

15

# 万有引力和地球引力

余元镇



科学普及出版社

# 万有引力和地球引力

余文渊



科学出版社出版

# 万有引力和地球引力

余元鎮編写

科学普及出版社

2.

13.32

30

## 本書提要

万有引力和地球引力，是力学知識中一个重要部分。人們利用万有引力这条基本規律，說明許多物理現象，例如行星和月亮的运动，物体重量的来源，潮汐的起因，以及人造地球卫星的軌道等等；也用这条規律来勘探地下的較重的矿床。利用这条規律，还可以算出太阳、地球和月亮的質量，探測人們在月面上和其他行星上的生活。这本小冊子搜集了丰富的材料，从人們怎样发现万有引力定律开始，介紹了許多和万有引力、地球引力有关的有趣又有用的知識，对学习物理有些帮助。

本书是“物理基本知識”小丛书中的一种。

总号：874

### 万有引力和地球引力

編写者：余元鎮

出版者：科学普及出版社

(北京市西直門外海峽溝)

北京市書刊出版业營業許可証出字第0

发行者：新华書

印刷者：中国科学院印刷

开本：787×1092  $\frac{1}{32}$  印张：1  $\frac{1}{2}$

1958年11月第1版 字数：40,000

1958年11月第1次印刷 印数：11,050

統一書号：13051·151

定 价：(9) 2角2分

P 31

## 目 次

- 一. 新宇宙观和万有引力……………(1)
- 二. 向心力和向心加速度……………(6)
- 三. 太阳、行星的引力和太阳、行星間距离的关系……………(10)
- 四. 地球对月亮的引力和地面上的重力是本質上相同的力……………(11)
- 五. 万有引力定律和卡文迪許的实驗……………(13)
- 六. 万有引力的大小……………(16)
- 七. 能挡住万有引力嗎……………(19)
- 八. 分子引力是万有引力嗎……………(20)
- 九. 怎样計算地球、太阳和各行星的質量……………(23)
- 十. 称地球的几个方法……………(25)
- 十一. 从北方到南方,人們的体重会不会減輕……………(29)
- 十二. 重量会不会消失……………(33)
- 十三. 假如地球在1小时20分鍾內自轉一周……………(36)
- 十四. 怎样解释伽利略在比薩斜塔上的实驗……………(38)
- 十五. 高空中的重量……………(40)
- 十六. 物体落下, 地球就向上升起来嗎……………(41)
- 十七. 在地球內部的重量……………(42)
- 十八. 利用重力的变动来探矿……………(44)
- 十九. 从广州直通北京的一条隧道……………(45)
- 二十. 潮汐和引力……………(47)
- 二十一. 流星——地球引力的俘虏……………(51)
- 二十二. 海王星和冥王星的发现……………(52)
- 二十三. 在月球上和在各行星上的重量……………(53)
- 二十四. 人类怎样战胜地球引力……………(56)

## 一. 新宇宙觀和万有引力

万有引力定律，是人們研究了行星的運動，總結了它們的運動規律以後，才發現的。因此，万有引力必須建築在正確的宇宙觀上。

在十五世紀以前，托勒密的舊宇宙觀，統治了整個中世紀。這個學說也叫做“地球中心說”，它認為地球位於宇宙中心，太陽、月亮、行星和一切恆星，都繞着地球旋轉。

整個中世紀是宗教統治的“黑暗時代”。教皇和僧侶們竭力宣揚“地球中心說”，說地球是上帝專門製造給人類住的，地球是宇宙的中心，在宇宙中占着特殊的地位，讓太陽和其它星球晝夜的圍繞着它，裝飾着天空，照耀着地球，上帝給人類安排了一切。於是，托勒密的學說也如聖經一樣，誰也不敢懷疑它的正確性。

