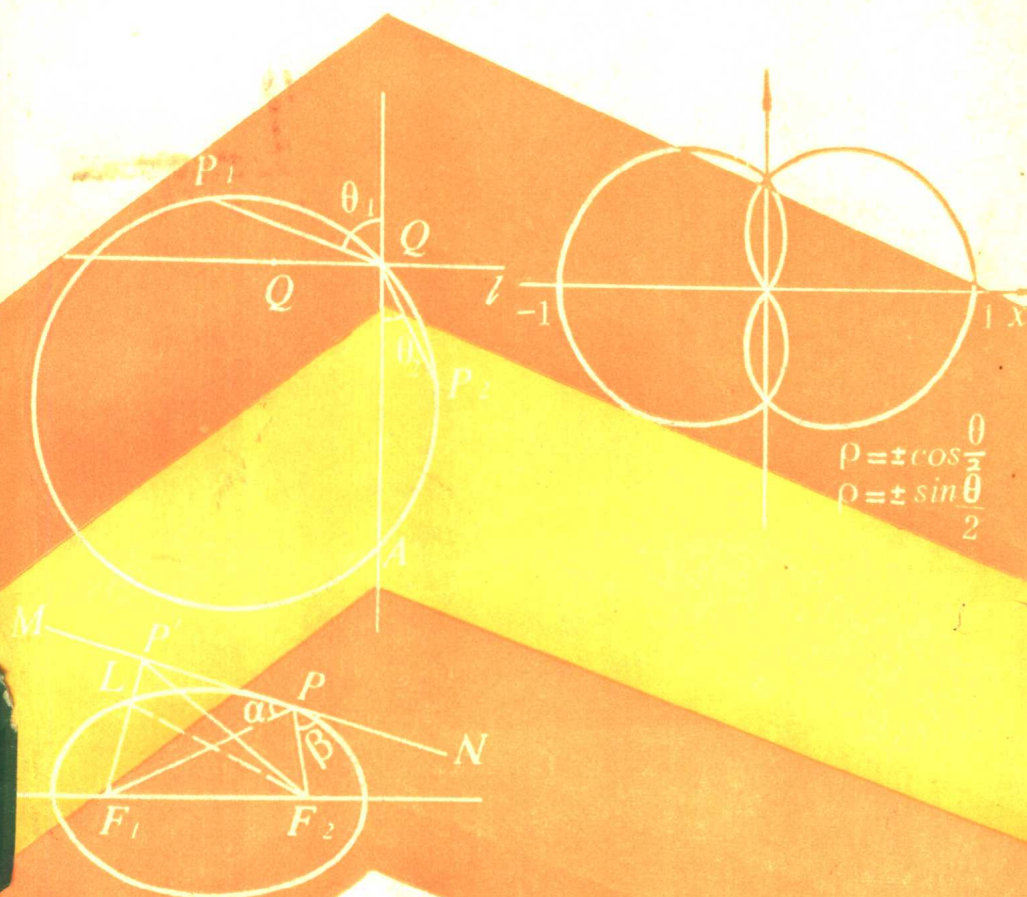


数学特级教师

马明数学教育论文集



江苏教育出版社

中学特级教师

马明数学教育论文集

马明
印



特级教师马明同志近影

江苏教育出版社

马明数学教育论文集

马 明

江苏教育出版社出版

江苏省新华书店发行 江苏新华印刷厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 14.75 插页 1 字数 352,800

1986 年 9 月第 1 版 1986 年 9 月第 1 次印刷

印数 1—2,000 册

书号: 7351·357 定价: 2.60 元

责任编辑 何震邦

序 言

《马明数学教育论文集》的出版，值得庆贺！

教师出论文集确实不易。教师工作负担重，写作不易；写作之丰及其水平够出论文集就更不易；出版社能为教师出论文集也不容易。本书出版，说明数学教育的科学研究已进入群众性的新阶段，出版界也重视群众性的科学研究了。这些新气象值得庆贺。

