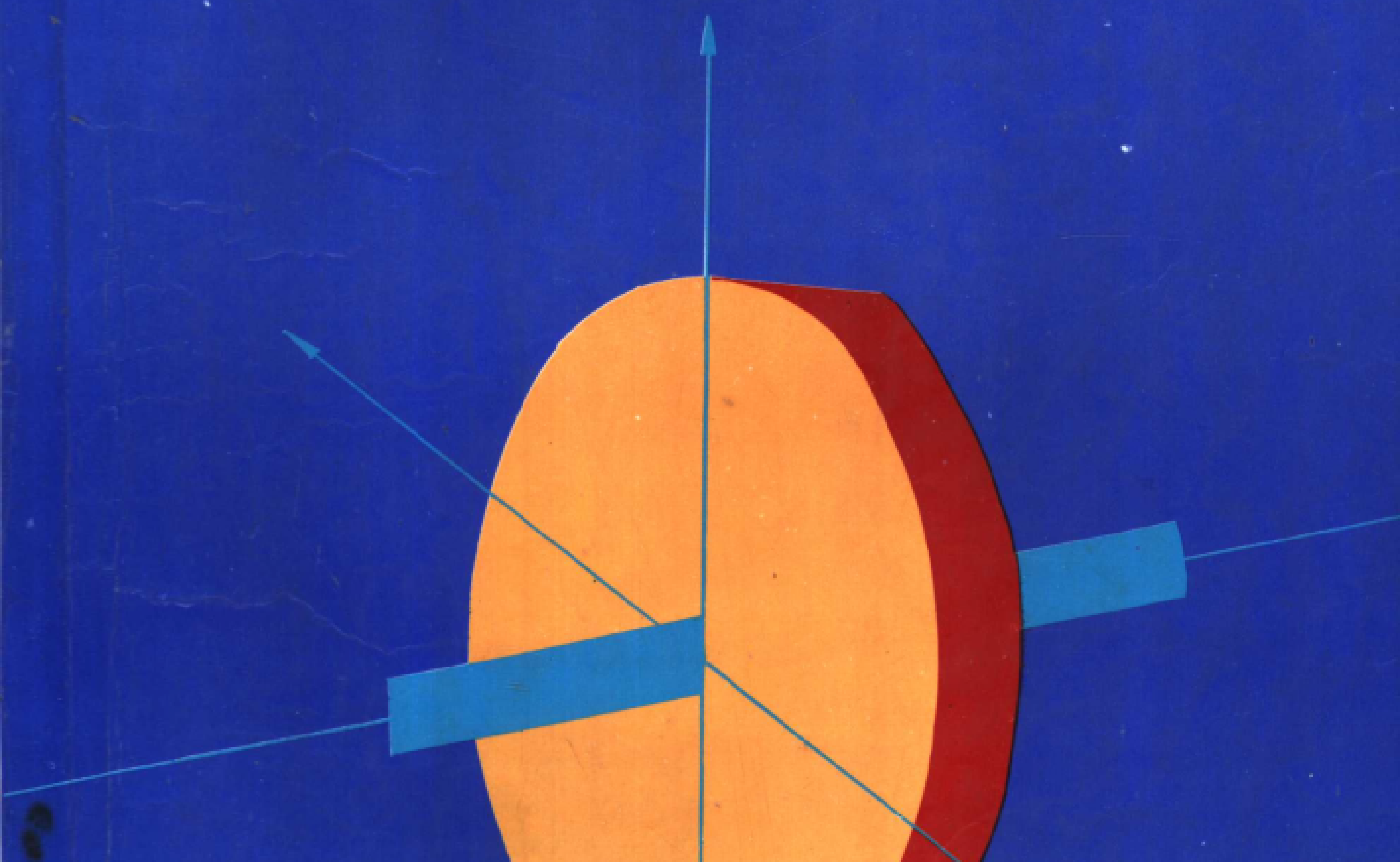
船用陀螺罗经

任茂东　编著



大连海运学院出版社

内 容 提 要

本书系统地阐述了船用陀螺罗经的原理及其应用问题，全书共七章，介绍了船用陀螺罗经的基本原理、误差及其消除方法；列举了典型的例题与思考题；详细分析了三大系列罗经的典型产品—安许茨、斯伯利、勃朗罗经的结构特点，电路原理，误差校正，使用与保养；研究了船用陀螺罗经与通信导航等设备的接口电路的原理，及其软件与硬件。

本书系船舶驾驶员、电机员、报务员、船用陀螺罗经检修工程师及水上安全监督管理部门工作人员的必备书籍；亦可作为高等航海院校师生的参考书。

ISBN 7-5632-0647-7/U·137
定价：15.00元

船用陀螺罗经

任茂东　编著
鲍启勋　　审

大连海运学院出版社

（辽）新登字 11 号

图书在版编目（CIP）数据

船用陀螺罗经/任茂东编著. —大连：大连海运学院出版社，1993.10

ISBN 7—5632—0647—7/U·137

Ⅰ.船…

Ⅱ.任…

Ⅲ.①船舶—导航设备—陀螺罗经 ②陀螺罗经—船舶—导航设备

Ⅳ.U666.151

大连海运学院出版社出版

（辽宁省大连市凌水桥）

大连海运学院印刷厂印刷　　大连海运学院出版社发行

1993 年 10 月第 1 版　　1993 年 10 月第 1 次印刷

开本：787×1092 毫米　1/16　　印张：15.75　插页：6

字数：393 千字　　印数：0001～2100 册

定价：15.00 元

前　言

为了确保海船航行安全与运输任务的顺利完成，在现代海船上均安装了陀螺罗经。陀螺罗经又称电罗经。随着新技术在商船的不断应用，船舶向现代化方向发展。目前，船用陀螺罗经不仅作为指示航向基准的助航仪器，而且已成为一个传感器为通信导航仪器等提供航向信息，以满足驾驶自动化的需要。

本书主要根据航海的特点，从海员容易理解角度出发，以陀螺罗经三大系列典型产品为重点，阐述了陀螺罗经的原理；讨论了罗经的误差及其消除与校正方法。为了加深对陀螺罗经的认识和原理的理解，书中还给出了航海上实用的某些典型例题与思考题。本书力求实用，因此还叙述了船用陀螺罗经与通信导航设备等接口电路的原理及其软件与硬件。作者力图搜集最新资料，以迎头赶上时代的步伐。

本书由任茂东撰写，鲍启勋审阅。洪钢参加了第六章部分内容的编写。

为迎接大连海运学院校庆，作者在总结个人多年教学和对罗经应用方面研究的基础上撰写了此书。由于时间仓促，错漏难免，尚祈求航海界的专家学者，不吝指教，不胜感激。

作者

1993 年 7 月

于大连海运学院

目　　录

第 1 章　陀螺罗经的指北原理

§1—1　陀螺仪原理的预备知识

1. 矢量：

除数值外还有方向的量称为矢量。对于速度、加速度、角速度、力矩等矢量，既要标明其数量，又要标明其方向。在几何上，我们用带有箭头的线段表示矢量，箭头表示该矢量的方向，在选定的比例尺下，线段的长度表示矢量的数值。

在讨论陀螺仪的运动时，常用矢量概念。我们尤其要掌握矢量在图中的表示方法。习惯上常用右手规则来确定矢量的方向。例如转子的自转角速度为 Ω，使右手的四指沿着转子自转角速度旋转的方向，大拇指指的方向就表示自转角速度 Ω 矢量的方向，(如图 1—1 所示)其长度表示自转角速度 Ω 的数值。