十五世紀時，由於歐洲和東方通商的關係，航海事業已經有很大的發展，航海家根據着星座，在廣闊的海洋中辨認他們的航行道路，可是當時用托勒密宇宙觀所描繪的行星和恆星的位置圖都非常陳舊複雜，和星座的實際位置相差很遠，必須加以改正才能應用。這就大大的刺激了天文研究的發展。在這個時期的天文研究中，先進的波蘭天文學家哥白尼提出了宇宙構造的新學說，寫在他所著的“天體運行”一書中。主要的內容是（一）地球和其它行星都是圍繞着太陽轉動，它們跟太陽的距離，從近到遠依次是水星、金星、地球、火星、木星、土星（其餘的行星當時還沒有發現），除了行星以

外还有恒星(就是不圍繞太阳运动的星);(二)在我們看来整个天空中的恒星和行星每昼夜繞地球一周,实际上并不是由于它們在繞地球运动,而是地球本身每昼夜自轉一周的緣故,地球自轉的軸綫和地球繞太阳轉动的軌道面成  $66\frac{1}{2}^{\circ}$  的角度。

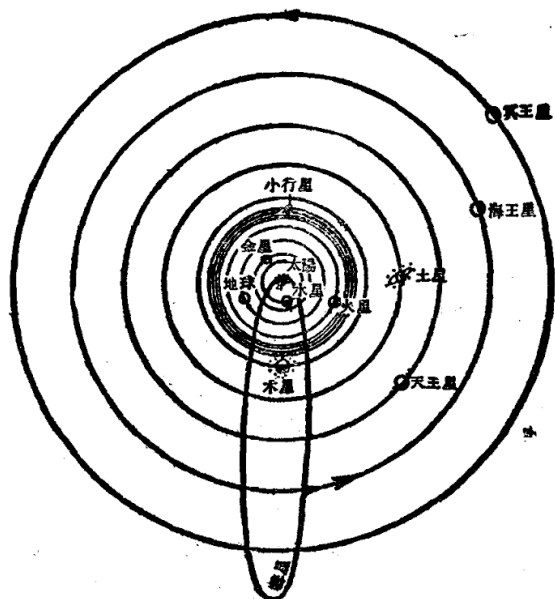


图1 太阳系。

哥白尼的学說叫“太阳中心說”。根据这学說很容易了解天体的运动,也很容易解决許多航海的实际問題,并且形成了新的世界觀的基础。这一学說为当时的进步人們所欢迎,所讚揚,这就大大削弱了人們对教会势力的崇拜和畏惧,根本动搖了“地球中心說”在近一千五百年来的統治地位。

因而在十六世紀的末叶,教会势力发动了对新学說的殘

酷迫害。第一个拥护哥白尼学說的牺牲者是意大利人朱尔达諾·布鲁諾，教会竟把他活活的烧死。

伟大的意大利学者伽利略，由于发表了有名的“托勒密和哥白尼两个系統的对話”一书，列举了很多不能駁倒的、令人信服的例証，来攻击托勒密的“地球中心說”，此书风行全欧，教会中的僧侶們感到惊惶失措，立即把伽利略拘禁起来。然而哥白尼学說却如一切先进的科学的理論一样，影响愈来愈大了。

中国古代也相信地球是运动的。古书“尸子”說“地右辟而起昂毕”。右辟是說地球向右旋轉，昂毕为二十八宿內的二个星座，因为地球向右轉，使昂毕二星座的視位向上升起。又在古书“尙书考灵曜”中說“地恒动不已，人不知，譬如人在大舟中，閉牖而坐，舟行不知也”。意思是說地球是在不断地运动着，这种运动是住在地球上的我們无法感觉到的，譬如正在稳定地前进的一只大船，如果我們坐在船仓內，把船上所有的窗子都关闭起来，使在船內的人看不见船外的任何物体，这时我們也就感觉不到船的运动、就象我們不能感觉到地球的运动一样。这些看法都是很科学、很深刻的。“尸子”和“尙书”都是秦汉时代的著作，可見我国在二千年以前，已經知道地球是运动的，只是沒有指出地球繞太阳轉动的关系而已。

