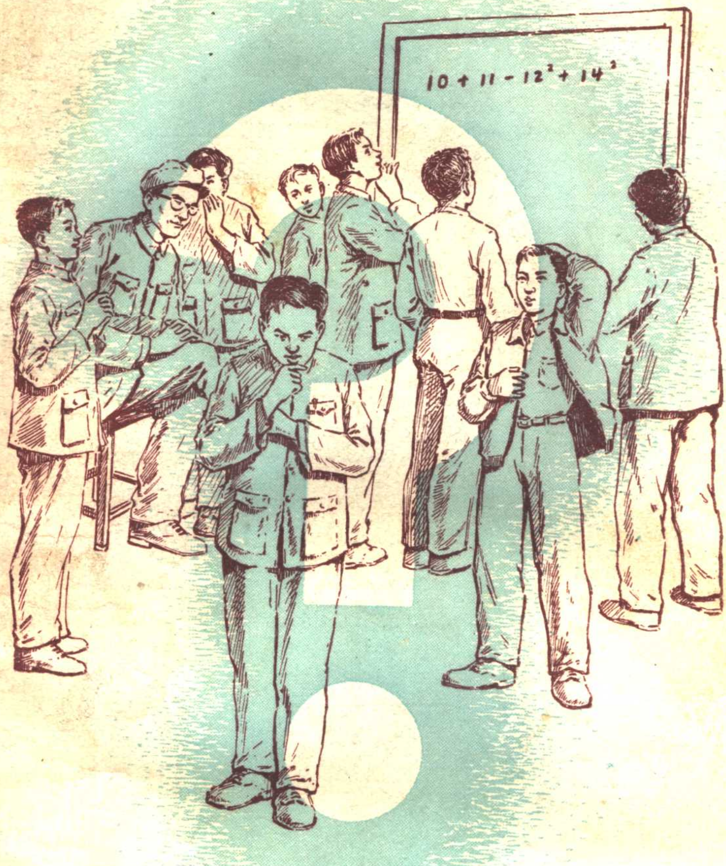

心算

陸振声 著

新知識出版社

心　　算

陸振声 著

新知識出版社

一九五七年·上海

內 容 提 要

心算在日常生活中应用的范圍很广，它同时能發展人們的思惟；因而掌握心算的各种計算方法，也是很有意义的。

本書作者根据自身在实际工作中的經驗，較詳細地介紹了進行心算的加、減、乘、除和乘方等的运算以及檢誤的方法；每段末并附有習題，可帮助讀者复習巩固。

本書可供具有初中文化水平的讀者自学，也可供中学数学教师在培养学生計算能力时參考。

心 算

陸振声 著

*

新 知 識 出 版 社 出 版

（上海湖南路9号）

上海市書刊出版業營業許可証出 015 号

上海興業印刷厂印刷　新華書店上海發行所总經售

*

开本：787×1092 1/32 印張：2 3/16 字数：50,000

1957年6月第1版　1957年6月第1次印刷

印数：1—21,000本

統一書号：13076·74

定　价：（7）0.20元

目　錄

第一章　心算的基本知識

一　加減法

一切的計算都以加法和减法为基礎，乘法是相同加数加法的簡便算法，如 $25\times4=100$ 就是 4 个 25 相加得和 100；除法是相同減数減法的簡便算法，如 $60\div12=5$ 就是 60 中每次減去 12，共可減去 5 次。我們学習心算，首先也須从加法和減法入手。

这里必須特別提出，心算加法和減法的次序，是和筆算完全相反的：筆算是从右到左，而心算却是从左到右。現在我們將这兩种方法的利弊，作一比較。

假使要我們計算 $387+468$ 的結果，除了筆算是將数字抄下后从个位先加起外，若用珠算，先在算盤上撥上 387，后在百位的 3 上加 4，再在十位的 8 上加 6，依次下去；若用計算机，也必定是先从左面撳起。由此可見，一切的算法都是从左算起來得便利。而筆算所以要相反做，唯一的原因就是免除進位后的塗改。

上題我們在筆算时假使从左加起，先 3 加 4 为 7；再是 8 加 6 为 14，須將 1 進到百位的 7 內把它改成 8；而个位 7 加 8 为 15，又須將 1 進到十位的 4 內把它改成 5。这样一再塗改，很不方便，所以就从右面加起。

心算就不同，象上題我們初步求得百位的答数是 7 后，十位中有 1 進过來，尽可把它改成 8。况且心算單憑腦力，我們听到了 $387+468$，即進行运算，假使要从右算起，还須分別將 387 和 468 反轉过來想，既影响了速度，又容易算錯。

