

分数教学

赵 登 明

河南人民出版社

22

分 数 教 学

赵 登 明

河 南 人 民 出 版 社

一 九 六 三 年 · 郑 州

分 数 教 学

赵 登 明

*

河南人民出版社出版 (郑州市行政区经五路)

河南省书刊出版业营业许可证出字第一号

河南第一新华印刷厂印刷 河南省新华书店发行

*

豫总书号: 3110

787×1092 1/32 • $2\frac{3}{4}$ 印张 • 30,000 字

1964 年元月第 1 版 1964 年元月第 1 次印刷

印数: 1—35,500 册

统一书号: 7105 • 626

定价: 0.21 元

前 言

現用高級小学課本算術第三冊（暫用本）的主要內容是有关分数的运算；第四冊（暫用本）的前一部分，是分数四則混合运算和繁分数。这些部分的特点是：（一）法則較多；（二）理由不太好讲，現在把我过去在这方面教学的点滴体会，根据現用教材的順序和教学大綱的要求，加以整理，系統成冊，供同志們教学中参考。

这本小冊子的主要內容是：（1）詳細闡明分数四則运算的道理。如分数除以分数时，为什么要顛倒除数的分子分母的位置和被除数相乘？（2）提出一些有关分数教学中常常遇到的問題，并加以解释。如提出：乘数为真分数，为什么乘得的积比被乘数要小？除数为真分数，为什么除得的商比被除数要大？（3）指出学生在分数运算中易犯的錯誤。如在运算順序方面或約分方面容易发生的錯誤等。（4）介紹了教儿童解答应用題的方法和步驟，并举出多方面的分数应用題的范例，加以說明和应用。

在編写时，由于个人政治水平和业务能力有限，虽然在主觀上尽了极大努力，但其中的錯誤恐还难免。請同志們多提宝贵意見，以便修正。

赵登明于河南桐柏一中

一九六三年元月

目 次

一、分数的意义

1. 什么是分数..... (1)
2. 分数的产生..... (4)
3. 学习分数的重要性..... (5)
4. 分数和除法的关系..... (7)

二、分数的种类和互化

1. 分数的种类..... (8)
2. 分数的互化..... (9)
3. 约分与通分..... (11)

三、分数加减法

1. 同分母分数的加减法..... (14)
2. 异分母分数的加减法..... (17)
3. 带分数的加减法..... (19)

四、分数乘法

1. 分数乘以整数..... (24)
2. 整数乘以分数..... (26)
3. 分数乘以分数..... (29)
4. 带分数的乘法..... (33)

五、分数除法

1. 分数除以整数..... (34)
2. 整数除以分数..... (37)

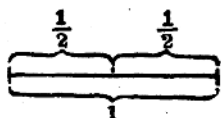
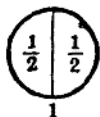
3. 分数除以分数.....	(40)
4. 带分数的除法.....	(46)
六、分数四则混合运算	
1. 分数四则混合运算的顺序.....	(49)
2. 有关分数运算的两个问题.....	(54)
七、繁分数	
1. 繁分数的意义.....	(57)
2. 繁分数的形式.....	(57)
3. 繁分数的解法.....	(58)
八、分数应用题	
1. 分数应用题的种类.....	(60)
2. 教儿童解答应用题.....	(72)
3. 举出范例说明.....	(74)

一、分数的意义

1. 什么是分数

什么是分数，现用高级小学算术课本（暂用本）中是这样解释的：“把单位1平均分成若干份，表示这样的一份或者几份的数，叫作分数。”

例如：把单位“1”平均分成2份，每份叫作它的二分之一，写作 $\frac{1}{2}$ 。

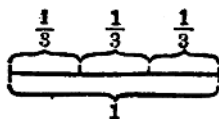


这个“1”不一定是指1个，也可以是指一个集体。如一个班，一个队，一篮苹果等。

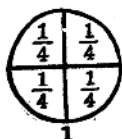
把一个苹果平均分成2份，每份是它的 $\frac{1}{2}$ ；把一个队平均分成2组，每组是它的 $\frac{1}{2}$ ；把一班学生平均分成2行，每行也是它的 $\frac{1}{2}$ 。

又如把单位“1”平均分成3份，每份叫作它的三分之一，

写作 $\frac{1}{3}$ 。



同样的，把单位“1”平均分成4份，每份叫作它的四分之一，写作 $\frac{1}{4}$ ；把单位“1”平均分成5份，每份叫作它的五分之一，写作 $\frac{1}{5}$ ；……