哥白尼学說出現后，許多天文学家都以为行星繞日运行的軌道是正圓形的，德国天文学家开普勒(1571—1630)在丹麦天文学家第谷(1546—1601)所做詳細观察的基础上，經過了长时期的辛勤研究，发现行星运行的軌道并不是正圓形，因而发现了行星圍繞太阳运动的基本定律，即所謂开普勒行星运动三大定律。



第一定律，行星繞行太陽的軌道是橢圓形的，太陽在這橢圓的一個焦點上。

一切橢圓形都可以這樣來畫：先在紙上插二枚針，四周環繞一根綫，用鉛筆尖把綫

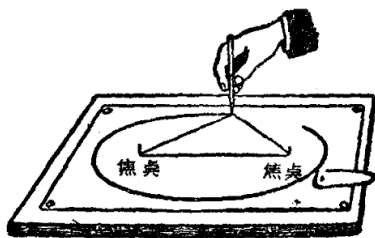


圖 2 行星的軌道為橢圓形，太陽位於這橢圓的一個焦點上。

拉成三角形，於是順着這根綫，把鉛筆尖慢慢的移動，這樣就能畫成橢圓形。橢圓的兩個焦點，就是這二枚針所插的地方。兩枚針的距離越遠，這橢圓形便越長；反之，所畫的圓周便接近圓形。橢圓

兩焦點間距離跟橢圓的長徑（即通過二焦點的最長的一直徑）之比，叫做橢圓的偏心率，偏心率越小，就越接近正圓形。行星繞太陽運行的軌道都接近正圓形，所以偏心率的數值都很小。地球的偏心率是 0.016，火星的偏心率是 0.09，在行星中偏心率較大的是水星和冥王星，它們的偏心率各是 0.2 和 0.24，所以行星的軌道都可以近似的當作圓形來看。開普勒首先注意火星的軌道，經過四十三次的測算，才算出火星運行的橢圓軌道來，開普勒這種堅毅的研究精神是令人欽佩的。

行星在橢圓形的軌道上旋轉，有時接近太陽，有時遠離太陽，最接近太陽的地方，叫做“近日點”，離得最遠的地方，叫做“遠日點”。

第二定律，每一個行星的矢徑在相等的时间里，所掃過的面積相等。

這裡所說的矢徑，就是太陽中心到行星中心的連接綫。

原来行星在它的轨道上各点的速度是不相同的，离太阳近时速度大，离太阳远时速度小，而速度的变化恰好使行星在相等的时间里扫过相等的面积。在下图中有阴影的三块面积，都是一般大的<sup>①</sup>。

地球在冬天经过近日点，夏天经过远日点，所以地球在冬天比在夏天运行得较快，因此地球轨道上相当于冬春部分比相当于夏秋部分要小些，一年之内，冬春两季（从9月23日到第二年3月21日）共有179天，而夏秋两季（从3月21日到9月23日）却有186天。

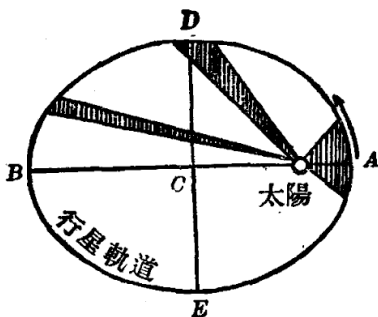


图3 行星绕太阳运行时，在相等的时间内，行星和太阳的连线扫过相等的面积。

第三定律，行星围绕太阳转动的周期的平方，跟行星和太阳的距离的立方成正比。

所谓周期是行星环绕太阳一周所需的时间，按开普勒原来比较严格的说明，应该是行星围绕太阳转动的周期的平方跟椭圆轨道的半长轴的立方成正比的，这里只是近似的把半长轴当做了太阳和行星的距离来看。