确定了心算的次序后，我們可將它推行到实际运算中去：

例 1. 257＋449。

2加4为6，5加4为9，連前共69；7加9为16，將1進到69中去，得和706。

例 2. 983－276。

9减去2为7，8减去7为1，連前共71；3不够减去6，向前面借1，13减去6为7，得差707。

遇到数字較長时，我們可分節來做。

例 3. 3,281＋6,457。

將它們各分成兩節，每節兩位。32加64为96；81加57为138，將1進上去，得和9,738。

例 4. 4,326－2,849。

43减去28为15；26不够减去49，向前面借1，126减去49为77，得差1,477。

这里再來介紹一下"补数"。某数加上另一数后，恰好湊成較原有位数多一位的十的乘方，这所加的数就叫某数的补数。

如639，它加上361后就湊成1,000，361就是它的补数。又如9,982，它加上18后就湊成10,000，18就是它的补数。

要是某数加上另一数后使它的末一位数字变成0，这所加的数字叫某数的一位补数；加上另一数后使它的末兩位数字变成0，这所加的数就叫某数的兩位补数，以此类推。如3,729的一位补数是1，兩位补数是71，三位补数是271。

利用了补数，对心算的加减法就有很大的帮助。

例 5. 2,146＋3,978。

3,978的三位补数是22，因之我們可將它想成：2,146＋3,978＝2,146＋4,000－22。2,146加4,000为6,146，再减去22得6,124。运算起來，就簡便得多。

利用这个办法必須使补数愈小愈好。此外，另一数的末几位数字必須大于补数，这样才能达到簡便的目的。如果4,119+2,863，我們也利用补数，先求得2,863的三位补数是137，將题目想成 4,119+2,863=4,119+3,000−137。119不够减去137，須向前面借数，反不如直接加來得便利。

在減法中，減数的补数較小时，也可用补数使运算簡化。

例 6. 3,187−2,943。

2,943的三位补数是57，我們可想成3,187−2,943=3,187−3,000+57。3,187減去3,000为187，再加57得244。

被減数与減数的末几位数字互为补数时，可用另一种方法。

例 7. 4,853−3,447。

兩数的末兩位数字互为补数，我們可分兩節來做：先求48減去34为14；53減去47可將53叠一倍为106，僅取其末兩位数字06，就是53減去47的差。所以上式的差为 1,406。

这里我們須注意当互为补数部分若被減数大于減数，可不影响前位数字；若被減数小于減数，那末須向前位数字中借1。

例 8. 4,467−1,533。

这里是末三位数字互为补数，我們可將它分成第一節一位、第二節三位。4減去1为3；467減去533只須將467叠一倍为934，但因467小于533，須向前位数字中借1，得2,934。

在一般情况下，相減兩数的末几位数字恰成补数的机会并不多。但这个方法对以后計算平方的帮助很大，因而也很重要。

習 題 一

应用自左至右的心算法，求下列各題的結果：

1. 354+818。　　2. 6,271+7,587。

3. 938−344。　　4. 7,629−5,383。

求下列各数的补数:

5. 5,187。　　6. 4,428。

7. 9,837。　　8. 1,903。

应用补数求下列各题的結果:

9. 637+889。　　10. 7,744+1,432。

11. 2,348−961。　　12. 3,565−1,849。

13. 568−332。　　14. 747−453。

15. 6,735−2,265。　　16. 9,186−5,814。

二 定位法

筆算的最大优点就是定位很明确。心算加減法的定位,一般不致有困难;定位的困难,就發生在乘法和除法上。沒有比定位弄錯更嚴重的錯誤了,因为只要定位准确,答数無論怎样錯,总不会相差十倍;而位置的定錯,至少是十倍,甚至百倍、千倍。

在心算中,我們不管相乘兩数或相除兩数帶有几位小数,或帶有几个0,一律是將它們想成整数的。如把39000×0.0059想成39×59,把6.4÷2500想成64÷25等。在求得結果后再進行定位,这样可減輕一些計算的困难。

現在我們分乘法和除法兩部來討論定位的方法。

1. 乘法的定位

試將23乘以兩位数:23×10=230, 23×43=989, 23×44=1,012, 23×99=2,277。

將23乘以兩位数,所得的積最小是230,計三位,最大是2,277,計四位;無論如何总越不出这兩个范圍。由此我們可得出:兩数相乘,其積的位数等于兩数的位数之和或位数之和減1。