上面所说的 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ ……都叫作分数。

两个四分之一，叫作四分之二，写作 $\frac{2}{4}$ ；三个四分之一，叫作四分之三，写作 $\frac{3}{4}$ ；……

同样的，两个五分之一，叫作五分之二，写作 $\frac{2}{5}$ ；三个五分之一，叫作五分之三，写作 $\frac{3}{5}$ ；四个五分之一，叫作五

分之四，写作 $\frac{4}{5}$ ；……

这里的 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2}{5}$ ， $\frac{3}{5}$ ， $\frac{4}{5}$ ……也都叫作分数。

在分数里，表示把单位“1”平均分成多少份的数目叫作分数的分母；表示所取的份数叫作分数的分子；其中的一份叫作分数的单位。

例如： $\frac{4}{5}$ 表示四个五分之一，也就是把单位“1”平均分成5份，取出其中的4份。这里5是分母，4是分子，其中的一份 $\frac{1}{5}$ ，就是这个分数的单位。

在分数里，横綫下面的数是分母，横綫上面的数是分子，这条綫叫作分数綫。

$$\begin{array}{r} 4 \cdots \cdots \text{分子} \\ \hline \cdots \cdots \text{分数綫} \\ 5 \cdots \cdots \text{分母} \end{array}$$

讀一个分数的时候，要先讀分母，后讀分子，如 $\frac{4}{5}$ 这个分数，就讀作五分之四。

什么是分数，1960年用初級中学課本算术（暫用本）又这样解释过：“分数也可以看成是把几个单位平均分成若干份而得到的結果。”例如，把3斤糖平均分成4份，可得到 $\frac{3}{4}$ 斤。 $\frac{3}{4}$ 这个分数，就是表示每份分得結果的斤数。又如，

把4尺布，平均分成5份，可得到 $\frac{4}{5}$ 尺。 $\frac{4}{5}$ 这个分数，就是

表示每份分得結果的尺数。列出式子，就是：

$$\text{前者为：} 3 \text{ 斤} \div 4 = \frac{3}{4} \text{ 斤，}$$

$$\text{后者为：} 4 \text{ 尺} \div 5 = \frac{4}{5} \text{ 尺。}$$

因而我們可以这样說：整数 a 被自然数 b 除，它們的商可以用分数 $\frac{a}{b}$ 来表示。

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

在整数里我們已經学过，除数不能为零，因而在分数里，分母也不能为零；同时分子也不能为零。

如果一个分数的分母等于 1 时，这个分数就等于它的分子。例如： $\frac{5}{1} = 5$ $\frac{7}{1} = 7$

2. 分数的产生

分数的产生和整数的产生一样，也是随着社会的发展，人类生活和生产的实际需要而产生的。我們可以分作两方面来談：

(1) 由平均分配而产生分数：

原始人类最初是沒有数的观念的，后来由于生活与生产的需要，人們必須要数东西，而产生自然数 1、2、3……。又由于在数东西的时候，发现沒有东西可数，或者是在进行减法运算时而能恰好减尽，在这样的情况下，就出現了“0”，一切自然数和“0”，又都叫作整数。

人們为了生活与生产，进行平均分配的事例是很多的。

例如，几个人合伙猎获了野兽，就要平均分吃，兽皮也需要平均分用。但在平均分吃和平均分用的时候，每人所得的数目，不一定完全能用整数来表示。如4个人合伙猎获了14只野兔，他们每人先分得整3只，可是还有2只剩余下来，这2只每人是分不到整1只，而只能分到半只。在这样的情况下，人们就迫切地需要有表示半个数的新数出现。又如几个人分吃一个西瓜，当然要把西瓜切成小块，平均分配。这时每人并不是吃了整个，但也不是一点没有吃，所以每人吃西瓜的量，既不能用“1”来表示，也不能用“0”来表示。这样也就使人们感觉到仅有整数是不能满足实际生活中的需要的。为了解决这些问题，就需要把单位“1”平均分成若干份，用它的一份或几份来表示。

(2) 由测量而产生分数：

人们在日常生活与生产中，经常需要测量某件东西的长度。例如用手去测量猎枪的长度，用尺去测量绳子的长度等。在测量的时候，所得到的结果，不一定完全能用整数来表示。如有一条绳长8尺有余，而又不足9尺，那末这条绳子的长既不能用“8”来表示，也不能用“9”来表示，但“8”和“9”是两个紧相邻的自然数，在它们中间再没有自然数了。为了用尺的单位表示出来绳子剩余部分的长度，就必须有新的数出现。“分数”就是在这样的情况下，应用而生的。

