

Basic Theory of Fluids Flow
in Porous Media

渗流理论基础

郭东屏 张石峰 著

陕西科学技术出版社

渗流理论基础

郭东屏 张石峰 著

陕西科学技术出版社

(陕)新登字第002号

内容提要

本书深入、系统、严谨地论述了液体在多孔介质中渗流的基本理论。包括饱和渗流基本理论,非饱和渗流基本理论,流体动力弥散与能量输运基本理论,及有关的流体力学基本理论。其中包含着作者多年教学、科研成果的结晶。全书包括了近代渗流理论中最重要、最基本、最适用的精华内容。论述深入浅出,严谨易懂,很适合我国读者掌握渗流理论的需要。

本书可作为水文地质与工程地质、农田水利、水资源开发利用、环境保护、水利水电工程、给水排水、岩土工程、油田开发等专业的大学教材或教学参考书,更适宜作为研究生教材,也可供高校有关专业的中青年教师及众多的勘测、设计、科研技术人员参考。

渗流理论基础

郭东屏 张石峰著

陕西科学技术出版社出版发行

(西安北大街131号)

西安地质矿产研究所印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 16印张 37万字

1994年4月第1版 1994年4月第1次印刷

印数:1-1000

ISBN 7-5369-2062-8/O·57

定 价:16.00元

序 言

渗流理论是一门应用范围很广的基础理论学科。它在水文地质与工程地质、农田水利、水资源开发利用、给水排水、环境保护、岩土工程、水利水电工程、油田开发,乃至生物流体力学等广阔的领域里,都有着重要的用途。近二三十年来,渗流理论这门学科发展很快。新中国成立后,我国有关专家学者在渗流理论及其应用方面,开展了不少出色的研究工作,取得了长足的进步和发展,出了一批很好的成果,培养了一批出色的人才,缩小了与发达国家的差距,对祖国的经济建设事业做出了很大的贡献。但是,目前国内颇有影响的渗流理论专著,基本上都是翻译外国学者的作品。特别是J. Bear的《多孔介质流体动力学》更倍受推崇。而国内学者在这方面的专著却是较少的。同时,作者在工作中常见到某些由于对渗流理论若干基本内容的理解存在这样那样的问题而产生的不良后果。也听到一些中青年同志反映,他们在阅读国际权威学者的渗流理论经典著作时,常碰到诸多困难。由此深感很有必要在吸收、消化、借鉴国内外学者现有成果的基础上,结合作者多年从事这方面教学和科研工作所积累的经验、体会和成果,加以系统地总结和提高,出一本深入系统、严谨易懂、能够反映近代渗流理论水平与其核心内容的渗流理论专著,以期为解决上述问题做点贡献。这是作者撰写本书的第一个意图。

另外,我国高等院校不少有关专业的研究生,都在开设《渗流理论》这门学位课程,学生人数愈来愈多。作者多年给研究生讲授这门课程,深感很需要一本适当的教材或教学参考书供他们使用。同时,高校中许多有关专业都在开设《地下水动力学》这门课程。渗流理论是该课程的理论基础。地下水动力学的教学重担,正逐步向中青年教师肩上转移。他们迫切需要提高自己讲授该课程的基础理论水平,这也需要一本便于提高的书。这是作者的第二个意图。

作者长期在西安地质学院、新疆工学院给研究生和本科生讲授《渗流理论》、《地下水动力学》、《地下水水质模拟》、《有限元分析》、《地下水流数值模拟》、《计算物理》、《计算流体力学》及《油场模拟》等课程,并开展了相应的科研工作。从而对近代渗流理论的基本框架、理论体系、要点难点及有关的数学物理方法,就比较熟悉,对国内外这方面的文献资料就有了较多的接触和了解,并积累了大量的讲稿、资料和成果。由于这些背景,才使作者撰写这本《渗流理论基础》的愿望得以实现。

