

运筹学方法及其 BASIC 语言程序

王修才 杨冰涯 编著

W
A
S
I
C

YUNCHOUXUE
FANGFA
JIQI
BASIC
YUYAN
CHENGXU

上海科技教育出版社

内 容 提 要

本书除全面系统地介绍了运筹学各个分支的理论和方法外,还介绍了与之相应的计算机程序。计算机程序的介绍详尽清晰,先给出逻辑框图,然后列出程序清单,并说明程序中各个输入输出量的物理意义。全部程序采用易于掌握的 BASIC 语言,每个程序均在普及型微机 APPLE-II 或 IBM-PC 上运行通过。

运筹学方法及其 BASIC 语言程序

王修才 杨冰涯 编著

上海科技教育出版社出版、发行

(上海冠生园路 393 号)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 17.75 字数 424,000

1989 年 12 月第 1 版 1989 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—2,000 本

ISBN 7-5428-0087-6

G·88

定价: 6.00 元

序

运筹学主要考虑如何用数学方法研究在一项活动中人力和物力的运用和筹划,以找出好的决策方案。其目的,是为决策者作出最佳的抉择提供科学的依据。因此,运筹学所研究的问题常常是以“最优化”的方式出现的。运筹学作为解决实际问题的工具,它在诸如经济规划,生产管理,工程设计,城市布局,农田利用,能源开发,环境污染,交通运输,科学实验,军事作战,以及社会科学等方面均有着广泛的应用。

运筹学是近四十年来才发展起来的一门新兴学科。由于它在解决实际问题中所产生的巨大的经济和社会效益,目前,在工业发达的国家,运筹学在各行业、各部门的应用已相当普遍。在我国,随着经济建设的发展,如何应用运筹学去解决合理地使用有限的资源和人力,最大可能地提高经济效益的问题,已越来越受到各方面的重视,并且在近几年已取得了一定的效果。很显然,运筹学在我国有着广阔的应用前景!

求解实用的运筹学问题,一般需要经过大量而复杂的数值计算,电子计算机是不可缺少的工具。因此,人们若想通过学习以把运筹学用于解决实际问题,那末除了要掌握各种常用的运筹学方法之外,还应该同时熟悉这些算法的计算机程序。为此,本书的两位作者编写了这册介绍运筹学方法及其计算机程序的书。目的是使

读者在掌握各种基本而又常用的运筹学方法的同时，通过计算例题学会用计算机程序解题。本书以较简练的叙述介绍运筹学的每一个方法的原理和算法步骤，并均附有相应的 BASIC 语言程序和算例以及计算机求解的结果。学习者在理解方法步骤的基础上，若能利用书中的程序对所举例题在微机上进行验算，相信对于掌握和巩固所学的方法，进而把它们用于解决实际问题是有裨益的。我想，这或许是本书的作者希望于读者的。

上海交通大学 胡毓达谨识

1986 年 7 月 24 日

前 言

在加强宏观控制、微观搞活的前提下,把现代化的管理理论与先进技术有机地结合起来,搞活大、中企业,为国民经济各个领域服务,已成为客观需要,势在必行。为顺应这一形势,我们将运筹学方法与计算机技术相结合,并在几年教学实践的基础上,编著了《运筹学方法及其 BASIC 语言程序》一书,试图在运筹学原理与现代计算机技术之间架起一座桥梁,为更多的科技工作者提供方便。希望本书的问世能为中华大地的经济腾飞稍尽绵薄之助,那是笔者的心愿。

运筹学把许多社会现象或自然现象抽象概括为数学模型,用数学模型反映事物的特征和相互联系,揭示影响事物的各种变量及其相互关系。借助于这种手段可以定性分析过渡到定量分析,从主观经验决策过渡到客观决策,特别是与计算机技术的结合,使运筹学如虎添翼,原来传统方法望洋兴叹的多变量、多约束规划求解问题变得轻而易举了。人们把计算机在管理上的应用誉为“信息革命”,计算机辅助企业管理在我国社会主义四化建设中必将发挥出巨大的作用。