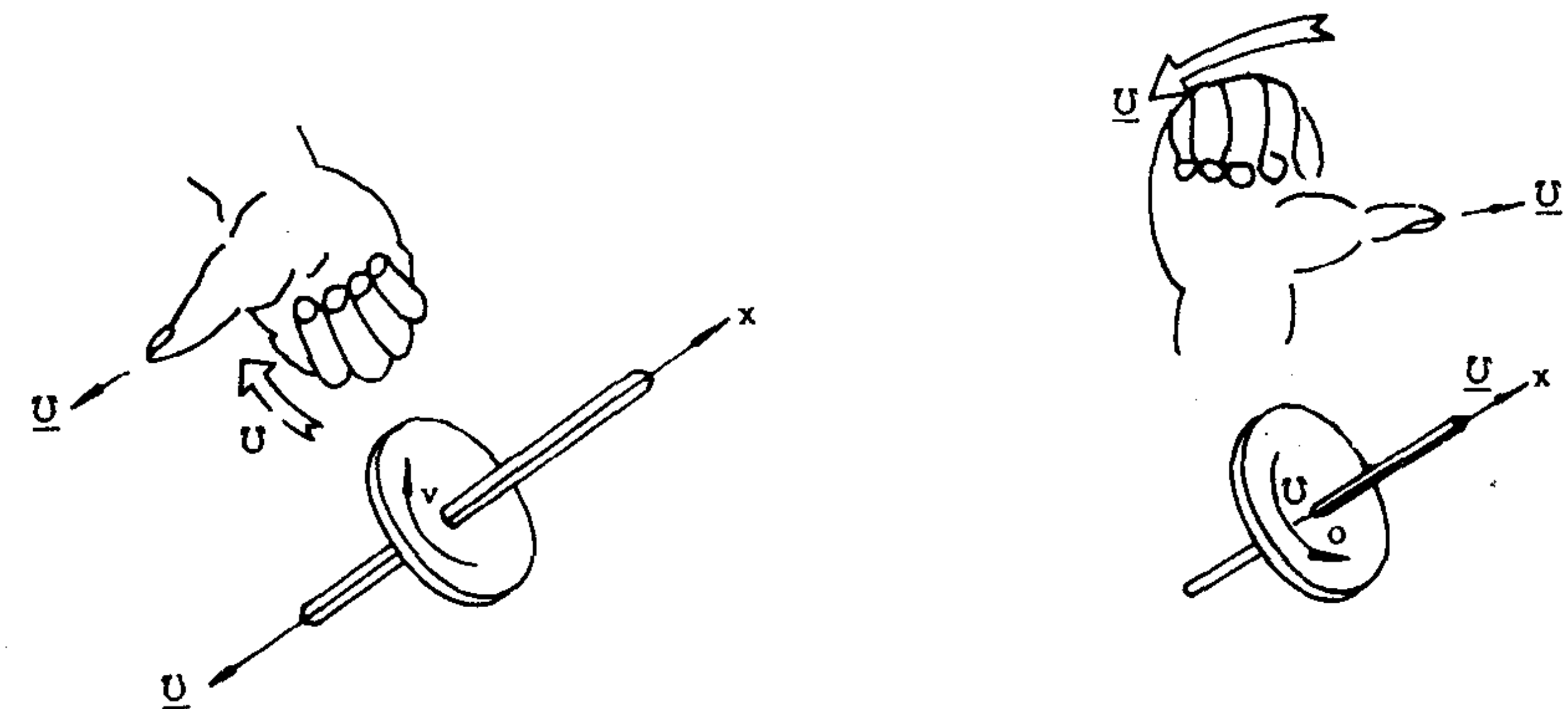


图 1—1

2. 二个矢量的矢量积

二个矢量 $\overline{a}$ 与 $\overline{b}$ 的数值乘其夹角的正弦，称为二个矢量的矢量积。其数学表达式为：

$$\overline{a} \times \overline{b} = ab\sin(\hat{ab})$$

$(\hat{ab})$为矢量 $\overline{a}$ 和 $\overline{b}$ 之间的夹角。$\overline{a}$ 和 $\overline{b}$ 二矢量的矢量积为 $\overline{c}$(如图 1—2 所示)，$\overline{c}$ 也仍然为一矢量，其数值等于矢量 $\overline{a}$、$\overline{b}$ 组成的平行四边形的面积，其方向垂直于平行四边形的平面。

右手法则：右手四指指着矢量 $\overline{a}$，以最短的途径转向 $\overline{b}$，大拇指的指向即为 $\overline{c}$ 的方向。

3. 矢量(性)积的应用：

设力 $\overline{F}$ 对 O 点之矩为：

$$\overline{M}_y = \overline{r} \times \overline{F} \tag{1—1}$$

矢量(性)积。$\overline{r}$ 是作用力 $\overline{F}$ 的作用点与 O 点之间的距离，称为矢径，或称力臂。

$\overline{M}_y$ 的方向按右手规则确定，右手四指沿着力的方向并对 O 点产生力矩，大拇指的方向便是力矩 $\overline{M}_y$ 的矢向，如图 1—3 所示。