3. 学习分数的重要性

为什么要学习分数？分数在算术中的重要性表现在哪里？我们可以这样回答这个问题：第一是为了生活与生产的实际需要；第二是为了进一步学好数学奠定基础。虽然进一步学习数学，也是为了解决实际问题，不过前者是指在日常

生活与生产中的直接应用，而后者是指在比較高深的理論学习中的經常应用。下面就分这两方面来談談：

(1) 为了解决生活与生产中的实际問題，就必须学习分数，学好分数。

前面在談分数的产生时，已經說过，分数对于日常生活与生产有着密切的联系。由于平均分配东西，或者測量某物的长度，都会常常遇到分数。这里再說的通俗一点，我們在吃飯的时候，吃饅头的个数，可能是整1个，也可能是半个，或是大半个和小半个。在裁衣的时候，褲子的长度，可能是整3尺，也可能是3尺多或不足3尺。在日常的事务中，有关分数的計算并不比整数的計算少。这是因为在平均分配时，用单位1能恰巧分尽的情况，却是比較特殊的少見的，而不能恰巧分尽的情况，却是一般的常見的現象。在測量某些物件时也是这样，用单位尺能恰巧量尽的情况，却是比較特殊的少見的，而不能恰巧量尽，有剩余或不足，却是一般的常見的現象。因而我們說，为了解决实际問題，学好整数很重要，而学好分数則更重要。

(2) 为了进一步学习高深的数学知識，就必须学习分数，学好分数。

我們知道，数学知識的系統性是很强的，前面的知識是为后面的知識奠定良好的基础。在小学学完算术之后，接着到初中就要学习代数。在代数里，每一章节，都要用到分数的知識。如在有理数一章中，要用到正分数与負分数的計算。在整式一章中，有些系数的計算要用到分数。特别是在分式一章中，与分数的联系就显得更为密切。分式的基本性质和分数的基本性质几乎一样，分式的四則运算法則和分数

的四則運算法則則完全相同。在方程一章中，解得方程的根却常常是分數，尤其關於系數是分數的方程或分式方程，用到分數的知識就更多了。以後的各章或各科，我們就不必詳細多談了。總之是，為了學好比較高深的數學知識，就必須先學好基礎知識，也就是算術知識，特別是其中的有關分數的知識。

4. 分數和除法的关系

一個整數除法的式子，可以用分數形式來表示。就是：

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \frac{\text{被除数}}{\text{除数}} = \frac{\text{分子}}{\text{分母}}$$

反過來，一個分數（若為帶分數應先化成假分數）的式子，也可以改用除法形式來表示。就是：

$$\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \text{分子} \div \text{分母} = \text{被除数} \div \text{除数}$$

分子相當於被除數，分母相當於除數，分數綫相當於除號。

我們在講過分數的四則運算後，進行系統複習時，一定要把分數綫的兩種含義交代清楚：第一、分數綫含有“除”的意思，如 $\frac{4}{5}$ ，就有 $4 \div 5$ 的含義；第二、分數綫有時也含有

“括號”的意思，如 $\frac{1+2}{5}$ ，就等於 $(1+2) \div 5$ 。後一點，

還必須特別強調指出，以免他們到初中學習代數時，對於分式的運算，出現如下的錯誤：

$$\frac{x-2}{3x} - \frac{x-3}{3x} = \frac{x-2}{3x} + \frac{-x-3}{3x} = \frac{x-2-x-3}{3x}$$

二、分数的种类和互化

1. 分数的种类

分数的种类有三：真分数、假分数与带分数。

“分子比分母小的分数，叫做真分数”。很明显，所有的真分数的值都小于单位1。例如：

$$\frac{7}{8} < 1 \quad \frac{15}{16} < 1$$

“分子和分母相等，或者分子比分母大的分数，叫做假分数”。很明显，所有的假分数的值不是等于单位1，就是大于单位1。例如：

$$\frac{8}{8} = 1 \quad \frac{9}{8} > 1$$

学生在回答什么叫做假分数的問題时，往往只注意了“分子比分母大”，而忽略了“分子和分母相等”这一方面，因而他們的回答是不够完整的。我們在教學时，一定严格要求学生，使他們在回答假分数的定义时，要說出它的两个方面：①分子比分母大；②分子和分母相等。