作者认为,本书有以下几个特点:

1. 本书包括了近代渗流理论学科中最重要、最基本的内容。论述既注重系统性和严密性,又力求深入浅出,易于接受,是作者多年科研教学成果的结晶。

2. 引进了近代渗流理论体系中若干新内容、新成果、新观点和新方法。对多孔介质中流体动力弥散理论,能量输运理论,非饱和渗流理论,饱和-非饱和渗流理论等重要课题,都作了较深入、较系统的论述。很适合我国读者系统掌握近代渗流基本理论的需要。

3. 着力于提高读者对渗流理论中若干基本问题本质的理解和认识。特别突出了流体和溶质的质量守恒关系及各类控制方程在渗流基本理论中的地位,大大加强了这些方面的论

述和分析;突出了运用渗流基本理论正确建立各类渗流数学模型的重要性,加强了这方面能力的培养和训练。结合作者多年教学和科研实践,举出了若干正、反面的实例,以利于提高读者的鉴别能力。

4. 各章节后面都给有思考题,其数量较多,并有一定深度,有利于提高读者对基本理论的深入理解,提高解决实际问题的能力。

5. 取人之长,补人之短,对某些文献中若干论述不适当或失误之处,作了必要的修正。

经过多年辛勤的耕耘,本书终于与读者见面了!愿将她献给有关专业的广大中青年科技工作者,中青年高校教师,研究生,和有志于学习渗流理论的大学高年级学生及其他有兴趣的读者。该书能否达到预期目的,期待着读者评说。书中若有不妥乃至错误之处,恳请读者批评指正。

作者

1992年3月

目 录

第一章 引论

§ 1—1 概述	(1)
§ 1—2 多孔介质与连续介质	(2)
一、多孔介质	(2)
二、流体连续介质与多孔连续介质	(3)
§ 1—3 渗流诸物理量的定义	(5)
§ 1—4 液体与多孔介质骨架的主要物理性质	(6)
一、液体的基本特征与主要物理性质	(6)
二、多孔介质骨架的主要物理性质	(9)
§ 1—5 作用于流体和骨架上的力	(12)
一、作用于流体的力	(12)
二、作用于骨架上的力	(13)

第二章 渗透的流体力学基础

§ 2—1 流体静力学基础	(14)
一、静水压强及其特性	(14)
二、重力作用下液体的平衡	(16)
§ 2—2 流体运动学基础	(21)
一、描述液体运动的两种方法	(21)
二、稳定流与不稳定流	(26)
三、迹线、流线、流管	(27)
四、过水断面、元流、总流	(30)
五、均匀流与非均匀流、缓变流与急变流	(30)
六、一、二、三维流	(31)
七、势流与涡流概念	(32)
§ 2—3 流体动力学基础	(33)
一、运动流体中质点的应力状态	(33)
二、系统与控制体、雷诺输运定理	(35)
三、连续性方程	(38)
四、运动方程	(41)
五、能量方程(Bernoulli 方程)	(44)
六、流动型态、水头损失	(48)

第三章 饱和渗流理论基础

§ 3—1 渗流的达西定律和运动方程	(51)
一、多孔介质的均质、非均质性及各向同性、各向异性的概念	(51)