设有一转子以角速度 Ω 自转，转子上某一点的线速度 $\overline{u}$ 等于角速度 $\overline{\Omega}$ 与该点距中心之间

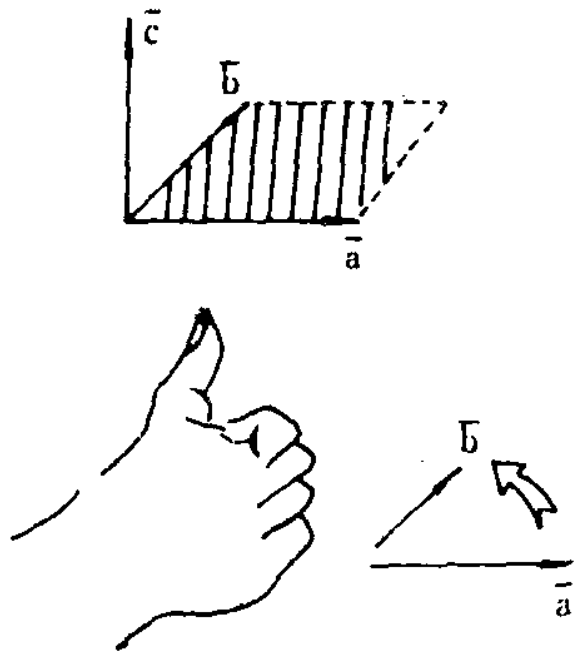


图 1—2

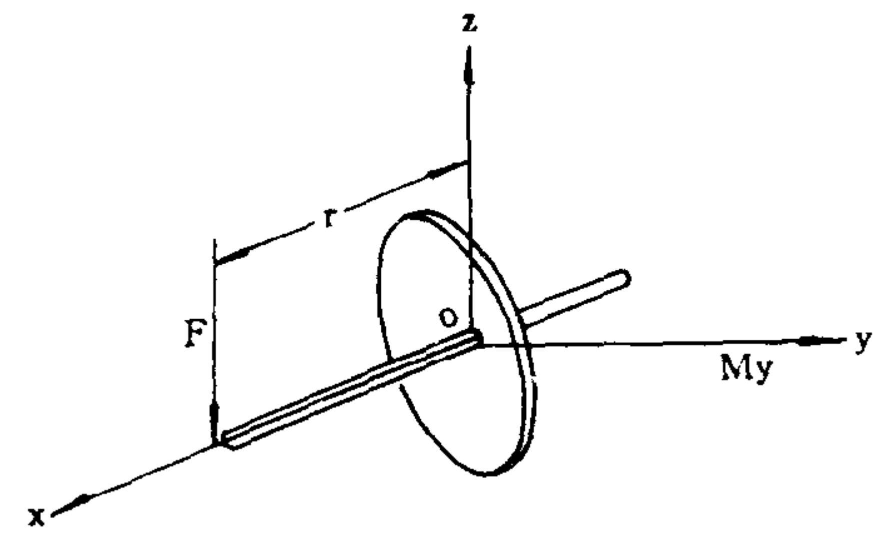


图 1—3

的距离 $\bar{r}$ 的矢量积：

$$\bar{u}=\bar{\Omega}\times\bar{r} \tag{1-2}$$

如图 1—4 所示。

同理，设转子除自转外，还以角速度 $\bar{\omega}$ 转动，则转子端的线速度为：

$$\bar{u}=\bar{\omega}\times\bar{r} \tag{1-3}$$

如图 1—5 所示。

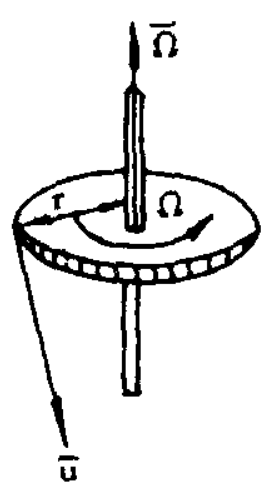


图 1—4

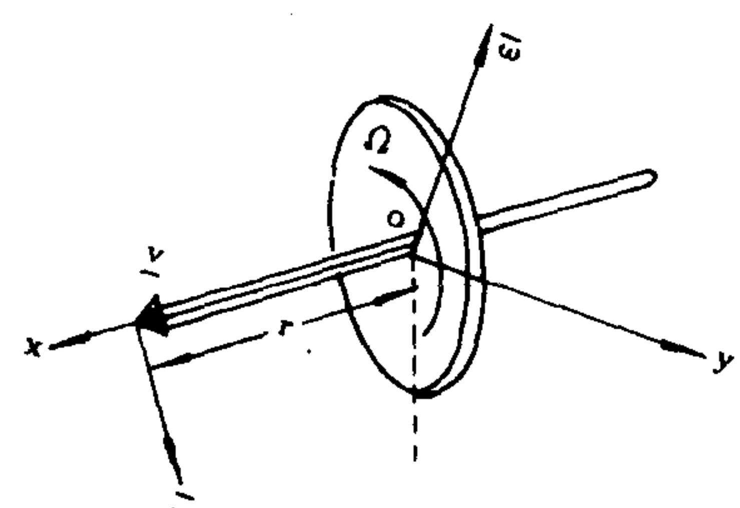


图 1—5

$\bar{r}$ 是轴端与中心之间的矢径。所以轴端的线速度就是矢量末端的线速度。

4. 平均速度和瞬时速度

设有一小球，在 Δt 时间内，由 A 点直线运动到 B 点，经过的距离为 Δr，则小球在 Δt 时间内的平均速度为

$$u=\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

如图 1—6 所示。

如果小球在某瞬间 dt 内，运动的距离为 dr，则小球在 dt 时间内的瞬时速度

$$u=\frac{dr}{dt}$$

如时间越短，距离越小，则小球的平均速度越接近于瞬时速度，$\frac{dr}{dt}$ 又称为距离对时间的变

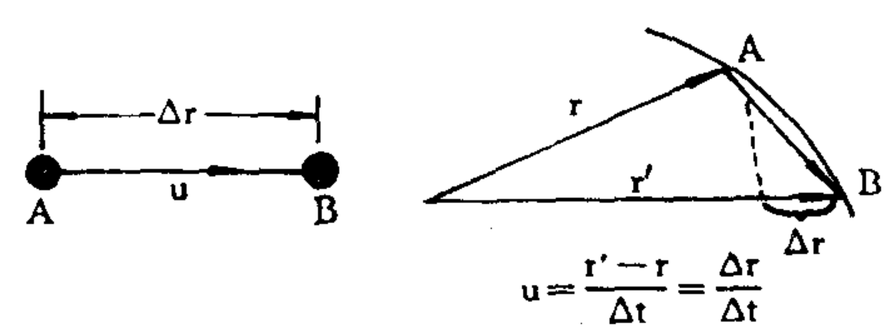


图 1—6

化率。

设小球在 Δt 时间内，由 A 点沿着 $\overset{\frown}{AB}$弧运动到 B 点，如图 1—6 所示，其距离增量为 Δr，则小球在 Δt 时间内的平均速度为 $\bar{u}=\dfrac{\Delta r}{\Delta t}$。如果 Δt 越短（用 dt 表示），$\overset{\frown}{AB}$与 AB 之差越小，则 Δr 可用 dr 表示，此时小球的平均速度越接近于瞬时速度 $u=\dfrac{dr}{dt}$。

设一个转子除自转角速度 $\bar{\Omega}$ 外，还以角速度 $\bar{\omega}$ 旋转，则转子轴端 r 处的运动轨迹为一圆弧，圆弧上每一点的线速度，也就是转子轴端每一瞬时的瞬时速度，$\bar{u}$ 既可用$\dfrac{d\bar{r}}{dt}$表示，又可以用 $\bar{\omega}\times\bar{r}$ 表示，如图 1—7 所示。即

$$\bar{u}=\bar{\omega}\times\bar{r}=\frac{d\bar{r}}{dt}$$

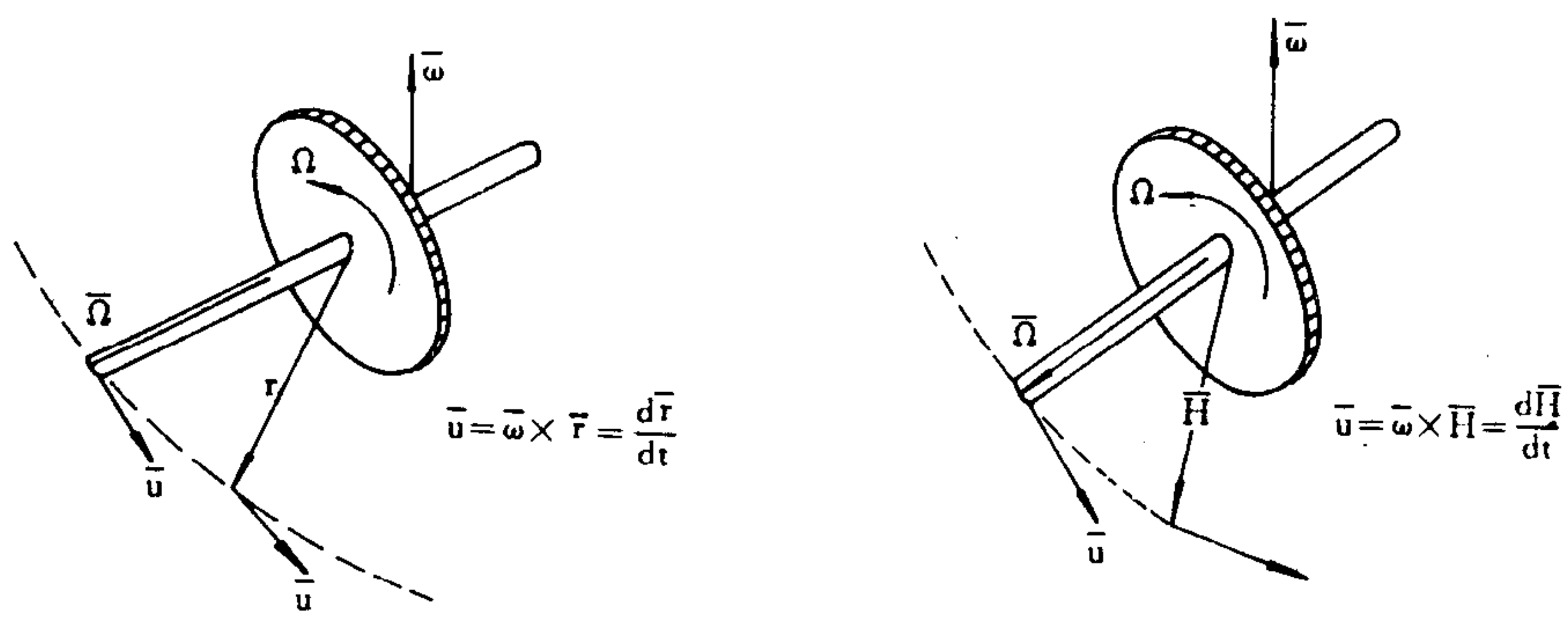


图 1—7

当矢径为 $\bar{H}$ 时的线速度为：

$$\bar{u}=\bar{\omega}\times\bar{H}=\frac{d\bar{H}}{dt} \tag{1-4}$$

因此转子轴的线速度 $\bar{u}$ 可以用 $\bar{\omega}$ 与 $\bar{H}$ 的矢性积或矢径对时间的变化率来表示，其大小与矢径长短有关，方向与转子轴垂直。

5. 陀螺转子的转动惯量与动量矩

(1)动量

质量为 m 的质点，以速度 V 运动时，则把质量 m 和速度 V 的乘积 $m\bar{V}$称为质点运动的动量。动量的方向和 $\bar{V}$ 的方向一致，质量 m 越大，速度 V 越大，质点运动的动量也越大。

(2)动量矩和转动惯量

设质量为 m 的物体，以角速度 Ω 做圆周运动，此时线速度为 V，则把动量 $m\bar{V}$与矢径的矢量积称为该转动物体的动量矩 $\bar{H}$。所以动量矩 $\bar{H}$ 是表征物体转动强弱的一个物理量。下面就动量矩及转动惯量进行计算。

