支承上的鉸接續地閉合并又引入, 即可消除基本系統和計算系統之間的差別。因此, 多跨連續梁的計算歸結為一系列獨立的二跨連續梁的計算。

接續地恢復联系

1, 2, 3, …… $n-1$, n , $n-1$ ……3, 2, 1, 2, 3 ……

即可極快地達到目的。

在計算過程中求得的支承力矩, 作為外部影響作用在單元系統上(圖 3)。

二跨梁的支承力矩按下列公式來確定:

(a) 由於左端力矩 M_{n-1} 的作用(圖 4)。

$$M_n = -M_{n-1} K_n; \quad (1)$$

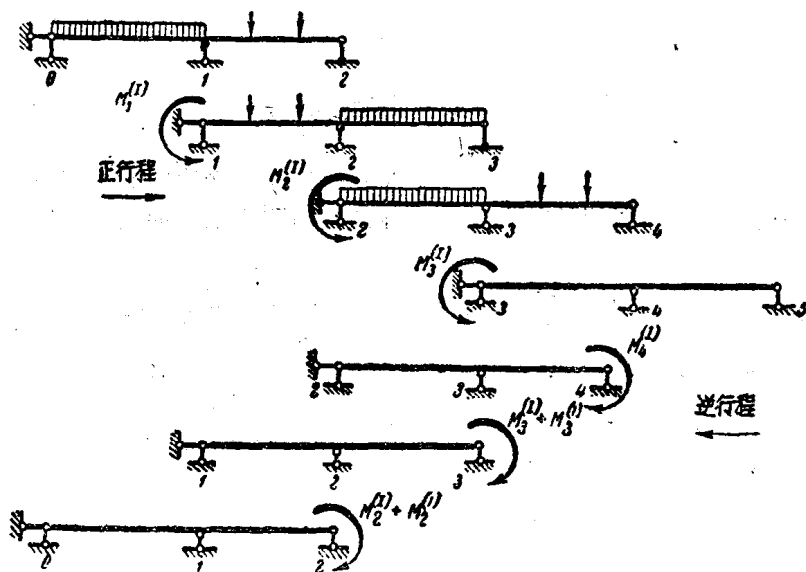


圖 3

(6) 由于右端力矩 M_{n+1} 的作用(图 5)。

$$M_n = -M_{n+1} K'_n, \quad (2)$$

其中 K_n 与 K'_n ——支承力矩傳遞系数^①——按下列公式来确定:

$$K_n = \frac{l'_n}{L_n^0}; \quad K'_n = \frac{l'_{n+1}}{L_n^0}; \quad (3)$$

$$L_n^0 = 2(l'_n + l'_{n+1}); \quad (4)$$

其中 $l' = \frac{l}{EJ}$ ——所謂換算跨度(譯注1)。

(B) 由于作用在跨度上的外載(图 6)。

$$M_n^0 = -K_n \omega_n - K'_n \omega_{n+1} \quad (5)$$

对于不同的荷載, ω 的值載于附录的表中($\omega = \frac{6R^0}{l}$) (譯注2)。



图 4

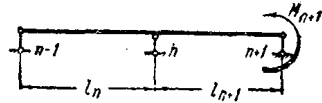


图 5

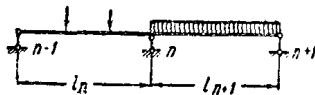


图 6

多跨連續梁的計算步驟列下:

1. 在連續梁的簡图(图 7)上写出換算跨度 $l' = \frac{l}{EJ}$ 的数值。

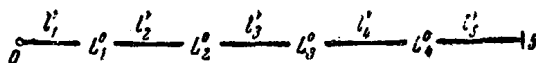


图 7

① K 与 K' 不是別的, 即是單元系統(二跨梁)力矩焦点比值的倒数。