本书共有十七章,几乎涉及运筹学的各个分支。主要有以下九个方面的内容:

1. 线性规划 当最优化问题的约束条件是线性等式或线性

不等式,而且目标函数也为线性函数时,称为线性规划。线性规划是运筹学应用最为广泛的分支,常应用于生产计划,运输安排,投资分析,厂址选择,原料配比,物资分配,报价分析等。概括起来不外乎解决两类问题:其一是如何以最小代价(或消耗)完成已定任务;其二是如何在现有条件下获得最大经济效益。本书的第一、二、三章讨论的内容均属于这个范畴。

2. 非线性规划 由于约束优化的迅速发展,非线性规划已成为运筹学中的重要分支,其中研究较多的是约束条件为线性,目标函数为非线性的问题。例如,为了把越来越多的产品销售出去,价格必须下降,结果出现了非线性目标函数,这就需要用非线性规划处理。目前,非线性规划在各种优化设计,管理科学,质量控制等方面得到了越来越广泛的应用。本书的第五、六、七、八、九各章详细地讨论了这些问题。

3. 动态规划 不是象线性规划那样静态地考虑问题,而是考虑了时间因素。它更适合于多阶段决策,例如确定最优的设备更新策略,安排设备维修,评价投资机会,确定利息策略等。本书第十章讨论了这些内容。

4. 目标规划 当决策者事先能给出所追求目标的目标值的情况下,目标规划是选择满意方案的理想工具。若一个系统存在多个目标,则可按其在问题中的重要程度进行分层,在前一层次的目标实现后,考虑后一层次的目标。属于同一层次的目标又可赋以不同的权值。目标规划的一个特点是,其中的正、负偏差刻画了目标超过或未达其目标值的程度,为决策者提供了信息。本书第四章给出了这方面的内容。

5. 库存论 库存论主要研究在确保企业正常生产情况下,如何确定安全存货量、经济定货量、最佳定货次数、最佳供应天数,以使总费用最少。书中第十章讨论了这个问题。

6. 排队论 排队现象比比皆是,生活中就餐、看病、买菜,生产上原料供应、产品销售、发放工具、产品检验、车间作业排序等都存在“顾客”请求“服务”和“服务台”服务问题。排队系统由输入流(顾客)、排队规则和服务台三部分组成。排队规则有先到先服务或优先服务等,服务台有单窗口,多窗口之分。排队论是研究大量服务过程的数学模型,并根据其特点,制定最佳服务系统和工作质量。本书的第十二章和第十六章分别讨论了这些内容。

7. 图论及网络计划 图论是运筹学的重要分支。应用图论方法进行工程项目管理,效果十分明显。本书第十一章介绍了图论中几种常见的网络图,其中每一种网络图都有其实际背景。例如,最短路径问题,最大流问题,旅行推销员问题。

网络计划应用最多的有关键路线法(CPM)和计划评审法(PERT),网络计划的基本原理是利用网络模型表达某个工程各项活动的相互联系和相互制约的逻辑关系。通过计算关键路,并通过动态平衡不断改善网络计划,选择最优方案,以便在计划执行过程中有效地进行监督,从而达到以最少的消耗取得最大的效益,本书第十三章讨论了这些内容。

8. 决策论 决策正确与否,往往关系到事业成败。决策类型分确定型,风险型和非确定型。确定型决策,各种方案与目标之间有明确的数量关系,而且可由决策者控制,例如投资安排,物资分配等。风险型决策,方案与目标间有相关关系,但方案存在两种以上的自然状态,每种状态可通过概率,统计,预测求出,从而选取最优方案。非确定型决策,可根据预测和主观概率进行判断选优。用决策树方法,可一目了然,总揽全局,列出全部决策方案和可能出现的各种自然状态,它对单阶段和多阶段决策均适用。例如投资方案选择,建厂规模确定,评价引进与自制等。本书第十四章讨论了这些内容。

9. 对策论 对策论也称博弈论, 不仅可应用于下围棋, 打桥牌和球类比赛, 而且也可用于军事, 侦察, 谈判, 市场竞争等各个领域。整个对策过程需要进行一系列决策。对策对象必须具备“局中人”, “策略”和“对策得失”三要素。对策双方, 一方胜, 另一方必负。一般采取损益矩阵进行定量计算。本书第十五章讨论了这些内容。