如兩位数乘以三位数,其積是五位或四位;四位数乘以四位

数，其積是八位或七位。

我們再來看在怎样的情况下積的位数是兩数的位数之和，以及在怎样的情况下積的位数是兩数的位数之和減1。

仍以23來研究：23×43＝989，23×44＝1,012。这里，前者所得的積的位数是兩数的位数之和減1，而積的第一位数字是9，它比兩个数的第一位数字2、4都要大；后者所得的積的位数是兩数的位数之和，而積的第一位数字是1，它比兩个数的第一位数字2、4都要小。因此我們得出定位的法則：

兩数相乘，其積的前几位数字①若小于兩数的前几位数字，積的位数等于兩数的位数之和；積的前几位数字若大于或等于兩数的前几位数字，積的位数等于兩数的位数之和減1。

我們首先是將積的第一位数字与兩数的第一位数字作比較，如果它們是一样的，那末我們再比第二位数字；若还是一样，再比第三位数字；……一直比下去，总能求出一个結果。

例 1. 125×112 得 14。

我們先比較第一位数字，積是1，兩数的第一位数字也都是1；再比前兩位数字，積是14，它已大于兩数的前兩位数字12、11，它的位数应当是兩数的位数之和減1，即3位＋3位－1位＝5位。所以应在14后面加三个0湊足五位，得14,000。

讀者也許会問："要是積的前几位数字与兩数的前几位数字作比較，大于一数而小于另一数，怎么办？" 这里可以告訴讀者：**"兩数相乘，其積的前几位数字，决不可能在兩数的前几位数字的中間。"**只可能是積的前几位数字与一数相等，而大于另一数，或与兩数的前几位数字都相等。在这种情形下，前者有一数必定是10的乘方，后者兩数必定都是10的乘方。

例 2. 387×100。

① 不一定是第一位数字，下面有例說明。

在心算中，凡乘以10的乘方我們一律当它为乘以1，所以上例的積在未經定位前仍作387，它与一个数即387相等，而大于另一数。它的位数是3位＋3位－1位＝5位，得38,700。

我們既确定了積的前几位数字决不可能在兩数的前几位数字的中間，在定位时只須將積的前几位数字与任一数的前几位数字作比較，不須与兩个数都作比較。

凡相乘兩数有一个或兩个都帶有小数的，我們只須計算整数部分的位数。

例3. 34.8×8.79 得 305892。

把它想作兩位乘以一位，又因積的前几位数字小于兩数的前几位数字，所以積的位数应是2位＋1位＝3位。得305.892。

逢到純小数，若是小数点后第一位开始的，我們作它0位；小数点后隔有0的，每个0我們作它負1位。如0.863是0位，0.0625是－1位，0.00357是－2位，0.000083是－4位等。

例4. 433×0.213 得 92229。

3位＋0位－1位＝2位，得 92.229。

例5. 5.69×0.00732 得 416508。

1位＋(－2)位＝(－1)位，得 0.0416508。

2. 除法的定位

除法是乘法的逆运算，因此我們求商的位数是將被除数的位数減去除数的位数。但逢被除数的前几位数字大于除数的前几位数字时，应在被除数的位数內加1，再減去除数的位数。

例1. 6,336÷72 得 88。

这里，被除数是四位，除数是兩位。所以商的位数应是4位－2位＝2位，得 88。

例2. 836÷32 得 26125。

被除数是三位，除数是兩位，同时被除数的前一位数字大于除数的前一位数字。商的位数应是 3 位＋1 位－2 位＝2 位，得 26.125。

如逢除数是負几位时，就变成了減去負数的減法。有的讀者如未学过代数，可按算術的小数除法將除数化到 0 位。

例 3. 0.777÷0.0021 得 37。

0 位＋1 位－(－2)位＝3 位，得 370。

將 0.0021 化到 0 位即 0.21，須將小数点移后兩位；同时將被除数的小数点也移后兩位，全式就化成 0.777÷0.0021＝77.7÷0.21；然后再按定位法：2 位＋1 位－0 位＝3 位，所得的結果与上面一样。

本書后面所举的各种实例，都假定是整数相乘除。讀者在实际应用中逢帶有小数或純小数时，可按上述方法适当定位。

乘法和除法的定位法，不僅是心算用得到，我們更可把它应用到珠算和計算尺中去。計算机一般的定位法是依靠指針，我們熟練了定位法后，也可不必撥动指針，这样就可以節省时間。此外，这种方法間接对檢查錯誤也有帮助，如果發現乘法中積的前几位数字在兩数的前几位数字中間，那就可以肯定是乘錯了。