二、达西(H. Darcy)实验定律及其适用条件	(51)
三、各向同性多孔介质中达西定律的推广	(52)
四、各向异性多孔介质中达西定律的推广	(53)
五、达西定律的理论推导与液体密度 ρ 不为常数时的渗流运动方程	(58)
六、非线性运动方程	(63)
§ 3-2 渗流连续性方程	(64)
一、积分形式的连续性方程	(64)
二、微分形式的连续性方程	(68)
三、具有可变自由面边界情况下的连续性方程	(73)
§ 3-3 流函数、势函数、流网	(75)
一、流函数	(75)
二、势函数	(77)
三、平面流网	(78)
§ 3-4 可压缩多孔介质中以水头为因变量的渗流连续性方程	(83)
一、状态方程	(83)
二、以水头为因变量的渗流连续性方程	(85)
三、几点讨论	(89)
四、关于源汇项问题	(91)
§ 3-5 布西尼斯克方程	(96)
一、潜水面微分方程	(96)
二、布西尼斯克方程	(99)
§ 3-6 定解条件	(111)
一、问题的提出与基本概念	(111)
二、初始条件	(112)
三、边界条件	(113)
§ 3-7 渗流数学模型	(121)
一、正确建立渗流数学模型的若干要点	(121)
二、实例分析	(123)
§ 3-8 叠加原理及其应用	(130)
一、叠加原理	(130)
二、叠加原理应用举例	(133)
§ 3-9 化各向异性介质中的渗流问题为各向同性介质中的渗流问题的一种方法	(150)
一、转化方法	(150)
二、再析各向异性介质中流线与等水头线一般不正交的特性	(151)
第四章 非饱和渗流基本理论	
§ 4-1 有关物理概念的回顾	(153)
一、表面张力	(153)
二、弯曲液面两侧的压强差(毛细压强)	(155)

三、液体与固体的接触及湿润现象	(157)
§ 4—2 非饱和和渗流问题中的几个基本概念	(159)
一、负压、毛细压强水头与测压水头	(159)
二、持水曲线(土壤水分特征曲线)及其多值性	(160)
三、毛细带	(163)
四、给水度与持水度(率)	(164)
§ 4—3 非饱和和渗流基本方程	(167)
一、运动方程(达西定律)	(167)
二、连续性方程与基本微分方程	(168)
三、统一描述饱和—非饱和和渗流的基本微分方程	(171)
§ 4—4 定解条件	(175)
一、初始条件	(175)
二、边界条件	(175)
§ 4—5 数学模型举例与求解难点	(178)
一、数学模型举例	(178)
二、求解难点	(182)
第五章 流体动力弥散理论基础	
§ 5—1 若干基本概念与定义	(183)
一、流体质点及其运动轨迹(迹线)	(183)
二、几种速度的概念	(184)
三、扩散速度与扩散通量	(187)
§ 5—2 水动力弥散现象及其机理	(188)
一、水动力弥散现象	(188)
二、弥散现象的机理与几个相关的概念	(190)
§ 5—3 弥散通量与弥散系数	(192)
一、弥散通量	(192)
二、弥散系数	(193)
三、通过一维弥散实验综合成果分析弥散系数	(196)
四、由弥散系数看弥散现象各向异性的若干表现	(198)
§ 5—4 水动力弥散方程	(200)
一、弥散方程的推导	(200)
二、关于源汇项	(207)
§ 5—5 定解问题的类别与定解条件	(211)
一、溶质运移定解问题的类别	(211)
二、关于溶质浓度(c)的定解条件	(211)
§ 5—6 数学模型及简单问题的解析解	(216)
一、数学模型举例	(216)
二、简单问题的解析解	(219)
三、联合模型问题中的控制方程	(228)

§ 5—7 热量和溶质同时输运问题.....	(230)
一、多孔介质中热量输运的方式与途径	(230)
二、流体连续介质的能量(守恒)方程	(231)
三、描述多孔介质中热量和物质输运的基本方程	(236)
四、多孔介质中热量和溶质输运方程的简化	(238)
主要参考文献.....	(240)

第一章 引论

§ 1—1 概述

流体在多孔介质中的流动称为渗流。水、石油和天然气等都是流体。孔隙岩石、裂隙岩石、孔隙—裂隙岩石等都是多孔介质。研究流体在多孔介质中运动规律及其应用的科学称为渗流力学,又称为多孔介质流体动力学,它是流体力学的一个分支。渗流力学的基本理论通常简称为渗流理论。