10. 马尔柯夫链分析 就系统而言, 马尔柯夫链分析和排队论属随机系统, 而马尔柯夫过程着重研究随机过程的转移概率和该过程的遍历性, 该过程不仅在市场管理方面有很大的指导作用, 而且在生物工程, 社会科学等方面都有实用意义。本书第十七章介绍了马尔柯夫链的分析方法及应用实例。

本书材料的组织安排上。根据我们的教学体会, 一般扣住如下几个环节:

1. 在具体介绍每个算法之前, 先把该算法的基本思路用比较直观的形式给予描述, 尽管有些章节用了稍多的数学知识, 若一时难懂, 也不影响对方法的掌握。

2. 为便于读者理解程序思路, 一般都给出实现程序的逻辑框图。

3. 列出程序清单, 并说明该程序的输入, 输出量的物理意义; 最后给出程序运行实例。

4. 为帮助读者消化正文和掌握程序使用方法, 每章后都附有适量习题。

为便于运筹学方法的学习推广应用, 本书全部程序均采用易于掌握的 BASIC 语言进行编写, 并且每个程序都在普及型微机 APPLE-II 或 IBM-PC 上运行通过。这无疑对广大大、中、小企业和初步掌握 BASIC 语言的科技工作者是十分相宜的。

本书承蒙上海交通大学应用数学系胡毓达教授提出许多宝贵的修改意见, 并检验了书中所有的程序。在此, 特表示衷心感谢。

本书第一、二、三、四、十、十一、十二、十三、十四、十五各章由上海市闸北区业余大学杨冰涯执笔；第五、六、七、八、九、十六、十七各章由上海师范大学计算机系王修才执笔并担任全书的统稿工作。限于笔者业务水平，加上时间短促，书中谬误在所难免，敬请读者指正。

目 录

序

前 言

第一章 线性规划	1
§1 线性规划的基本概念及几何解法	1
§2 单纯形方法	8
§3 单纯形法的推广	13
§4 单纯形法的 BASIC 语言程序	21
§5 对偶规划与对偶单纯形法	27
§6 对偶单纯形法的 BASIC 语言程序	37
习题	39
第二章 运输问题与任务分配问题	42
§1 运输问题	42
§2 求解运输问题的 BASIC 语言程序	56
§3 任务分配问题	61
§4 匈牙利法的 BASIC 语言程序	68
习题	72
第三章 整数规划	74
§1 整数规划的模型	74
§2 分枝定界法	77
§3 用隐枚举法解 0—1 整数规划问题	81
§4 隐枚举法求解 0—1 整数规划问题的 BASIC 语言程序	85
§5 用割平面法求解整数规划问题	92
§6 用割平面法求解整数规划问题的 BASIC 程序	97
习题	101
第四章 目标规划	103

§1 目标规划的基本概念与构模	103
§2 目标规划的解法	108
§3 求解目标规划问题的 BASIC 语言程序	115
习题	119
第五章 非线性规划的基本概念和一维搜索	121
§1 什么是非线性规划?	121
§2 一元函数的极值问题	125
§3 多元函数的极值问题	126
§4 目标函数的凸性讨论	130
§5 非线性规划解法的一般描述	133
§6 搜索区间的确定及 BASIC 语言程序	136
§7 黄金分割法及 BASIC 语言程序	140
§8 二次插值法(或抛物线插值法)及 BASIC 语言程序	144
§9 三次插值法及 BASIC 语言程序	149
习题	154
第六章 无约束极值问题的解法——直接法	156
§1 坐标轮换法及 BASIC 语言程序	157
§2 步长加速法及 BASIC 语言程序	162
§3 顺序单纯形法	170
习题	179
第七章 无约束极值问题的解法——解析法	180
§1 最速下降法及 BASIC 语言程序	180
§2 共轭梯度法及 BASIC 语言程序	188
§3 变尺度法及 BASIC 语言程序	198
习题	210
第八章 有约束极值问题的解法(一)	212
§1 画格法及 BASIC 语言程序	213
§2 随机试验法及 BASIC 语言程序	219
§3 随机方向搜索法及 BASIC 语言程序	225
习题	236
第九章 有约束极值问题的解法(二)	238
§1 等式约束条件下的拉格朗日乘子法及 BASIC 语言程序	239