我第一次见到马明同志是听他作报告。1982年3月，中国教育学会数学教学研究会在郑州召开了成立大会，并举行首届学术年会。在会议结束前，马明同志代表他所在的小组向大会作汇报发言。他的发言一下子就把我吸引住了：

1979年我到高二学生家去，家长高兴地对我讲：“各地的数学复习资料都买到了。”我一看，有十多本，尺把厚。还问我“够不够？”我看看孩子的表情——愁眉苦脸，泪水汪汪。我就认真地帮他挑出一本，其余的建议他用绳子捆起来。谁知，这个简单的动作竟引起孩子的极大反映——孩子笑了，象是“解放了”。后来，他的高考成绩很好，现已出国留学。

.....

这三个学生都是很有才华的，但也都是在极度紧张的心情中度过和正在度过他们的学生时代的。

.....

一位高二学生在周记上……写道：“但愿我们的学习是勤奋的，但不能是带着沉重的思想包袱去学习。”——代表着千千万万想学习而又被升学包袱压得喘不过气来的学生的呼声！

在这次年会上，我听到了许多很好的发言，至今尚留在记忆

中的不多了，而还能清晰地印在记忆中的就更少了，但其中有马明同志的上述发言。

为什么？

因为他的发言谈到了我国教育中当时存在的——很不幸，现在仍然存在的一个令人十分焦虑的问题：千千万万想学习的学生被升学包袱压得喘不过气来。因此，当我听到第一个例子的时候，就被深深地吸引住了，被深深地感动了。居然有这样一位老师，能使他的学生“笑”着去学习！多好的一位教师啊！如此关怀学生——深入到学生家中；如此自信而高超的教育思想和教学方法——认真地帮他挑出一本，其余的捆起来；如此富有成果——高考成绩很好，现已出国留学。还有他那生动、形象的语言，把我“带到”了那位学生的家中。我“看”到了这位家长“高兴”的得意神态，孩子“愁眉苦脸”的沉重心情，马明同志“认真”挑选的动作，和最后孩子“泪水汪汪”的笑脸。会后，我禁不住跟一些同志谈起“马明同志的发言，真是一首教育诗篇。”我还想，听马明同志上课定会是一种享受。此后，我曾三次去南京，却因时间紧或他外出讲学而未能如愿，不过，听到了不少称赞马明同志的事迹。

例如，他担任了南京师范大学附中的副校长后，还兼教两个高中毕业班。又如，他不仅是一位优秀的数学教师，而且多才多艺，擅长书画和棋艺，他的“硬笔书”受到了一代学术大师郭沫若的赞赏，《中国建设》还把它介绍到国外。特别使我感兴趣的是下面一件事：有一年，南京许多学校在高考前的一个学期已开始高考“复习”了，还有不少学校已进入“第二轮复习”，但马明同志硬是顶着来自各方面的压力，包括好心的劝告，坚持把高考不考而编在教科书中的内容讲完。

真了不起！在谈到为了应付高考，搞加班加点、提前结束课程，搞题海战术等做法是违反教学规律的时候，我曾不止一次地听到过“反驳”：“那是不了解实际”，“理想主义”；好一些的也说：

那样做是“不得已”的，是“违心”的。总之，要高分就非违反教学规律不可。可是在南京却听到了一位坚决按教学规律办事的教师。

是什么力量使马明同志能这样坚定呢？我从本书中进一步得到了回答。马明同志不是在口头上或者理论上懂得了数学教学的规律，而是通过自己的教学实践和研究，真正掌握了数学教学的规律。他认为“教学过程（尽管是一个复杂的过程）是一个有规律可循的过程”，“要把数学教学作为一门科学来研究”。他不仅这样认为，而且亲自进行了研究，更用它来指导自己的实践。理论和实践相结合是马明同志教学的特点，也是本书的特点。本书就是他从教三十多年来结合教学实践不断进行学习、探索教学规律和教学艺术的结晶。文章实事求是，朴实无华，却又生动流利，亲切感人。数学教育工作者，无论是从事理论研究或者从事实践，都会从本书中受到启发，得到教益。