譬如水星的周期是  $T_{水}$ ，距离是  $R_{水}$ ，金星的周期是  $T_{金}$ ，距离是  $R_{金}$ ，以下照此类推，地球为  $T_{地}$ ， $R_{地}$ ，火星为  $T_{火}$ ， $R_{火}$ ，那么开普勒第三定律可以用下面的式子表示：

<sup>①</sup> 图中的行星绕太阳运行的椭圆轨道，画得过于扁平（偏心率过大），只是为了方便说明开普勒第二定律，实际上大部分行星的轨道都是接近正圆形的。

$$\frac{T_{水}^2}{R_{水}^3} = \frac{T_{金}^2}{R_{金}^3} = \frac{T_{地}^2}{R_{地}^3} = \frac{T_{火}^2}{R_{火}^3} = \dots\dots。$$

根据这个定律，如果我们知道了某行星和太阳间的距离是地球和太阳距离的多少倍，就可以求出某行星绕太阳的周期来。

例如海王星与太阳间的距离是地球与太阳距离的 30.27 倍，那么根据开普勒第三定律：

$$\frac{T_{海}^2}{R_{海}^3} = \frac{T_{地}^2}{R_{地}^3}。$$

海王星的周期是  $T_{海} = \sqrt{\frac{T_{地}^2 R_{海}^3}{R_{地}^3}}$ ，

因  $R_{海} = 30.27 R_{地}$ ，所以  $T_{海} = \sqrt{\frac{T_{地}^2 \times 30.27^3 R_{地}^3}{R_{地}^3}}$

$$T_{海} = \sqrt{30.27^3 \text{年}^2} = 14.9 \text{年}。$$

即是海王星绕太阳一周的时间，相当于地球绕太阳一周所需时间的 14.9 倍，也就是 14.9 年。

可是，行星为什么要按着这样的规律来运动呢？开普勒在当时并没有解决这个问题，是牛顿第一个正确地说明这个问题，而且他把行星的运动和物体往下落的运动——两种表面上很不相同的运动联系起来。这两种运动都受到一种力量的作用，这种力量就是万有引力。

万有引力究竟怎样影响物体的运动呢？让我们继续深入地研究一下行星的运动。

## 二．向心力和向心加速度

如果我们用绳子系着小石块，让石块绕着手转，那么手一定要给石块一个拉力，石块才会转动；如果绳子断了，没

有了拉力，石块就会依着它的惯性，向外直线飞出。

可见，绳拉石块的力，是维持石块做圆周运动的力，也是时刻改变石块运动方向的力，这力正是朝向圆心，因此我们把它叫做向心力。

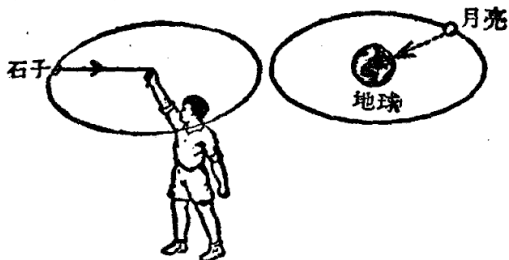


图4 月亮只有在地球引力拉住它时，才能绕地球打转；就如石子只有用绳子拉住它时才能打转一样。

这个向心力有多大呢？按照牛顿第二运动定律，这个力等于物体的质量  $m$  和它的加速度  $a$  的乘积。因此我们就要计算物体作圆周运动时的加速度。

在一些中学物理教科书里，用了并不复杂的计算，算出圆周运动时的加速度  $a$  的数值是和物体的速度  $v$  的平方成正比，和半径  $R$  成反比<sup>①</sup>。写成数学公式，就是

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

而方向正好是向着圆心的，因此人们把这个速度叫做向心加速度。因而向心力  $F$  就是：

$$F = ma = m \frac{v^2}{R}.$$

前面说过，小石子绕着手心旋转时，我们要使劲拉住；

① 请参看高中物理学 184 页 §91, 1957 年出版。

石块愈重或轉得愈快，使的劲也愈大，这其間确实存在着上面这个公式所代表的关系。这里，我們不仅証明了物体作圓运动时的向心力和速度、半径等关系，也証明了牛頓第二运动定律是符合客观现实的。