在水文地质与工程地质,农田水利,水资源开发利用,水利水电工程,环境保护,给水排水,岩土工程等众多的专业领域内所涉及的渗流问题,主要是地下水在多孔介质中的流动问题。研究地下水在多孔介质中运动规律及其应用的科学,在我国通常称为地下水动力学。本书所谓的渗流理论,指的就是研究地下水在多孔介质中运动规律的基本理论,也就是地下水动力学的基本理论。地下水渗流的基本理论与其他流体渗流的基本理论,在许多方面是相同的或共通的。以地下水渗流问题为重点来讲述渗流理论,是既突出了重点,又顾及了一般的。

渗流理论在水文地质,农田水利,工建建筑,环境保护等众多的专业中都有着广泛的用途。例如,在不少城市的工业用水和生活用水中,地下水占有相当大的比重。地下水水源地允许开采量有多少?需要打多少开采井?井点如何布局方能获得最大的经济效益?长期开采有无后患?会不会引起地面沉降、水质恶化等环境地质问题?显然,如不以渗流理论为指导,进行科学地计算与分析,要回答这些互有联系的问题是不可能的。又如,在农田供水与排水中,在矿区疏干排水与大型建筑的基坑排水中,也碰到适当的井数与井点布局问题,适当的排水沟间距与深度问题,及地下水位降低速度与影响范围等问题。要回答这些问题,没有渗流理论的指导,没有认真、科学的计算,显然也是不可能的。与水工建筑物有关的渗流问题,特别是土坝坝体内渗流的浸润线位置问题,混凝土坝坝基渗流与绕坝渗流中的渗透压问题,渗流速度分布问题,渗流量问题,水—岩相互间的作用力问题等,都与坝体的安全息息相关,是大坝设计与施工中必须回答的重要问题。要解决这些既复杂又重要的问题,没有渗流理论的指导也是不可能的。再如,由于城市工业污水、生活污水的大量排放,农药、化肥、杀虫剂、除草剂的广泛施用,及工业垃圾与生活垃圾的大量堆放等原因,常使地下水受到人为的污染。要预防、预测和控制这类污染,就首先要了解污染物在多孔介质中输运的规律;而这种规律正是近代渗流理论的一个重要组成部分——流体动力弥散理论所研究的内容。

渗流理论这门学科的显著特点是具有鲜明的数学—物理色彩。因为许多专业领域里提出的对地下水进行定量计算(包括水量与水质计算)的任务,都要在渗流理论指导下进行;如理论指导不适当乃至有错误,则计算结果显然是不可靠的甚至是有害的。这就要求对渗流规律的分析与概括,必须建立在可靠的物理规律的基础上,并与精细的数学描述相结合,才能

升华为真正的理论。这就决定了渗流理论中许多成果的导出,都既离不开物理分析,又离不开数学概括,离不开两者间的结合与统一。渗流理论鲜明的数学—物理特色于此已可略见一斑,在后面会看得更加清晰全面。渗流理论的这种特点,决定了它与数学、物理学(特别是力学)、水文地质学等学科有着密切的联系,读者如在这方面有较好的基础,对于掌握这门学科来说是会大受其益的。不过,渗流理论中所涉及的数学、物理知识,大多数都是理工科高等院校学生必学的比较基本的知识,要求具有更深入的数学知识的内容并不多;在这些地方会写得详细些,读者不必畏难。