教学过程是学生在教师作用下的一种特殊的认识过程。按照辩证唯物论的认识论观点，认为认识过程是有一定规律的：认识开始于实践，人们在实践中获得对客观事物的感性认识；这种感性认识反复了多次，经过“思考作用”，对感性认识施以改造制作功夫，于是在认识上产生一个“飞跃”，到达了理性认识；而后用这种理性认识去指导实践，改造客观世界，这是认识上的又一个“飞跃”；同时，又开始认识上的又一次循环，这也是数学教学所必须遵循的一条基本规律。我们从实例或从已知数学知识出发，通过对它们的分析、综合，比较、联想，抽象、概括等思考作用，从而得出新知识；而后举例说明并配置习题，练习如何运用新知识去分析和解决新问题。这是教材的基本结构，也是教学的基本过程。

由于教学过程是学生在教师作用下的一种特殊的认识过程，因此往往容易颠倒教师与学生在认识中的地位，也就是由教师包办代替学生的认识。唯物辩证法认为事物（包括认识）的运动和发

展的根本原因在于事物内部的矛盾性，外因是变化的条件，内因是变化的根据，外因通过内因起作用。在教学过程中，是学生学习知识，解决他们知与不知、知之不多的矛盾，学生是认识的主体，是内因；教师、教材还有其他条件都是外因。如果学生没有感到知与不知的矛盾，如果学生对所举实例不了解——没有感性认识，如果不经过学生自己的思考作用，那都不能完成认识上的“飞跃”，获得新的知识；同样，学生不经过解决问题的练习，也就不会知道知识有何用处以及如何运用知识去分析和解决问题，亦即完成认识上的第二个“飞跃”。不能完成认识上的“飞跃”，既学不到知识，也不能发展能力。

正是在上述这些根本问题上区分出两种根本对立的教学思想和教学方法。马明同志坚持辩证唯物论的认识论观点，并具体运用于数学教学的实践，从而丰富和发展了数学教学。比如，本书中有不少生动、形象的实例，它们既给学生以感性认识，又能激发学生的兴趣，引起强烈的学习欲望和思维的积极性；又如，对于“愤”和“悱”的阐述，教学民主的理论和实践，力所能及的原则等等关于如何引发学生“思考”的内容，更是本书论述的中心问题。这也是培养和发展学生能力的核心问题。

数学教学的内容是数学。因此，深入钻研教材是搞好数学教学的一个根本条件。生动的直观，深入的分析，重点、难点和关键的掌握，知识的运用等等，既需要有丰富的数学知识，又要有驾驭整个数学教材的能力。从本书的第二、三部分，我们不仅可以看到马明同志钻研教材所得的成果，而且可以体会到如何钻研教材的方法，以及作为一个教育工作者应该为此而付出艰辛的劳动。

数学教学的对象是学生。中学生处于身心发展最为迅速、变化最大，而且逐渐由可塑性向定型性转化、逐渐趋向成熟的时期。这是人的一生中最为关键的阶段。因此，搞好这一时期的教育，

无论对个人、对国家都是至为重要的。作为中学的数学教师，理应使学生在心智方面得到迅速的、充分的发展，同时也要使他们在生理上得到健康地成长，在心灵上得到最美好的培育和熏陶。教师是人类灵魂的工程师。所以研究学生，研究与数学教学相结合的学生心理、思维的发展的规律及其特点，是搞好数学教学的又一个根本条件。马明同志为了学生的健康成长对学生心理、思维的研究付出了极大的精力，而教学为他提供了研究的条件。本书在这方面有丰富的内容，独到的阐述。