向心加速度也可以用周期和圓半径来表示，因为綫速度是做圓周运动的物体在每秒钟內所通过圓弧的长度。我們知道整个圓周长是  $2\pi R$ ，周期  $T$  是轉动一周的时间，那么綫速度  $v$  就是  $\frac{2\pi R}{T}$ 。

代入  $a = \frac{v^2}{R}$  这个公式，就得出：

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

向心加速度又可以用角速度  $\omega$  和圓半径  $R$  来表示，角速度是做圓周运动的物体在每秒钟內所轉过的圓心角，由于圓

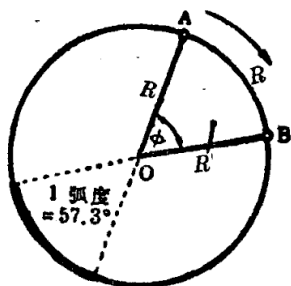


图5 角速度和綫速度的关系。

心角的大小是随着包含的弧的长短而变动的，因此圓心角又常用弧度做单位，就是用弧长对于半径的比值，来代表圓心角的大小。如图弧长等于半径  $R$ ，那么它所对的圓心角  $\phi$  便是一弧度。如果物体每秒钟在圓周上移动的距离是相当于半径长度，那么我們就說这物体做圓周运动的角速度是

每秒一弧度(写作  $\omega$  为 1 弧度/秒)。

知道了角速度  $\omega$  和圓半径  $R$ ，我們很容易求得綫速度  $v$ ，例如物体做圓周运动时的角速度是 4 弧度/秒，圓半径

是 0.5 米，若要求綫速度，可由弧度的定义知道 4 弧度所对的圓周长相当于半径长度的四倍，那末它的綫速度就是：

$$v = 0.5 \times 4 = 2 \text{ 米/秒。}$$

在一般情况下，綫速度  $v$  和角速度  $\omega$  的关系是  $v = R\omega$ ，用  $v = R\omega$  代入向心加速度  $a = \frac{v^2}{R}$  这个公式，

$$\text{即得： } a = R\omega^2$$

上面所讲的是表示向心加速度的三个公式。

同样，向心力  $F$  也有相应的三个公式：

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad \left( a = \frac{v^2}{R} \right)$$

$$F = m \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad \left( a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \right)$$

$$F = mR\omega^2 \quad \left( a = R\omega^2 \right)$$

在图 4 中，向心力是繩拉石块的力，而我們的手上也受到石块往外掙的拉力。根据牛頓第三运动定律，两个物体之間的作用和反作用总是大小相等、方向相反的。后者的力和向心力的方向相反，所以叫做离心力。

向心力是繩作用在石块上的力，是迫使石块做圓周运动的力。离心力是石块作用在繩上的力，如果繩的一端用手拉着，这力由繩传递到手上，所以手感到很吃力。虽然向心力和离心力是大小相等、方向相反的，但因为它們是作用在不同的物体上的两个力，所以不能够互相抵消。

譬如在橡皮繩的一端系着石块，用手拿着繩的另一端，使石块做圓周运动时，橡皮繩受到石块对它的拉力（离心力），橡皮繩便会伸得更长一些。

假如繩子断了，作用在石块上的力立即消失，这时，石块就按牛頓运动第一定律所規定那样，向外抛出去，再也不能循着圓周軌道旋轉。

牛頓根据他自己的分析，就肯定行星所以能繞太阳旋轉，是受到太阳的引力，这个引力就是行星作圓运动所需要的向心力。但这个力有多大呢？和太阳行星間的距离有什么关系呢？就必须从行星运动的軌道的研究来得出結論。在这个方面，我們知道，很多天文学家，特别是开普勒已經做了不少工作。