渗流理论发展到今天,有许多学者都曾作出过很大的贡献。其中最早的当数达西(Henry Darcy),他根据渗透实验资料于1856年提出的实验定律,被后人称为达西定律。直到今天,该定律仍是渗流理论中最基本、最重要的一个定律。他是当之无愧的渗流理论的开拓者和创始人。稍后,19世纪60年代,裘布依(J. Dupuit)以达西定律为基础,研究了地下水的单向稳定运动和平面径向运动。到80年代,福希海默尔(P. Farchheimer)研究了一些较为复杂的稳定渗流问题。后来,原苏联学者茹可夫斯基(Н. Е. Жуковский)导出了具有一般性的渗流微分方程。1904年,布西尼斯克(J. Boussinesq)导出了潜水不稳定运动的微分方程。1935年问世的泰斯(C. V. Theis)井流公式也颇有影响。原苏联学者巴夫洛夫斯基(Н. Н. Павловский)、柯琴娜(П. Я. Полубаринова-кочина)等,在渗流理论及其应用方面,都曾作了许多不朽的贡献。到近代,以色列学者贝尔(J. Bear)在渗流理论的发展方面,做出了许多巨大贡献,在国际上当属近代渗流理论的权威学者。他在70年代初撰写的《多孔介质流体动力学》,是举世公认的近代渗流理论经典著作。

新中国成立后,我国有关专家学者在渗流理论及其应用方面,也开展了不少出色的研究工作,取得了长足的进步和发展。出了一批很好的成果,培养了一批出色的人才,缩小了与发达国家的差距。不过,总的看来,在这个领域内我国与发达国家相比还是有较大差距的,需要作出很大努力才能赶上。我们应从加强基本理论的教学与研究工作做起,造就一代新人,赶超世界先进水平,更好地为祖国的社会主义建设事业服务。

§ 1—2 多孔介质与连续介质

一、多孔介质

多孔介质这个术语,很难给它一个精确的定义。一般说来,具有以下几个特点的物质就称为多孔介质。这些特点是:

1. 该物质是多相体;多相中至少有一相是气相或液相。固相部分称为固体骨架,非固相部分称为空隙(或孔隙)*。
2. 在多相体所占区域中每一点的一个比较小的邻域内,都应有固相颗粒存在。也就是说,固相的分布是遍及整个多相体占据区域的。这就决定了固相的比面(单位体积多孔介质内所有颗粒的总表面积)是较大的,而空隙则是较小的。
3. 空隙空间具有一定的连通性。互相连通的孔隙空间称为有效孔隙空间。

* 本书主要涉及孔隙岩石中的渗流问题,一般都不需要对空隙和孔隙作严格区分。

孔隙岩石、裂隙岩石、孔隙—裂隙岩石都具有上述特点,故前面称它们为多孔介质是正确的。其他如粉笔、砂锅、面包、滤纸等,也都是多孔介质。岩溶地层是一种不典型的多孔介质。

二、流体连续介质与多孔连续介质

1. 流体连续介质:在多孔介质中流体的运动是在空隙空间里进行的。而流体又是由大量运动着的分子组成的。在渗流力学中,我们的最终目的,既不是要确定各个分子的运动规律,也不是要确定在空隙里面流体运动的微观规律,而是要确定流体在多孔介质中平均性质的,即宏观的运动规律。在这里,前面所说的微观是相对于后面说的宏观而言的。试图从分子水平上、或者从微观水平上研究多孔介质中流体的运动,既是不必要的,而且在实际上也是不可能的。然而,微观运动的基本规律是求得宏观运动的基本规律的基础。因此,对微观运动的基本规律,我们还得进行一些必要的研究。

在研究流体微观运动的基本规律时,首先要注意到的问题是,组成流体的诸分子之间是有一定间隙的,并不是连续的。因而,从分子观点来看,关于流体的诸物理量在空间上并不是连续的。这就使得不能应用数学中关于连续函数的理论,来分析解决流动问题。采用经典力学理论来研究大量分子体系的运动,在实际上也是不可能的。幸好,我们关心的是大量分子运动的统计平均规律。因而,如果我们以流体空间中的任一点(P)为中心,圈定出一个适当小的空间区域,取这个小区域内所含各个分子的诸物理量的平均值,作为 P 点相应物理量的值,这样,在流动区域的每个点上,就都有了诸物理量的一个确定的值;对这样的物理量来说,它们在流体空间上是处处有定义的。再假定所论物理量是空间位置及时间的连续可微函数,则就可以应用连续函数等数学理论来分析解决问题。