§2 不等式约束条件下的拉格朗日乘法及 BASIC 语言程序 ...	246
§3 惩罚函数法和障碍函数法	251
§4 组合惩罚函数法及 BASIC 语言程序	261
习题	273
第十章 动态规划	275
§1 多阶段决策过程	275
§2 动态规划的基本概念与基本原理	277
§3 最短路线问题的 BASIC 语言程序	282
§4 资源分配问题及其 BASIC 语言程序	285
§5 生产计划与库存最优化问题及其 BASIC 语言程序	293
习题	303
第十一章 图论	305
§1 基本概念	305
§2 树	308
§3 求最小生成树问题的 BASIC 语言程序	311
§4 最短途径问题	313
§5 求最短途径问题的 BASIC 语言程序	315
§6 欧拉图与哈密尔顿图	319
§7 旅行推销员问题的分枝定界法 BASIC 语言程序	326
§8 最大流	334
§9 最大流问题的 BASIC 语言程序	339
习题	342
第十二章 排序问题	345
§1 N 个零件在两台机器上加工的排序问题	345
§2 N 个零件在两台机器上加工的排序问题的 BASIC 语言 程序	348
§3 N 个零件在三台机器上加工的排序问题	349
§4 N 个零件在三台机器上加工的排序问题的 BASIC 语言 程序	354
习题	358
第十三章 统筹方法	360
§1 确定型的统筹方法	360

§2 非确定型的统筹方法	370
§3 统筹方法网络图的 BASIC 语言程序	374
习题	381
第十四章 决策论	384
§1 决策问题的概念	384
§2 非确定型决策	385
§3 风险型决策	387
§4 风险型决策问题的 BASIC 语言程序	398
习题	401
第十五章 对策论	403
§1 对策现象与几个概念	403
§2 纯策略及其解法	405
§3 混策略及其解法	407
§4 $n \times m$ 阶矩阵——布朗及 (Brown) 算法	413
§5 布朗算法的 BASIC 语言程序	415
习题	419
第十六章 排队论	421
§1 一些基本概念	421
§2 几种排队系统的分析及 BASIC 语言程序	434
习题	471
第十七章 马尔柯夫过程与马尔柯夫链分析	473
§1 马尔柯夫过程	473
§2 马尔柯夫链分析及 BASIC 语言程序	481
§3 马尔柯夫链分析法的非市场分析例	496
习题	498
附录一 线性代数初步知识	500
§1 矩阵	500
§2 行列式	505
§3 转置矩阵、逆矩阵及其 BASIC 语言程序	508
§4 线性方程组及其 BASIC 语言程序	514
§5 二次型	522

附录二 概率初步知识	525
§1 基本概念	525
§2 条件概率 事件的独立性	529
§3 全概率公式与贝叶斯公式	531
§4 随机变量及其分布	533
§5 随机变量的数学特征	541
§6 随机数的产生及其 BASIC 语言程序	544

第一章 线性规划

§ 1 线性规划的基本概念及几何解法

1. 问题的提出及基本概念

(1) 先举几个简单的例子来说明什么是线性规划及其数学模型

例 1-1 某一家工厂生产甲、乙两种产品，每件产品所耗费的材料、产值，及该厂所储有的原料见表 1-1：

表 1-1

	所耗钢材(公斤/件)	所耗煤(公斤/件)	产值(元/件)
甲	2	2	20
乙	3	1	15
工厂原料储量	钢材 600 公斤	煤 400 公斤	

现要确定甲、乙两种产品应生产多少件，才能使该厂的总产值最大。

设 甲、乙两种产品分别应该生产 x_1 和 x_2 件。现所追求的目标是使总产值最大，所以可写出实现目标的函数 $z=20x_1+15x_2$ ，但原材料必须受 $2x_1+3x_2\leq 600$ (钢材)， $2x_1+x_2\leq 400$ (煤) 的限制。这就是一个具有约束的极值问题，也可表示为：

$$\max z=20x_1+15x_2 \quad (\text{总产值最大})$$

$$\text{s.t.} \quad 2x_1+3x_2\leq 600 \quad (\text{钢材限制})$$

$$2x_1+x_2\leq 400 \quad (\text{煤的限制})$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