设陀螺转子以自转角速度 Ω 做高速旋转，角速度 $\bar{\Omega}$ 的方向沿着主轴 OX 的正向，如图 1—8所示。设转子上某一质点 i 的质量为 m_i，相应的线速度为 $\bar{v}_i$，则该质点的动量为 $m_i\bar{v}_i$。由于转子处在转动状态，动量$\overline{m_iv_i}$与转轴之间产生的力矩矢量积为：

$$H_i = \overline{r}_i \times m_i \overline{v}_i$$

式中，r_i——为质点 i 与圆心之间的距离；

H_i——为质点 i 的动量矩。

因为转子上任一点的线速度 $v_i = \Omega r_i$

所以

$$\overline{H} = \overline{r}_i \times \Sigma m_i \Omega r_i$$

$$= \Sigma m_i r_i^2 \Omega$$

$$= J\Omega$$

$$J = \Sigma m_i r_i^2 = mr^2 \qquad (1-5)$$

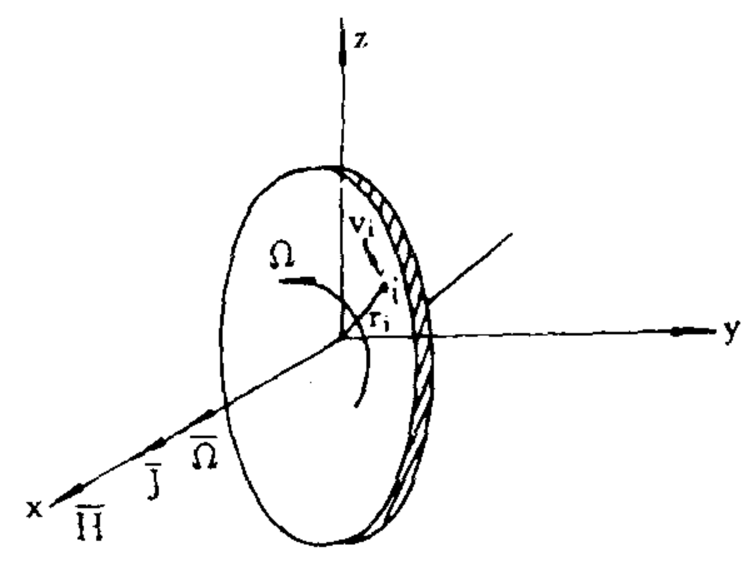


图 1－8

式中，Σm_i 为整个转子的质量 m，r 是转子的回转半径，J 便是转动惯量。

$\overline{H} = J\Omega$，$\overline{H}$ 为矢量，其方向和自转角速度 $\overline{\Omega}$ 的方向一致。

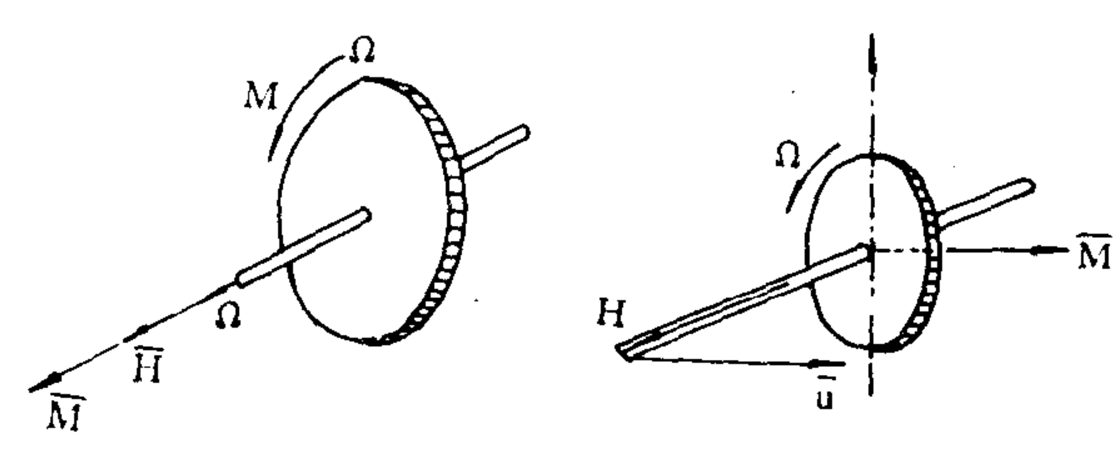
由 $\overline{H} = \overline{J\Omega}$ 可知，欲增大陀螺转子的动量矩 $\overline{H}$，有两种办法，其一是增加自转角速度 $\overline{\Omega}$，其二是增加转子的转动惯量 J。因此在陀螺罗经中，陀螺仪的转速都很高，例如每分钟几千到几万转。但转速又不宜太高，主要受材料强度和轴承的限制。因为转动惯量 $J = \Sigma m_i r_i^2$，所以增加转动惯量，除与材料质量有关外，还与转子半径的平方成正比。在转子质量和半径一定的条件下，设法使质量远离转轴，并加厚转子轮缘，以便在规定尺寸的条件下，获得较大的转动惯量，这就是陀螺转子边缘做得较厚的原因。转动惯量大，动量矩也大，陀螺特性也就越明显。

6. 刚体的动量矩定理

如果刚体绕着某一轴转动，则称为刚体绕定轴转动。如果刚体绕着某一定点转动，则称为刚体绕定点转动。刚体绕定轴转动的轴是不动的，刚体绕定点转动的点也是不动的。

单独的陀螺转子绕着自己的转子轴转动，便是属于定轴转动，此时转子轴是不动的。但当陀螺转子在陀螺框架内，除了自转之外，还将绕着框架轴转动。在这种情况下，转子轴则绕着内环轴或外环轴转动，它就不属于定轴转动了。但当整个陀螺仪绕内、外环轴转动时，它的中心是不动的，所以它相当于绕定点转动。我们常称陀螺仪的运动便是属于刚体绕定点的运动。

我们先来讨论陀螺转子单独绕转子轴转动的情况。该陀螺转子以角速度 Ω 高速自转，外力矩 M 作用在转子轴方向，如图 1－9(a)所示。由于力矩 M 的作用，使转子产生角加速度（瞬时时间内转子转角 α 的变化率称为角速度，以 $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$ 表示，瞬时时间内角速度 Ω 的变化率称为角加速度，以 $\ddot{\alpha} = \frac{d\Omega}{dt}$ 表示），与物体 m 受惯性力 F 作用产生加速度 W 得式 $F = mW$ 相当，陀螺转子上的力矩称为旋转惯性力矩，其关系式为：



(a)　　(b)

图 1－9

$$M = J\frac{d\Omega}{dt} \qquad (1-6)$$

陀螺转子高速旋转之后，产生动量矩 H，它是一个矢量，矢量末端的线速度为$\frac{dH}{dt}$。因为 $H=J\Omega$，其中惯量 J 是一个定值，所以 H 要有变化，一定是转子转速 Ω 发生变化而产生角加速度的变化，其变化率为

$$\frac{dH}{dt}=J\frac{d\Omega}{dt} \tag{1-7}$$

并由式(1－6)得：

$$\frac{dH}{dt}=M \tag{1-8}$$

这个关系式称为刚体绕定轴转动的动量矩定理。它说明：当外力矩作用的方向与~~转子轴、动量矩的方向一致时，它只使 H 产生大小的变化，没有~~方向的变化。

如果力矩 M 的方向与动量矩 H 垂直，如图 1－9(b)所示，情况又会怎样呢？因为动量矩 H 末端有线速度

$$\bar{u}=\frac{d\overline{H}}{dt}$$

所以与式(1－8)联系起来则得到：

$$\frac{d\overline{H}}{dt}=\bar{u}=\overline{M} \tag{1-9}$$

这个关系式称为刚体绕定点转动的动量矩定理。它说明：当外力~~矩作用的方向与动量矩~~ H 的方向垂直时，在动量矩 ~~H 的末端就产生一个线速度，线速度的大小与外力矩相~~等，方向与外力矩~~的方向相同~~。

§1－2　陀螺仪及其特性

陀螺罗经是把陀螺仪的特性和地球自转运动联系起来找北和指北的指向仪器。我们可以用下列公式来描述陀螺罗经：

陀螺罗经＝陀螺仪＋地球自转＋控制设备＋阻尼设备

因此，首先需要认识的问题是：何谓陀螺仪？什么样的陀螺仪，即陀螺仪具有怎样的特殊结构；陀螺仪具有什么样的运动特性。只有首先把这三个问题搞清楚了，才不难理解为什么能使陀螺仪发展成为陀螺罗经的道理。