以 P 点为中心圈定的小区域多小为宜呢?要回答这个问题,我们先来看一下在圈定的区域由大变小、最终变为一个点的过程中,其中单位体积所包含的流体质量(即流体密度)的变化情况(图 1—2—1)。该图是由试验结果作出的。由图可见,当圈定的体积 ΔU 由大变小

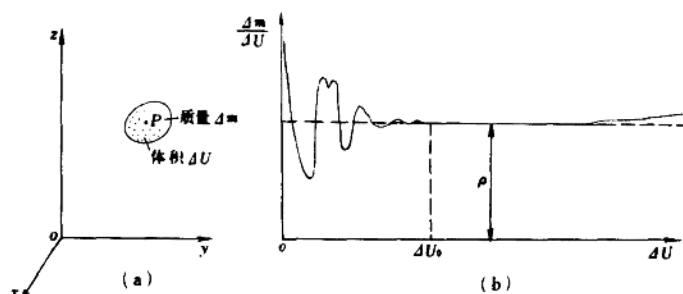


图 1—2—1

时,所求得的流体的平均密度 $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta U}$ 一般也是在变化着的(对于质量在空间上分布不均匀的流体变化更为显著)。但当 ΔU 由充分大逐步收缩到比较小时,在一定范围内, $\rho = \rho(\Delta U)$ 的变幅就很小,实际上可以认为是不变化的;当 ΔU 进一步变小到某一体积 ΔU_0 以下时, $\rho \sim \Delta U$ 关系曲线就大幅度地波动起来。这是因为体积过小时其中包含的分子数目就变得相对

很小,以致它们的随机运动和随机分布使得小于 ΔU_0 的体积内所包含的分子数目表现出随机波动。鉴于上述情况,人们就很自然地将下列极限作为 P 点的密度 $\rho(P)$ 的定义:

$$\rho(P) = \lim_{\Delta U \rightarrow \Delta U_0} \frac{\Delta m}{\Delta U} \quad (1-2-1)$$

这个 ΔU_0 就是上面所说的应圈定的适当小的空间区域的大小。它比起分子间隙来说是充分大的,比起流体占有的整个空间区域来说,则是充分小的。例如,在 10^{-9}mm^3 这样一个从宏观上看来是充分小的体积里,就含有约 3.2×10^{10} 个水分子,可见该体积相对于分子间隙来说是充分大的。同时,把这样的特征体积 ΔU_0 称为数学点 P 处流体的物理点或物质点。把包含在这个特征体积 ΔU_0 内的所有流体分子的总体称为流体质点。由此可见,我们所说的质点,并不是指物质的单个分子,而是占据着一定的空间体积的。我们所说的物理点、物质点是不同于数学点的,它们是有一定大小的。

根据流体质点的上述概念,在流体占有的空间里的每个数学点上,都存在一个质点,因而我们可以说:流体是由连续分布的流体质点组成的。这句话也就是流体连续介质的定义。上面这种把不连续的问题化为连续问题来处理的方法,在力学上称为连续介质方法。在流体力学与水力学中都采用了这种方法。

2. 多孔连续介质:有了流体连续介质的概念,就不难建立起多孔连续介质的概念。如同流体连续介质概念是建立在流体物理点、或质点概念基础上的一样,多孔连续介质概念是建立在多孔介质物理点、或质点概念基础上的。与建立流体物理点的做法相类似,在建立多孔介质物理点概念时,关键也是要在多孔介质空间中的任一数学点 P 处圈定一个适当小的体积 ΔU_0 ,有了 ΔU_0 ,取其内所包含的诸流体质点的某物理量的平均值,作为流体的该物理量在 P 点的宏观值,就实现了从微量到宏观量的过渡。在实际含水层中或在实验室里的多孔介质模型中,用常规方法所观测到的正是这种宏观量。