“一个整数和一个分数合成的数，叫做带分数”。带分数的分数部分，可能是真分数，也可能是假分数。例如：

$5\frac{3}{4}$ 和 $7\frac{5}{2}$ 等，都叫做带分数。这一点，也必须明确地教給

学生。很明显，所有的带分数的值，都大于单位1。

2. 分数的互化

关于分数的互化，主要有以下四种：

(1) 假分数化成整数（在能整除的情况下），化的方法是用分母去除分子，所得的商就是整数。例如：

$$\frac{6}{2} = 6 \div 2 = 3 \quad \frac{100}{20} = 5$$

(2) 假分数化成带分数（在不能整除的情况下），化的方法是用分母去除分子，所得的商是带分数的整数部分，所得的余数是分数部分的分子，分母不变。例如：

$$\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2\frac{1}{4} \quad \frac{155}{12} = 12\frac{11}{12}$$

(3) 整数化成假分数，化的方法是用所指定的分母做分母，用分母和整数的乘积做分子。例如：

$$2 = \frac{3 \times 2}{3} = \frac{6}{3} \quad 6 = \frac{5 \times 6}{5} = \frac{30}{5}$$

(4) 带分数化成假分数，化的方法是用原来的分母做分母，用分母同整数的乘积，加上原来的分子所得的和做分子。例如：

$$2\frac{1}{4} = \frac{4 \times 2 + 1}{4} = \frac{9}{4} \quad 4\frac{2}{3} = \frac{3 \times 4 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

计算熟练以后，中间的计算过程就不必写出来。

假分数化成整数或者带分数，比较容易。教师只要按照课本中的例题，先讲明道理，然后再让学生牢记方法。掌握其中的规则是“用分母去除分子”，日后在运用时，问题不大。

整数化成假分数，就稍为困难一些，这是由于所化的假

分数的分母有灵活性，需要学生根据题目的情况自己来决定。

至于带分数化成假分数，那就比较困难了，这是因为在所得的假分数的分子部分中，需要用到原来的带分数的整数部分、分母和分子。在学过分数乘法以后，有时学生容易把带分数化成假分数和整数乘以分数的法则混为一谈。误认为带分数化假分数的法则是用分数的分子和整数相乘的积做分子，分母不变。如他们就会错误地把 $7\frac{1}{2}$ 化成 $\frac{7 \times 1}{2} = \frac{7}{2}$ ，

把 $4\frac{3}{5}$ 化成 $\frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$ 。

我们在教带分数化成假分数时，除了按照课本中的叙述讲明道理外，并可在讲完同分母分数的加法后，对它再来一次复习和巩固。也就是利用同分母分数的加法运算，把带分数化成假分数的道理再讲一遍。如 $7\frac{1}{2}$ 就是表示 $7 + \frac{1}{2}$ 的意

思，把其中的整数 7 先化成分母是 2 的假分数，就得 $\frac{2 \times 7}{2} + \frac{1}{2}$ ，然后根据同分母分数的加法运算得 $\frac{2 \times 7 + 1}{2}$ ，把它系统

起来看，就成 $7\frac{1}{2} = \frac{2 \times 7 + 1}{2}$ 。这就会使学生更明确了带分

数化成假分数为什么要用原来的分母做分母，用分母同整数的乘积加上原来的分子所得的和做分子的道理。

另外，还有两种关于分数的互化方法，即 (1) 整数化成带分数，和 (2) 带分数化成整数，课本中并未和以上四种化

法并列的提出来，而是結合分数加减运算提出的。

(1) 整数化成带分数，化的方法是先从整数中取出 1 或 2 或 3 ……（整数应大于被取出的数），化成假分数，然后和剩下的整数写在一起，組成带分数。如整数 5 可以化成 $4\frac{8}{8}$ 、 $3\frac{16}{8}$ 、 $2\frac{9}{3}$ 等等。高小第三册課本第 50 面的例 3 中，

就用到了这种化法。在日后的运算中，也常常的用到它。

(2) 带分数化成整数的方法，也常常用到。由于有些运算的结果是带分数，而且这个带分数的分数部分又是个假分数，这就需要再行化简，因而就会出现須要把带分数化成整数的情况。如带分数 $4\frac{8}{8}$ 可化成整数 5，带分数 $7\frac{4}{2}$ 可化成整数 9 等等。

須要指出一点，分数的互化只能說是分数的恒等变形，而不能說是分数的四則运算。但它却是分数四則运算的“基石”，必須把它学习好，掌握住。

3. 約分与通分

分子和分母只有公約数 1 的分数，叫做最簡分数。把一个分数化成和它等值的最簡分数，叫做約分。

約分的理由，是以分数的性质“分数的分子和分母同被一个数（零除外）乘或除，分数的大小不变”作基础的。

約分的方法有两种，就是逐次約分和一次約分。

(1) 逐次約分：分別用分子和分母的公約数（1 除外）逐次約簡。例如：

$$\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$