这里还应该提到马明同志在本书中强调的两个有重要意义的观点：一个是教学既是一门科学，又是一门艺术；一个是非智力因素在教学中的作用。我一下子就被他的发言吸引住了，而且被深深地感动了，还想到听他的讲课定会是一种享受，足见他在这两点上体会之深，运用之妙！

感谢江苏教育出版社为我们编辑出版了《马明数学教育论文集》。它的出版将推进数学教育的理论和实践研究的发展。数学教育已有漫长的历史，积累了丰富的经验，但它面临着新的形势。国际已进入新技术革命的时期；国内已进入全面开创社会主义现代化建设的新阶段。在此时刻，邓小平同志题词：“教育要面向现代化，面向世界，面向未来。”我们的任务就是要创建无愧于我们伟大时代的数学教育学，为多出人才、出好人才打好基础，为提高全民族的科学文化水平作出贡献。马明同志已迈出了坚定的步伐，让我们广大的数学教育工作者为此而共同努力吧！

张孝达

1985年9月10日

第一个教师节于北京

马明的教学风格

石明仪

任何一位有造诣的名家，必定有他独特的风格。

一名中学教员能不能形成自己独特的教学风格呢？

南师大附中原副校长、特级教师马明，就以他数学教学的艺术魅力赢得了成千上万名中学生；赢得了许许多多家长；他著书立说总结数十年教学经验，将实践提高到数学教育学的理论高度，从而赢得了更多的读者。

他早年的学生回忆说，马老师“炯炯的目光，豁达的风度，富有吸引力的启迪智慧的语言，我们难以忘怀”，“当时课堂教学的生动活泼的局面，至今记忆犹新”。

和马明一起工作的教师赞扬他“善于点燃学生热爱数学的火花”，“上马老师的课，学生不感到是负担，而觉得是乐趣，是享受”。

家长们反映，现在“题海战术”成风，马老师布置作业却不多。他让学生一题多解，着重培养他们自学能力、逻辑论证能力与创造能力，确有独到之处。

我耳闻人们对他的赞誉，浏览他的众多著作，对他的教学风格产生了浓厚的兴趣。第一次见面，请他谈谈自己的教学风格。

中等身材，目光睿智，既有豁然大度的气魄，又有精干、机敏风采的马明凝视着我：“教学风格？这个题目很有意思。”他狡黠地眨了眨眼睛，嘴角含着笑意而不发一语。我只得到课堂去寻求答案。

揭示内涵 引发兴趣

数学内容比较抽象。教不好，学起来索然无味。

2^{50} 是多大的数？学生不甚关心。怎样才能引起他们的兴趣呢？

马明在课堂上这样提问：

“用一张报纸对折五十次，你们想想大概多厚？”

学生：“怕有几尺厚吧。”

马明：“差远了，你们往多的地方想。”

学生：“能有几丈吗？”

马明：“再大胆些。”

有的学生怯生生地说：“总不能有几百米高吧。”

马明：“你把对折五十次以后的这叠纸放在地面上，另一头就远远超过月球了。也就是说，今天晚上你们可以顺着它爬上月球。”

学生哄堂大笑。可谁也不相信这个结论。他们紧张地进行对数计算。结果出来了，这叠纸的高度远远超过月球高度好几百倍。

马明经常把纯数学课题变为学生关心的实际问题，以引起兴趣；他常常能使问题的结论出人意料，让学生坐不住，激起他们强烈的求知欲；他利用中学生喜欢寻根刨底的心理设计教案，不断向学生发问。使学生的思维由潜伏状态变为积极状态，越学越有趣；他编制似是而非，似非而是的数学问题，要求学生判断、猜想、演算和证明，让学生展开直觉思维与逻辑思维的双翼，在数学的领空遨游。他说，“热爱”才是最好的老师。他使他的学生爱数学，爱得热烈，爱得深沉。