習 題 二

將下列各題的答数的位数定出來：

1. 628×7,320 得 459696。①
2. 475×256 得 1216。
3. 81.9×10,400 得 85176。
4. 63,700×0.0487 得 310219。
5. 0.00318×0.00225 得 7155。

① 因为答数未經定位，并不可靠，所以不用等号。下同。

6. 7,776÷36 得 216。
7. 129.96÷570 得 228。
8. 30,100÷0.43 得 7。
9. 0.02÷128 得 15625。
10. 0.003003÷0.091 得 33。

三 檢誤法

無可否認,心算的錯誤机会較其他算法多。但只要我們能掌握檢誤的方法,就不难克服这一困难。在通用的檢誤法中,以棄9法为最容易和普遍,現在先將它介紹如下。

1. 棄 9 法

我們試將可被9整除的数取出一部分來研究,如63、729、3,969……等,將它們的各位数字加起來:6+3=9,7+2+9=18,3+9+6+9=27。前者的答数是9,后兩者的答数分别是18、27,假使再將它們的各位数字加起來,1+8=9,2+7=9,最后的結果都是9。

至于不能被9整除的数如62,它的各位数字之和得8,而它除以9的余数也是8;如23,173各位数字之和得7(第一步的和是16,1+6=7。假使第一步的和是兩位数或多位数,我們再要將它各位数字加起來,直到变成一位数为止),而它除以9的余数也是7。

因此我們得出:**將一数的各位数字加起來,直到变成一位数为止,其最后的結果若是9,它一定是9的整倍数;若其最后的結果不是9,那这个結果就是它除以9后的余数。**

我們不管9的倍数而單取它的余数,叫做**棄9法**;其余数簡称为9余数。假使一个数的各位数字之和的最后結果是9,那末

它的9余数是0。

求一数的9余数时，各位数字逢到9可直接抛棄，如3,919，只須算3+1=4就可。更進一步，逢几个数字的和是9时，也可直接抛棄，如218,463，其中1+8、6+3都是9，只須算2+4=6。这样，即使是較長的数字，我們也可很快地求出它的9余数。

現在談一談关于利用棄9法检查答数正誤的几种方法：

Ⅰ. 兩数相加，其和的9余数必等于兩数9余数之和。

例1.	831	（9余数）	3
	173（+	（9余数）	2（+
	1,004	（9余数）	5
例2.	611		8
	293（+		5（+
	904		13（4）

Ⅱ. 兩数相減，其差的9余数必等于兩数9余数之差。

例3.	782	8	
	203（−	5（−	
	579	3	
例4.	442	（1）10	（不夠減时，加上一个9）
	394（−	7（−	
	48	3	

Ⅲ. 兩数相乘，其積的9余数必等于兩数9余数之積。

例5.	923	5
	46（×	1（×
	42,458	5
例6.	315	0
	79（×	7（×
	24,885	0

至于除法，因为有很多数不能被某数除尽，故一般不适用。

習 題 三

求下列各数的 9 余数：

1. 238。　　2. 46,656。

3. 103,754。　　4. 811,698。

利用棄 9 法，檢驗下列各答数的正誤：

5. 473+856 得 1,329。

6. 2,437+638 得 3,075。

7. 8,327−5,476 得 2,851。

8. 43×59 得 2,637。

9. 316×84 得 26,544。

10. 289×754 得 218,906。

2. 棄 9 法的弊病

利用了棄 9 法不一定对答数正誤的檢查有絕对的把握。其中最难檢查出來的就是位置裝錯。

例： 652×25。

我們心算时可將 652 拆成 6、52 兩部來做，6 乘以 25 为15，52 乘以 25 为 13，將它們連接起來并經定位变成答数15,130（讀者看到上面的算法或許会感到茫無头緒，在看完了本書第二章后，就可徹底了解），再用棄 9 法來檢查一下。

$$\begin{array}{r} 652 \\ 25\ (\times \\ \hline 15{,}130 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 \\ 7\ (\times \\ \hline 28\quad(1) \end{array}$$

檢查的結果是合格的，但实际是錯了。我們应將 52 乘以 25 为 13 的 1 加到前面的 15 中去，再定位得 16,300。

为了要补救以上的缺憾，我們就要另外尋求一种檢誤法。

3. 棄 11 法

我們將可被 11 整除的数取出一部分來研究，如352、1,848、19,096……等，將它們从末位数字起，自右至左每隔一位相加；又自末第二位数字起，自右至左，每隔一位相加；然后將第一次所得的和減去第二次所得的和。