1．陀螺仪的定义

凡是绕回转体的对称轴高速旋转的刚体都可称为陀螺。所谓回转体是物体相对于对称轴的质量分布有一定的规律，是对称的。常见的陀螺是一个高速旋转的转子。回转体的对称轴叫做陀螺转子主轴，或称极轴。转子绕这个轴的旋转称为陀螺转子的自转。

把高速旋转的陀螺安装在一个悬挂装置上，使陀螺主轴在空间具有一个或两个转动自由度，就构成了陀螺仪。所以，我们把陀螺及其悬挂装置的总体叫做陀螺仪。应当指出，所谓高速旋转是指转子绕极轴的自转角速度远大于转子绕不与极轴相平行的其它轴的旋转角速度。

应当明确地指出，把陀螺仪定义为陀螺及其悬挂装置的总体是经典的定义，是有局限性的。科学技术发展表明，有许多物理现象可以用来保持给定的方位，并能够测量载体的转动，即能产生陀螺效应。这就是说产生陀螺效应不一定要有高速旋转的刚体。因此，广义地说，凡能

产生陀螺效应的装置都可称为陀螺仪(gyroscope)。

2. 陀螺仪的结构

陀螺仪由一个高速自转的转子和支承转子的内环与外环构成,如图 1—10 所示。转子的自转轴称为主轴,即主轴指北。

陀螺仪具有三个自由度,一是转子绕 OX 轴作自转运动,一是转子连同内环绕 OY 轴(水平轴)转动,一是转子连同内环和外环绕 OZ 轴(垂直轴)转动。这种结构使转子主轴可指空间任意方向。三轴交点 O 为陀螺仪的中心点,陀螺仪的重心位于 O 点,不受任何外力矩作用的具有三个自由度的陀螺仪,称之谓自由陀螺仪(free gyroscope)。

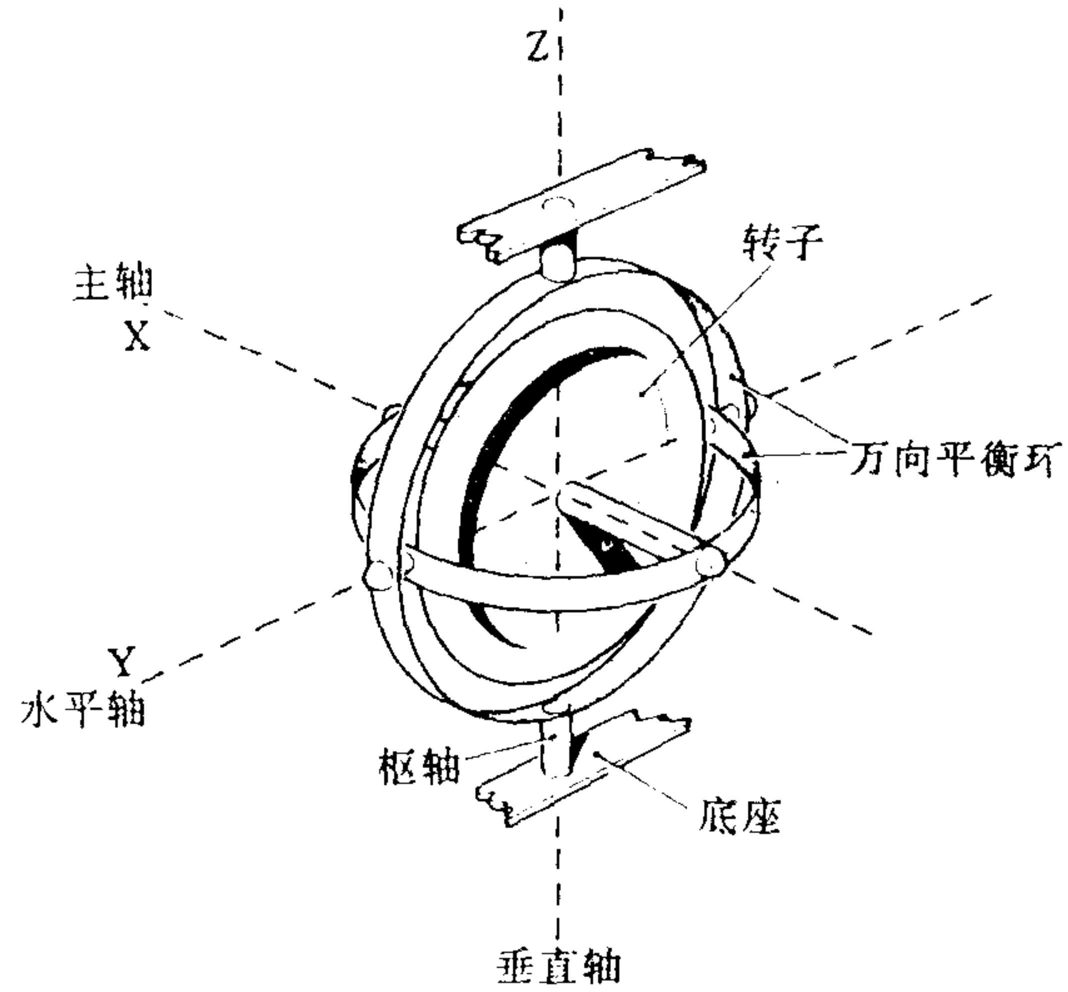


图 1—10

3. 陀螺仪的特性

上述陀螺仪,在转子不做高速旋转时,若转动其基座,则主轴将随基座一起转动,与一般刚体没有什么区别。

当转子绕其主轴做高速旋转时,若转动自由陀螺仪的基座,则可发现主轴 OX 并不随基座一起转动,而是保持它原有的空间指向不变。无论将陀螺仪放在任何运动基础上观察,只要转子不受其他外力矩的作用,都会出现同样的结果。这种现象,称为自由陀螺仪的稳定特性。

在受到外力矩作用时,若转子不作高速旋转,则陀螺仪将和一般刚体一样绕外力矩的作用轴转动。例如在相对 $+OY$ 轴的外力矩 M_y 作用下,陀螺仪将绕 OY 轴转动。

当转子做高速旋转时,若在相对 $+OY$ 轴的外力矩 M_y 作用下(图 1—11),则可发现陀螺仪并不绕 OY 轴转动,而是绕 OZ 轴转动,其转动方向与动量矩矢量 $\overline{H}$ 和外力矩矢量 $\overline{M}_y$ 的方向有关。若 $\overline{H}$ 位于 $+OX$ 轴,$\overline{M}_y$ 位于 $+OY$ 轴,则陀螺仪绕 $+OZ$ 轴转动。这种现象,称为自由陀螺仪的进动特性,或称为旋进特性。

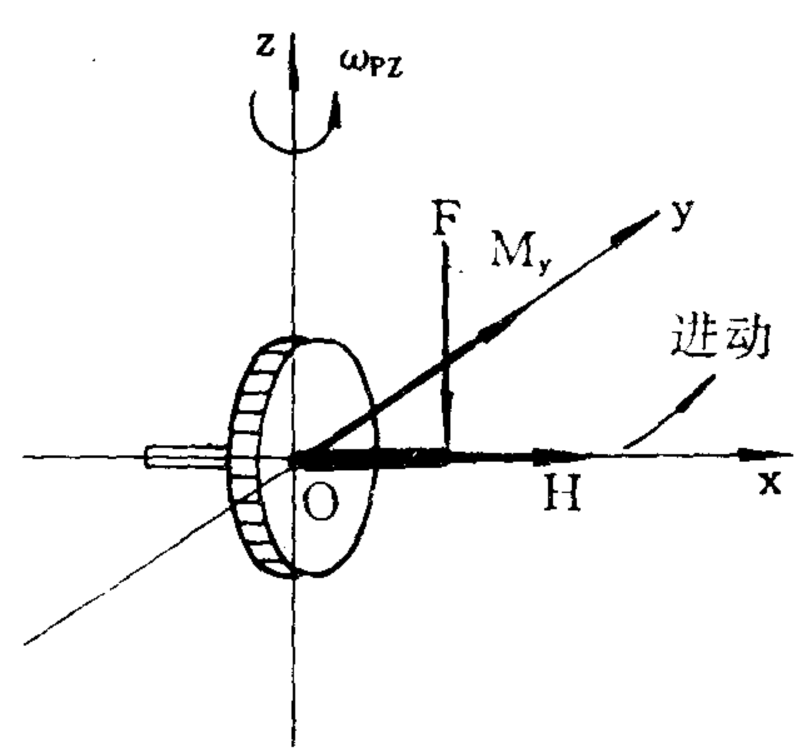


图 1—11

陀螺仪的特性可概括为以下两点:

(1)定轴性(gyroscopic inertia)——在不受外力矩作用时,自由陀螺仪主轴保持它的空间的初始方向不变;

(2)旋进性或进动性(gyroscopic precession)——在外力矩作用下,陀螺仪主轴的动量矩($\overline{H}$)矢端以捷径趋向外力矩($\overline{M}$)矢端,作进动运动或称旋进运动,可记为 $\overline{H}\to\overline{M}$。

4. 陀螺仪特性的力学解释

(1)旋进性或进动性(gyroscopic precession)

陀螺仪运动是属于刚体的定点转动，故其运动规律可以用动量矩定理来加以解释。根据动量矩定理公式$\frac{d\overline{H}}{dt}=\overline{M}$，在联系到陀螺仪运动的问题时，动量矩定理表明的物理意义是：陀螺仪的动量矩$\overline{H}$在惯性空间中的变化率$\frac{d\overline{H}}{dt}$，等于作用在陀螺仪上的外力矩$\overline{M}$。$\frac{d\overline{H}}{dt}$表示矢量$\overline{H}$随时间在惯性空间中可能有大小和方向的变化。由于转子是以等角速度绕主转高速旋转，陀螺仪的动量矩$\overline{H}$的大小将保持不变。又考虑到外力矩通常是沿内环轴或外环轴作用到陀螺仪上，由于框架的结构特点，外力矩不会沿自转轴传递到转子上使它的转速改变，因而不会引起陀螺仪的动量矩$\overline{H}$的大小发生改变。但动量矩定理表明，在外力矩作用下，陀螺仪动量矩矢量$\overline{H}$会出现变化，既然动量矩$\overline{H}$的大小是保持不变的，那末动量矩$\overline{H}$的方向就必然要发生变化，这便是陀螺仪的进动或称旋进。

其实，利用动量矩定理的另一表示形式——莱查尔定理来说明陀螺仪的进动，更为方便，已知

赖柴尔

$$\frac{d\overline{H}}{dt}=\overline{M}=\overline{u}$$

这表明陀螺仪动量矩$\overline{H}$的矢端速度$\overline{u}$的大小和方向与外力矩$\overline{M}$的大小和方向相同。根据$\overline{u}$和$\overline{M}$的方向一致，说明进动时，陀螺仪主轴是以最短途径向外力矩矢量靠拢的。

如果用陀螺仪动量矩$\overline{H}$及其在惯性空间的转动角速度$\overline{\omega}$来表示$\overline{H}$的矢端速度$\overline{u}$，则有$\overline{u}$等于$\overline{\omega}$与$\overline{H}$的矢量积，即$\overline{u}=\overline{\omega}\times\overline{H}$，由此可得出下列关系式

$$\overline{M}=\overline{\omega}\times\overline{H} \qquad (1-10)$$

显然，陀螺仪动量矩矢量$\overline{H}$的转动角速度$\overline{\omega}$就是陀螺仪进动角速度，式(1－10)表明陀螺仪进动角速度$\overline{\omega}$与动量矩$\overline{H}$以及外力矩$\overline{M}$三者之间的关系。如果动量矩$\overline{H}$和外力矩$\overline{M}$的大小和方向已知，则根据矢量积运算规则，可求出进动角速度$\overline{\omega}$的大小与方向。

以上分析表明，陀螺仪进动的内因是陀螺仪转子高速自转即有动量矩$\overline{H}$存在，外因是由于外力矩M的存在，而且是因为外力矩改变了动量矩的方向。如果转子没有自转即动量矩为零或作用于陀螺仪的外力矩为零。或者外力矩与动量矩共线，那末陀螺仪就不会表现出进动性。

(2)定轴性(gyrospic inertia)

如前所述，陀螺仪的定轴性表现在没有外力矩作用时，陀螺仪主轴能很好地稳定在惯性空间的初始方位上，这就是陀螺仪的定轴性。陀螺仪的定轴性也可以用动量矩定理来加以解释。根据动量矩定理$\frac{d\overline{H}}{dt}=\overline{M}$，不难看出，若无外力矩作用于陀螺仪上时，即式中$\overline{M}=0$，则

$$\frac{d\overline{H}}{dt}=0, \quad 即\ \overline{H}=C$$

动量矩$\overline{H}$是个常值矢量，其大小和在空间所指的方向均不变，由此说明了自由陀螺仪具有定轴性的原因。

(3)进动公式

陀螺仪主轴进动角速度$\overline{\omega}_p$与线速度$\overline{u}$的关系，可用矢量积表示

$$\bar{u} = \bar{\omega}_p \times \bar{H} \qquad (1-11)$$

当 $\bar{u}$、$\bar{\omega}_p$ 和 $\bar{H}$ 这三个矢量的交角均为直角时，并将 $\bar{u}=\bar{M}$ 代入，上式可写成

$$\omega_p = \frac{M}{H} \qquad (1-12)$$

$\omega_p=\frac{M}{H}$称为进动公式。由式(1－12)可以看出，陀螺仪的进动角速度与外力矩成正比，与动量矩 H 成反比。

(4)进动角速度 ω_p 方向的确定

①伸出右手的大姆指、食指和中指，使它们互成直角，以食指代表动量矩($\bar{H}$)，中指代表外力矩($\bar{M}$)矢量的方向，则大姆指所指的方向就是陀螺仪进动角速度矢量 ω_p 的方向。

②或者伸出右手，使四指并拢且与大姆指成直角，四指沿着陀螺仪动量矩矢量 $\bar{H}$ 的方向，以捷径转向外力矩矢量 $\bar{M}$ 的方向，则大姆指所指方向便是陀螺仪进动角速度矢量 $\bar{\omega}_p$ 的方向。

§1－3　陀螺仪的运动方程

上一节解释了陀螺仪的两个基本特性，但是还没有找到它的运动规律。一个三自由度陀螺仪在外力矩作用下，它的运动规律是什么？由于陀螺仪的运动不是一个单纯的刚体绕定点运动，要通过必要的数学分析才可找出它的运动规律。要进行数学分析，就必须建立陀螺仪的运动方程式。

1．常用参考座标系

一个物体经过正确的抽象，可以用一个直角座标系来代表，其运动状态完全可以用座标系的运动表示，这样可使分析问题更为简便。座标系是分析物体运动的工具，因为它代表着实际物体，所以是有实际意义的。讨论陀螺仪的运动，就是要确定陀螺仪主轴的运动状态及其在空间的位置，应有必要的参考座标系。陀螺仪运动是一个复合运动，需要设置三套右手直角座标系，这就是：惯性座标系，地理座标系和陀螺座标系。

(1)惯性座标系 $O\xi\eta\zeta$：

惯性座标系是相对惯性空间固定不动的座标系，它代表惯性空间，即代表宇宙。座标系原点 O 取在地球表面某一点，如图 1－12 所示，三个座标轴 $O\xi$、$O\eta$、$O\zeta$，分别指三棵恒星，构成右手直角座标系。无论地球自转或公转。三个座标轴的指向都不改变，所以它代表固定不动的宇宙空间。在使用中惯性座标系往往可以不画出来。

(2)随船运动的地理座标系 $ONWZ_0$

取位于地球表面上陀螺仪的几何中心点 O 为座标系原点，如图 1－13 所示。作一个右手直角座标系 $ONWZ_0$，使 ON 轴与 O 点处子午线的切线相重合，并指向地球的北极；OW 轴与 O 点处纬度线的切线相重合，并指向地球的西方，OZ_0 轴通过地心指向天顶，即 OZ_0 轴与地垂线相重合。

这个座标系实际上是代表地球，它随地球自转一起运动，代表地球的自转运动。在实用中，地理座标系可与船一起运动，代表船的平移运动，称作随船运动的地理座标系。因此，地理座标系实际上代表地球自转与船舶运动在内的牵连运动。

惯性座标系在地球表面只能平移，不跟地球一起运动，即不管原点 O 转动那里，其三根座

标轴始终指着三棵恒星。而随船运动的地理座标系却随地球一起转动，不管陀螺仪运动到那里，始终保持 ON 与子午线相切且指北，OW 与纬线相切且指西，OZ_0 与垂线重合且指天顶。