### 三. 太阳、行星的引力和太阳、行星間距离的关系

牛頓在开普勒定律的基础上，更深入地研究各个行星圍繞太阳轉动所需的向心力，发现了行星和太阳之間的引力。牛頓并指出，太阳对行星的引力跟太阳质量和行星质量的乘积成正比，跟太阳和行星間的距离的平方成反比。

如果把行星軌道当做圓形，由开普勒定律和圓周运动的向心力公式，便很容易推得太阳对行星的引力是跟它們的距离的平方成反比的。

用  $R_1$  和  $R_2$  代表任何两个行星到太阳的平均距离，用  $T_1$  和  $T_2$  代表那二个行星圍繞太阳轉动的周期，根据向心力的公式，就知道太阳对第一个行星中心上 1 克质量的引力是

$$F_1 = \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2}.$$

太阳对第二个行星中心上 1 克质量的引力是

$$F_2 = \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2}.$$

二者引力的比值是 
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2}}{\frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2}} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

由开普勒第三定律 
$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \quad \text{即} \quad \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3},$$

代入上式得

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_1}{R_2} \times \frac{R_2^3}{R_1^3} = \frac{R_2^2}{R_1^2},$$

即 
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}.$$

最后一式就表示太阳对行星的引力跟太阳和行星間距离的平方成反比。

#### 四. 地球对月亮的引力和地面上的重力是本質上相同的力

月亮是地球的卫星，使月亮围绕地球轉动的向心力必定就是地球对月亮的引力。

地面上的物体都有重量，如果没有东西挡住或拉住它们，就都要往下落，牛頓认为这也是受了地球吸引的缘故。这里就发生了一个問題，地面上物体的重力，和地球对月球的引力是不是同出一源呢？

在解决这一問題的时候，牛頓先假定重力跟引力一样，也是跟距离的平方成反比的。譬如說，每1克物質在地球表面上受到980达因的重力（讀者注意1克重=980达因）；如果把这1克物質移到月球中心的位置，地球引力就大大減少了。我們知道月球中心和地球中心的距离是地球半径的60



倍(更精确的說, 应当是 60.3 倍), 設 1 克物質在月球的中心的引力为  $F$ , 地球的半径为  $R$ , 那么按照平方反比的公式得

$$F : 980 \text{ 达因} = R^2 : 60^2 R^2,$$

$$F = \frac{980 \text{ 达因} \times R^2}{60^2 R^2} = 0.27 \text{ 达因}.$$

这引力是否就是月球中心 1 克物質圍繞地球轉动时所需要的向心力呢? 我們再根据月球繞地运行的周期来計算 1 克物質在月球中心所需要的向心力有多少。我們知道月球軌道的平均半径  $R = 384,400$  千米  $= 3,844 \times 10^7$  厘米, 月球圍繞地球轉动的周期  $T = 27$  日 7 小时 43 分 11 秒  $= 2,360,591$  秒  $\doteq 236 \times 10^4$  秒, 代入向心力公式得:

$$F = \frac{m4\pi^2 R}{T^2} = \frac{1 \times 4 \times 3.1416^2 \times 3,844 \times 10^7}{(236 \times 10^4)^2} = 0.27 \text{ 达因}.$$

由計算得出月球中心 1 克物質所需的向心力恰好为 0.27 达因, 和假定重力随距离平方成反比得到的結果符合。这就說明了地面上物体所受的重力, 和天体之間的引力在本質上是相同的, 都是按距离平方成反比的。

牛頓在 1666 年已經認為这两种力是出于同一根源, 并作了关于月球向心加速度的計算, 但因为那时所測得的地球半径的数值不够准确, 按前面二种計算所得的結果也就不完全一致, 因此牛頓就沒有发表他的万有引力定律的論文, 等待有更正确的数字后再发表, 这一等就等了 20 年。20 年后, 由于地球半径測得較准确了, 两种計算的結果也符合了, 牛頓就在 1687 年发表了万有引力。