352:　　$2+3=5$，$5=5$，$5-5=0$。

1,848:　　$8+8=16$，$4+1=5$，$16-5=11$。

19,096:　　$6+0+1=7$，$9+9=18$，$7-18$ 不够，將 7 加上一个 11 变成 18，$18-18=0$。

可知它們的結果是 0 或是 11 的整倍数。

要是不能被 11 整除的数如 853，也可照上法進行加減：$3+8=11$，$5=5$，$11-5=6$，而 853 除以 11 的余数也是 6。再如 19,081，$1+0+1=2$，$8+9=17$，2 不够減去 17，須加進 11 或其整倍数，一直到够減去为止。$2+11=13$，仍不够減去 17，那末 $2+22=24$，$24-17=7$，而 19,081 除以 11 的余数也是 7。

因此我們得出：

將一数的末位数字起自右至左每隔一位相加之和，減去末第二位数字起自右至左每隔一位相加之和，不夠減时在被減数中加上适量的 11 的整倍数，其結果若是 0 或 11 的整倍数，那末这个数一定是11的整倍数；其結果若不是 0 或 11 的整倍数，在提去最大的 11 整倍数后，所余的就是这一个数除以 11 的余数。

这里还有一种比較簡便的方法。

將数字自右至左每兩位分成一節，如 1848 分成 18 和 48 兩節，19096 分成 1、90、96 三節。事实上我們不須自右至左地分，只須看整个数字的位数若是奇数，則第一節是一位，其余各節都

是兩位；整个数字的位数若是偶数，则所有各節都是兩位。

然后將各節相加，这时只須按照原数順加下去，不必反轉过來了。所得的和若是11的整倍数，它就是11的整倍数；所得的和若不是11的整倍数，在此中提去最大的11整倍数后，所余下的就是它除以11的余数。

例 1. 432,916。

全数共六位（偶数），所以应是兩位一節，43+29+16=88。88是11的整倍数，所以知道432,916是11的整倍数。

例 2. 3,532,875。

全数共七位（奇数），所以第一節应是一位。3+53+28+75=159；再將159按上法分節相加，1+59=60；60中最大的11整倍数是55，60−55=5。所以知3,532,875除以11的余数是5。

在相加时，还可將各節中所包含的11的整倍数直接提去，这样数字就縮小了許多。如例1，43中提去33后得10，29中提去22后得7，16中提去11后得5。10+7+5=22，仍是11的整倍数。結果仍是一样，而方法則簡便得多。

逢到相同兩数連在一起时，可先行棄去后再將它分節相加。

如30,889可想成309，43,775,224可想成4,354，然后再照上述方法進行分節相加。

利用棄11法我們就可檢查答数的正誤。

例 3.

287		（11余数）	1
528	（+	（11余数）	0（+
815		（11余数）	1

例 4.

826		（1）	12	（不夠減时，加上一个11）
634	（−		7（−	
192			5	

例 5.

$$\begin{array}{r} 269 \\ 57\ (\times \\ \hline 15,333 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ 2\ (\times \\ \hline 10 \end{array}$$

我們再看前面 652×25 的例子，積如果是 15,130 就是錯誤的，但用棄 9 法不能檢查出來。現在我們可以改用棄 11 法。

$$\begin{array}{r} 652 \\ 25\ (\times \\ \hline 15,130 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ 3\ (\times \\ \hline 9 \end{array}$$

積的 11 余數应該是 9，而 15,130 的 11 余数是 5，我們就可發現乘錯了。

在乘法檢誤中，我們还可將相乘兩數的 11 余数的積在答数中先行減去，这样又可加快一些速度。如檢查 652×25 得16,300 对不对，先求得答数的 11 余数应該是 9；將 16,300 的后面00先棄去，变成了 163；又在 163 中減去 9 得 154。凡答数中減去了应得的 11 余数后应当是 11 的整倍数，否則就是乘錯。154 是11的整倍数，就說明答数 16,300 是对的。

棄 11 法的特点，就是对位置裝錯的發現特別敏感。

我們有了棄 9 法和棄 11 法，对檢查答数的正誤就有了相当的把握。一般說來，棄 9 法虽是最方便，但不及棄 11 法細致，我們应尽量多用棄 11 法。此外还須注意：相乘兩数中有一个或兩个都是 9 的整倍数时，最好不用棄 9 法；相乘兩数中有一个或兩个都是 11 的整倍数时，最好不用棄 11 法。以免因余数是 0 而檢查不出錯誤。

習 題 四

求下列各数的 11 余数：

1. 5,328。　　2. 814,700。