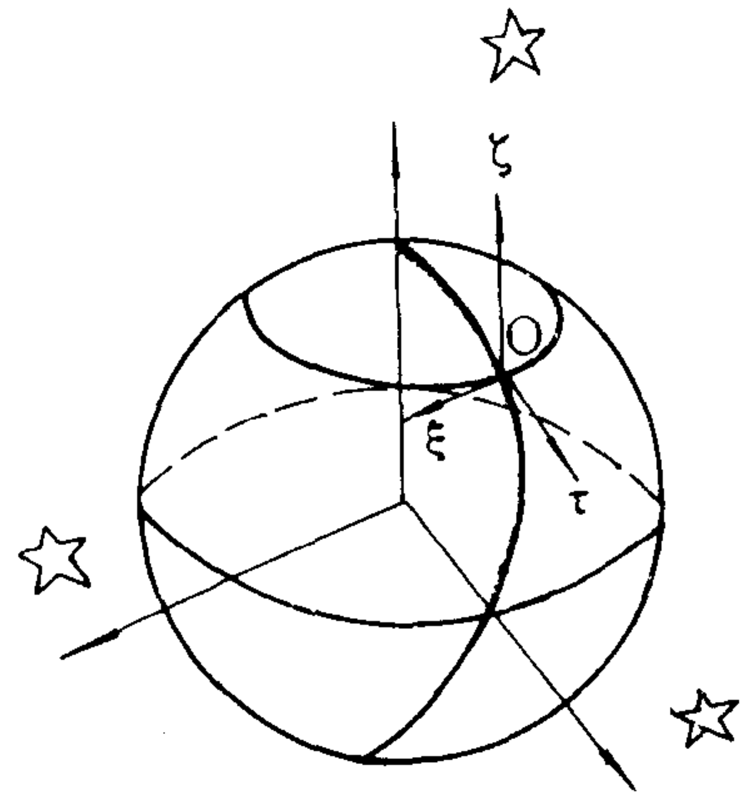


图 1—12

(3)陀螺座标系 $OXYZ$

陀螺座标系是用来表示陀螺仪运动时，座标系原点也取在陀螺仪的几何中心点 O，如以前所介绍过的，OX 轴与陀螺仪主轴重合，OY 轴必须与内环轴重合，如图 1—14 所示，OZ 轴在转子平面内且与 XOY 平面相垂直，构成右手直角座标系。在研究陀螺仪的运动时，就是研究陀螺仪主轴 OX 的运动规律。陀螺仪主轴 OX 在空间的位置，由方位角 α 和高度角 θ 来确定。如图 1—15 所示。

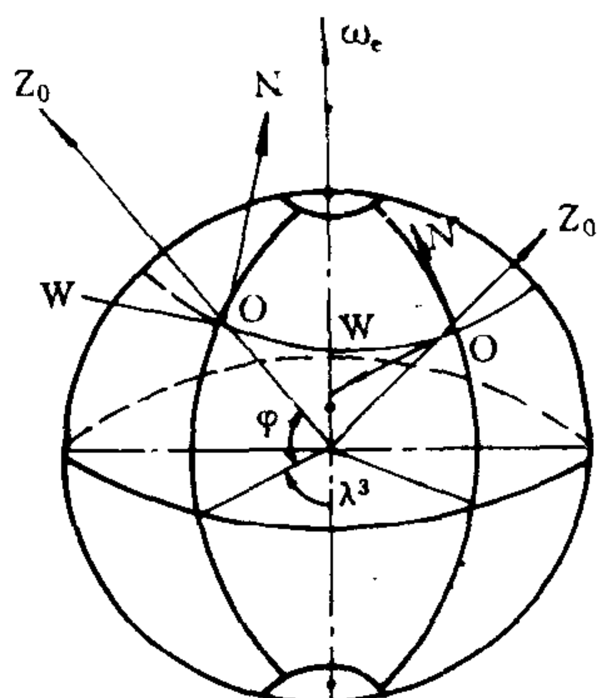


图 1—13

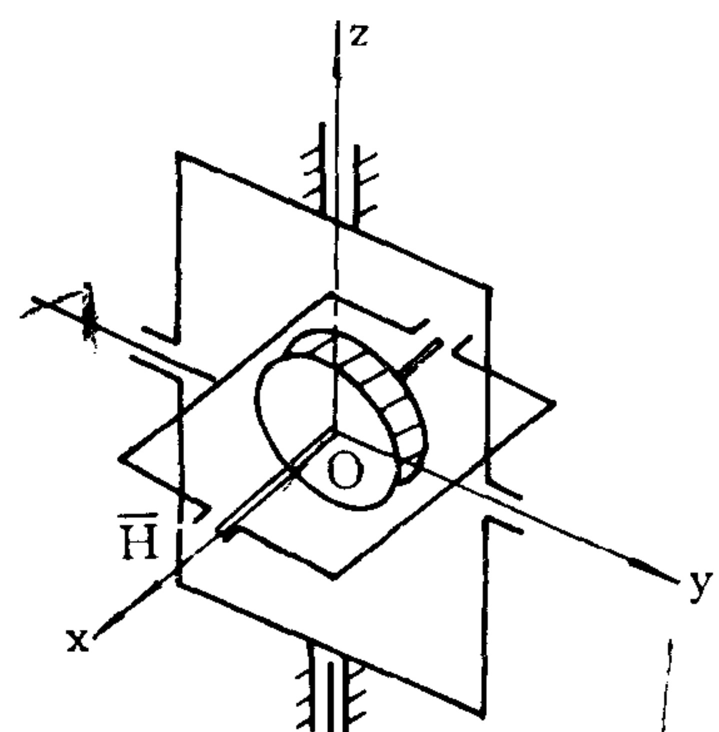


图 1—14

方位角 α(azimuth angle)：它是陀螺仪主轴在地平面上的投影 ox'，与地平面上真北线 ON 之间的夹角，并且规定，主轴偏在子午面西边时，方位角为正；主轴偏东时，方位角 α 为负。

高度角 θ(tilt angle)：它是主轴 ox 与主轴在地平面投影线 ox' 之间的夹角，并且规定，主轴上仰于地平面之上时，高度角 θ 为负；主轴下俯于地平面之下时，高度角 θ 为正。

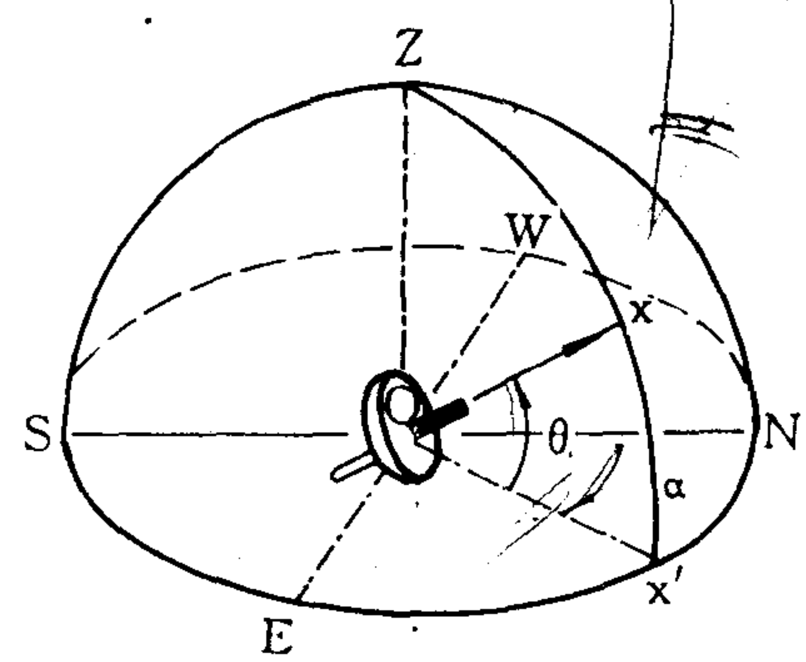


图 1—15

上述三个座标系之间的运动有什么关系呢？陀螺座标系相对地理座标系之间的运动为相对运动，而地理座标系的运动代表地球自转运动及船舶运动在内的牵连运动，所以陀螺座标系相对于惯性空间的运动为绝对运动，实际上是相对运动与牵连运动的矢量和。本书讨论的陀螺仪的运动，都是指相对惯性空间的绝对运动。