启迪智慧 循循善诱

马明接受新班学生，总是一面帮助他们培养学习数学的兴趣，

一面给他们介绍伴侣——思考，使学生和思考交上朋友。

这是一节公开课，讲的是“复数开方”。时间差不多过去了一半，马老师还在帮助学生复习复数加法，特别是乘法的几何意义。他甚至让做错题的学生上黑板演算。

“当时，我真为马老师着急，这是公开课呀，新课讲不完，不就出丑了？课后我问他，为什么让那位做错题的学生上黑板？他说，‘我就知道她要错’。”这是一位听马明授课的青年教师对我说的的一段话。

“新课讲完了没有？”我着急地问。

“完了，精采极了。马老师提了四个问题，环环紧扣，引导学生步步深入，最后总结了复数开方的一般法则，总共只花去二十分钟。”

马明一贯鼓励学生独立思考，大胆猜想，敢于提出自己的看法。

关于“直线与平面的垂直”，教材对这一定理的证明很繁——要添九条辅助线并通过三对全等三角形去完成。一九八一年，马明所教班的学生提出简化方法，虽未成功，同样受到马明的赞赏和表扬。一九八四年又教到这一节，马明介绍了前届学生为简化证明而作的种种尝试，鼓励他们继续钻研。终于有学生在马明的指点下获得成功，新证法于当年五月刊登在《数学通讯》上。

马明认为，只有勤于思考，善于思考的学生才有可能成为有用人才。那些只会复制例题而不会发展的学生，最好的结果也只是“高分低能”。教学中，他始终将培养学生创造性思维的能力和品质摆在首位。凡学生力所能及的事，教师不越俎代庖。他自豪地说，“在创造数学方面，失败得最多的学生，往往是最有希望的学生。”

深入浅出 轻松自如

理解极限概念，对中学生是个难点。有的学生将它视为畏途，

烦躁地问老师，“为什么要学习极限？”通常的回答是：“你们到高等学校就会了解这一点，它跟高等数学有密切联系。”

三十年前马明备这一节课时也颇费心思。他拿起教案又放下，坐不住又站起来，不到十平方米的小屋内闪动着他踱来踱去的身影。

他回忆大学时代老师讲解极限时说的话：“极限定义是非常难懂的。你们开始学它，犹如走进大森林，没有半个月，你们是出不了这个森林的。”

夜，深了；四周，静极了。马明在为他的学生寻找一条走出大森林的捷径。

“中国古代有位哲学家叫惠施。一次他与皇帝对说话，‘一尺之棰，日取其半，万世不竭’。它说明的这个概念就是无限接近。

“同学们，你们看，我现在站在教室南面的窗口，向北面的门口走去，如果每次只走剩下的一半……”

课后，有的学生说，“预习极限概念时，我觉得一辈子也记不住。可马老师讲了两个课时，和我们讨论了几个问题，我感到在理解的基础上去记忆定义，并不是困难的事。”一位三十多年前的学生说，“我就是在马老师教我们数学以后爱上数学的。马老师讲解极限概念的神态至今我历历在目。”

学生们说，马老师上课讲得自如，我们学得轻松，总嫌四十五分钟过得太快。一位学生告诉我，“不管多么繁难的内容，有时认为这节课是无论如何讲不完的。经马老师一讲，哦，原来是这么回事。有的地方他一笔带过；有的地方他蜻蜓点水；有的地方他干脆让我们自学；可有的地方，他讲得比书上明白，他的解法比书上简单。他为我们指明解题的思路，他教给我们正确的思维方法，他总是在提高我们分析问题、解决问题的能力上下功夫。”

为了给学生一滴水，教师要蓄满一桶水。三十多年来，马明反复钻研了初一到高三的数学教材，他研究中学生的生理发展和

心理特征，科学地进行教学活动。

我翻阅了马明的备课笔记，一本又一本用绳拴的活页纸。

“这一段好象不是你的笔迹。”

“对，学生写的。”

“学生也在你的备课笔记上书写？”