这里 $\max$ 表示求极大值, $s.t.$ 是英文 **subject to** 的缩写, 是“受约束于”的意思, x_1, x_2 叫做决策变量, 必须大于等于零。

例 1-2 饲料混合问题 某养鸡场养鸡 1 万只, 用大豆和谷物两种饲料混合喂养。每只鸡每天平均吃混合饲料 1 斤, 其中应至少有 0.22 斤蛋白质, 0.06 斤钙, 其它条件见表 1-2。问应如何混合饲料, 才能使成本最低。

表 1-2

	含蛋白质/斤	含钙/斤	价格/斤
大豆	5.0%	0.2%	0.2 元
谷物	10%	0.1%	0.1 元

设 每天每只鸡吃大豆 x_1 斤, 谷物 x_2 斤, 每天饲料总成本为 z , 根据题意, 我们可构成如下的数学模型:

$$\min \quad z = 0.2x_1 + 0.1x_2 \quad (\text{成本最低})$$

$$s.t. \quad x_1 + x_2 = 10000 \quad (\text{养鸡总数})$$

$$0.05x_1 + 0.1x_2 \geq 10000 \times 0.22 \quad (\text{蛋白质需要量})$$

$$0.002x_1 + 0.001x_2 \geq 10000 \times 0.06 \quad (\text{钙需要量})$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

这里, $\min$ 表示求极小值。

例 1-3 合理下料问题 用长 7.4 米的钢材来做 100 套钢筋架子, 每套架子需 2.9 米、2.1 米和 1.5 米的钢筋各一根。问最少需要多少根 7.4 米的钢材才能完成这项任务?

解 由于每根钢材长只有 7.4 米, 而所需的钢筋为 2.9 米、2.1 米、1.5 米三种规格各 100 根, 现在的关键是怎样截取为最合理(即余料最少)。

如果我们设 x_i 是按第 i 种方法截取钢材的根数, 则对各种可

能截取方法所产生的残料可列表 1-3:

表 1-3

所截长度	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	所需根数
2.9 米	2	1	1	1	0	0	0	0	100
2.1 米	0	0	2	1	2	1	3	0	100
1.5 米	1	3	0	1	2	3	0	4	100
残 料	0.1	0	0.3	0.9	0.2	0.8	1.1	1.4	

如果设 z 是截取下来的残料总长度, 则问题可构成如下的数学模型:

$$\min \quad z = 0.1x_1 + 0.3x_3 + 0.9x_4 + 0.2x_5$$

$$+ 0.8x_6 + 1.1x_7 + 1.4x_8 \quad (\text{残料最少})$$

$$\text{s.t.} \quad 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 100 \quad (2.9 \text{ 米长度的根数})$$

$$2x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 + 3x_7 = 100 \quad (2.1 \text{ 米长度的根数})$$

$$x_1 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 + 3x_6 + 4x_8 = 100 \quad (1.5 \text{ 米长度的根数})$$

$$x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (\text{整数})$$

例 1-4 某药厂生产 A 、 B 、 C 三种药物, 可供选择的原料有甲、乙、丙、丁四种, 成本分别每公斤 5 元、6 元、7 元和 8 元, 每公斤不同的原料所能提供的各种药物见表 1-4:

表 1-4

原 料	A 药	B 药	C 药
甲	1	5	2
乙	1	4	1
丙	1	5	1
丁	1	6	2

药厂要求每天生产 A 药恰好 100 克, B 药至少 530 克, C 药不超过 160 克. 要求选配各种原料的数量, 既能满足生产需要, 又使总的