确定多孔介质的 ΔU_0 的方法与在流体中的做法是类似的。在流体中,我们通过考察 $\rho \sim \Delta U$ 关系曲线确定了 ΔU_0 ;在多孔介质中,由于孔隙率是表征其骨架基本特征的物理量,而是通过考察孔隙率 n 与 ΔU 的关系曲线来确定 ΔU_0 的。图(1-2-2)就是一条 $n \sim \Delta U$ 关系曲线。由图可见,当 ΔU 由充分大逐步缩小到 P 点的过程中,不论多孔介质是均质的还是非均质的,平均孔隙率 $n = \frac{\Delta U_v}{\Delta U}$ (ΔU_0 是 ΔU 中所包含的孔隙体积)都有一个实际上可以认为是常数的区间,例如图中的 $[\Delta U_0, \Delta U']$ 区间;当 $\Delta U > \Delta U'$ 时,非均质介质的 n 值比 $[\Delta U_0, \Delta U']$ 区间内的 n 值呈现出或者偏大、或者偏小的明显变化,均质介质实际上仍保持不变;但当 $\Delta U < \Delta U_0$ 时,不论多孔介质是均质的还是非均质的, $n \sim \Delta U$ 曲线都呈现出很大的波动。这种波动是因为 ΔU 过小时,其中包含的颗粒与空隙相对说来就很少,以致在这个很小的范围内,它们的随机分布的某些不规律性就明显地表现出来了。当 ΔU 小到接近于单个孔隙或颗粒的大小时,这种波动就会更大。 n 值波动区间是 $(0, 1)$ 。若 P 点在孔隙中,则 $\Delta U \rightarrow 0$ 时 $n \rightarrow 1$,若 P 点在颗粒中,则 $\Delta U \rightarrow 0$ 时 $n \rightarrow 0$ 。

鉴于 $n \sim \Delta U$ 曲线的上述特点,人们就很自然地将 P 点的孔隙率定义为:

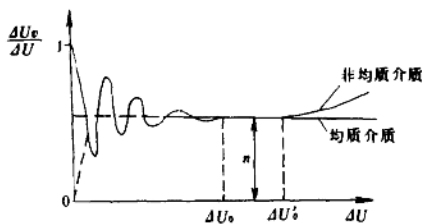


图 1-2-2

$$n(P) = \lim_{\Delta U_0 \rightarrow \Delta U} \frac{\Delta U_0}{\Delta U} \quad (1-2-2)$$

这个 ΔU_0 就是以 P 点为中心应圈定的适当小的体积的大小。它与单个孔隙、单个颗粒及流体物理点相比是充分大的,而与多孔介质所占据的空间区域相比,则是充分小的。在近代多孔介质流体动力学中,称此 ΔU_0 为在数学点 P 处多孔介质的表征性体积单元(简称为表征体元,简记为 REV),也称为在数学点 P 处多孔介质的物理点或物质点。与流体质点的定义相类似,可把包含在 ΔU_0 中的所有流体质点与固体颗粒的总体,称为多孔介质质点。同时,可把包含在 ΔU_0 孔隙中的所有流体质点的总体称为多孔介质中的流体质点,简称作多孔介质流体质点。这样,我们就可以说:多孔介质是由连续分布的多孔介质质点组成的;多孔介质中的流体是由多孔介质流体质点组成的。这两句话也就分别是多孔连续介质与多孔流体连续介质的定义。

表征体元这个概念在近代渗流理论中具有十分重要的意义。它好像是构成多孔连续介质和组建近代渗流力学基本理论体系的“细胞”。通过它,已实现了由不连续介质到连续介质的过渡;通过它,将实现从流体微观物理量到宏观物理量的过渡;通过它,还可实现由流体连续介质运动的基本规律到多孔连续介质中流体运动的基本规律的过渡。