“学生提出的问题、学生间的争论、学生头脑里闪光的思想，是我经常思考的问题。课前备课固然重要，课后的思考、整理、记录往往花去我更多的时间。实际上，一次思索即是又一次备课的开始。”

深入浅出，轻松自如的课堂艺术的背后，留下了马明攀登中学数学教学高峰的艰难脚印。

造就人才 注重后劲

采访中，记者听到一些有关马明的“怪”事。

一九七九年，马明正在教两年制的一个高中毕业班。

当时，全国尚无统编教材。高考大纲为照顾全国各地差异，规定不考复数、排列组合、数学归纳法、二项式定理、极坐标和参数方程。南京市各中学为了迎接高考，将高考不考的内容统统删去不教了，南师大附中其它毕业班也如此。唯独马明花七十五个课时讲那些高考中不考的内容。有的学生急了，有的家长找到学校。马明回答说，“我有四个孩子，前三个失去了深造的机会，只有第四个孩子正在我班上学习。我们按教育规律办事，苦果，轮不到我们吃。”

实践证明，他教授的毕业班，高考成绩都很好。

“问题不单单在于分数，也不能只看升学率。不过，现在嘛，你不谈这些也不行。……”说话中，马明表示了对追求高分，片面追求升学率的忧虑，但关心得更多的是他的学生的前途：“说来说去，中学是打基础，要为他们将来深造或工作着想。我们教书教得好不好，要看学生的后劲。”

马明的一位学生，一九八二年荣获全国中学生数学竞赛一等奖，一九八三年以六百一十七的总分成绩考入中国科大近代物理系，他写信给马明说，中学打下的数学基础、分析问题的能力使我在各门课程中方便了许多。在科大学习的南师大附中学生，成绩都是名列前茅。

× × × × × ×

一九八四年年底，马明患病卧床。在病床上，他编纂了三十万字的《马明数学教育论文集》，还为青少年撰写学习数学的通俗文章。

多年来，许多高等院校相继调他去任教，他谢绝了。他是那么迷恋他的中学数学教育，他的心永远向着正在数学领地探索奥秘的学生们。

（《新华日报》1985年12月19日）

第一部分 数学教育理论探讨

目 录

序 言.....	张孝达
马明的教学风格.....	石明仪

第一部分 数学教育理论探讨

从复制与发展谈数学教育的任务	1
要把数学教学作为一门科学来研究	3
直觉思维与数学教学	9
寓教育于教学之中一得	17
关于能力培养的两个基本问题	19
根据中学生的心理特点进行数学教学	26
直觉思维的培养途径.....	44

第二部分 教材研究

为什么复数无大小规定	68
用合分比解分式方程的同解研究	72
同解方程的教学意见	75
关于极限概念	96
关于折射的光行最速原理的初等证明.....	105
三角多项式的恒等定理兼谈三角函数的周期	112
也谈两角和差的余弦公式的证明	123
数学归纳法的教材研究与教法建议.....	126
再谈“圆周长的定义的唯一性”的证明	144
直线与平面的垂直	147
n 边形的等周问题	149

三面角的面角性质	151
包络线与抛体运动	157
极坐标讨论	166
确定二次曲线的条件与曲线系方程的完备性	191
压缩变换与双曲旋转	200
椭圆内接多边形面积的最大值	212
解析几何教学杂记	219
点与二次曲线的相关位置	234
三角与振动	241

第三部分 教 法 研 究

力所能及原则及其教育心理分析	256
自学能力及其培养途径	266
发展学生的思维能力	272
运算能力及其培养途径	287
联想·猜想·证明 —— 从一道有 启发的练习题谈能力的培养	301
解题“碰钉子”的体会	306
运算与逆运算的复习课一例	315
记一次数学课外活动	319
数学教学中的练习	323
善问	333

第四部分 数 学 科 普

美国长岛小学数学竞赛题	341
数字游戏里的猜想	346
旅行者的路线	348
学数学要勤思考	351