2. 陀螺仪的运动方程

陀螺仪在外力矩作用下，主轴将产生进动或称旋进，这是相对惯性空间的绝对运动，并满

足动量矩定理

$$\frac{d\overline{H}}{dt}=\overline{M}$$

或者，$\overline{\omega}_p\times\overline{H}=\overline{M}$

上式中的 ω_p 和 $\overline{M}$ 为空间任何方向的矢量。为了研究陀螺仪主轴指北的运动问题，应将其所有量均投影到陀螺座标系上，如图 1—16 所示。其中力矩 $\overline{M}_x$ 与 $\overline{H}$ 的方向相同，不引起陀螺仪的进动，没有研究的必要。

(1)外力矩矢量在 y 轴

当外力矩矢量在 y 轴时(如图 1—17 中的力矩矢量 M_y)，则主轴将向 M_y 方向进动或称旋进，因此进动角速度矢量在 z 轴，如图中 ω_{pz} 所示，

则 $$\omega_{pz}=\frac{M}{H} \qquad (1-13)$$

式(1—13)说明：y 轴的力矩，产生的进动角速度矢量在 z 轴上。当力矩 M_y 是正时，即向西，那么进动角速度矢量 ω_{pz} 也是正的，即向上。如果力矩 M_y 是负值，即向东，那么进动角速度矢量 ω_{pz} 也是负的，即向下。式中，H 指 ox 轴的正向。

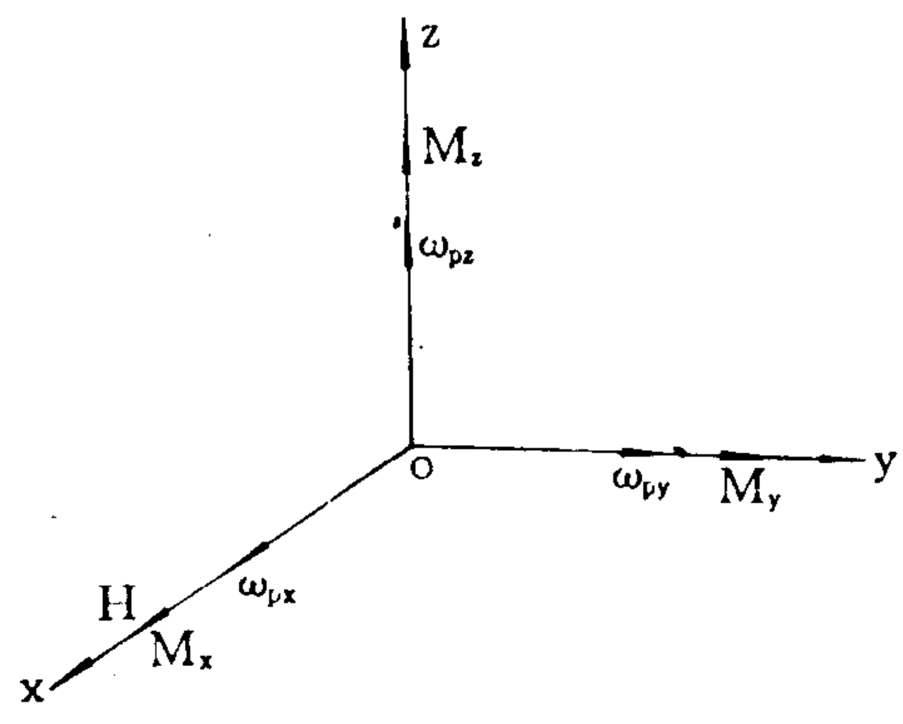


图 1—16

(2)外力矩矢量在 z 轴

当外力矩矢量在 z 轴时(如图 1—18 中的力矩矢量 M_z)，主轴将向 M_z 方向进动，进动角速度矢量在 y 轴上，如图中 ω_{py}，

则 $$\omega_{py}=\frac{-M_z}{H} \qquad (1-14)$$

当 M_z 是正时，即力矩矢量向上，主轴要向上进动。根据右手法则，进动角速度矢量指向东，即

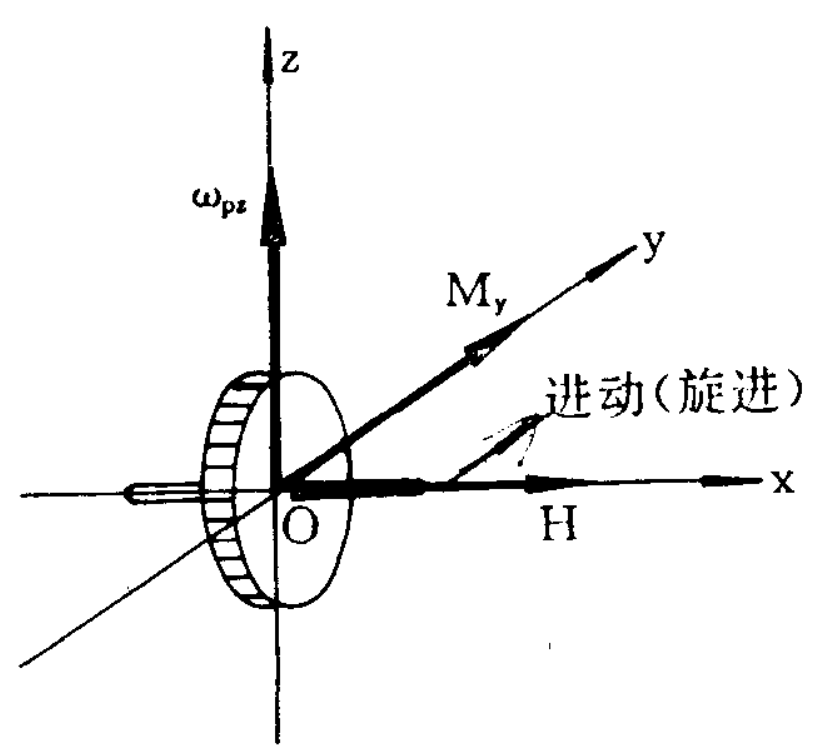


图 1—17

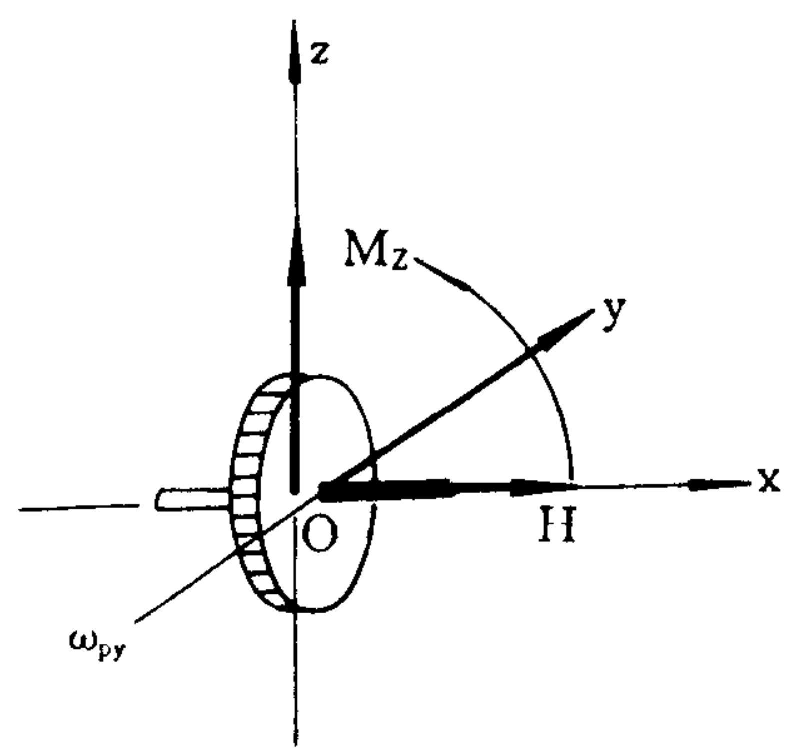


图 1—18

oy 轴的负方向，ω_{py} 应是负的，所以式中冠一负号。

这样得到下式

$$\begin{cases} H\omega_{pz}=M_y \\ -H\omega_{py}=M_z \end{cases} \qquad (1-15)$$