§ 1-3 渗流诸物理量的定义

在建立起多孔连续介质模型后,我们要定义的是与这种模型相应的,即宏观的渗流物理量。前已提及,用常规方法测量到的(例如用测压管测量到的压强水头)正是这种宏观量。相对于这种宏观量,把流体质点的物理量就视为微观量;微观量是与流体连续介质模型相应的物理量。以后我们研究的各种物理量一般都是指宏观量,而不是微观量。因此,除了两种量易于混淆的个别地方外,我们将略去宏观二字。

设 $\dot{a}$ 是流体质点的某种物理量(微观量),则在多孔连续介质中任一点 P 上,渗流的这种物理量(宏观量)定义为在 P 点的表征体元(ΔU_0)的孔隙体积(ΔU_0)上 $\dot{a}$ 的平均值($\bar{a}$) (简记为 a),即

$$\bar{a} \equiv a = \frac{1}{(\Delta U_0)_0} \int_{(\Delta U_0)_0} \dot{a} d(\Delta U_0)_0 \quad (1-3-1)$$

式中 $\dot{a} = \dot{a}(x, y, z, t)$, (x, y, z) 是点的坐标, t 是时间, $(x, y, z) \in (\Delta U_0)_0 \in \Delta U_0$, $(\Delta U_0)_0$ 是 ΔU_0 中包含的孔隙体积。可见,渗流物理量实际上是多孔介质流体质点所具有的物理量。

〔例 1〕 $\dot{a} = \dot{\rho}$ (流体质点的密度,即由(1-2-1)式定义的密度 ρ ,这里为与宏观量区别起见将其表为 $\dot{\rho}$),则多孔连续介质中 P 点流体的密度为

$$\bar{\rho} \equiv \rho = \frac{1}{(\Delta U_0)_0} \int_{(\Delta U_0)_0} \dot{\rho} d(\Delta U_0)_0$$

其中 $\bar{\rho} \equiv \rho$ 恒等式中的 ρ 是 $\bar{\rho}$ 的简记符号,不同于(1-2-1)式中的微观量 ρ ,请注意区别。

〔例 2〕 $\dot{a} = \dot{\mathbf{v}}$ (流体质点的流速),则多孔连续介质中 P 点流体的流速为

$$\bar{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{v} = \frac{1}{(\Delta U_0)_0} \int_{(\Delta U_0)_0} \dot{\mathbf{v}} d(\Delta U_0)_0$$

式中 $\bar{\dot{V}} \equiv \dot{V}$ 是流体在多孔介质孔隙中真实的平均流动速度,通常简称为渗透速度或真速度。另外,在渗流力学中,国内常把孔隙率 n 与 $\dot{V}$ 的乘积,也就是按下式计算的平均速度 $\dot{v}$

$$\dot{v} = n\dot{V} = \frac{1}{(\Delta U_0)_0} \int_{(\Delta U_0)_0} \dot{V} d(\Delta U_0)_0 = \frac{1}{(\Delta U_0)_0} \int_{(\Delta U_0)_0} \dot{V} d(\Delta U_0)$$

称为渗流速度或假想速度。在多孔介质流体动力学的近代著作中,例如 J·贝尔的著作中,把 $\dot{v}$ 更确切地称为比流量,即在单位时间内通过单位多孔介质面积(包括孔隙面积和颗粒面积)的流体的体积。上式中的第三个等号之所以成立,是因为在固相占据的体积 $(\Delta U_0)_0 = (\Delta U_0) - (\Delta U_n)_0$ 中 $\dot{V}$ 恒为零。

〔例 3〕 $\dot{a} = \dot{p}$ (流体质点的压强),则多孔连续介质中 P 点流体的压强为

$$\bar{\dot{p}} \equiv \dot{p} = \frac{1}{(\Delta U_0)_0} \int_{(\Delta U_0)_0} \dot{p} d(\Delta U_0)_0$$

$\dot{a}$ 还可以是流体质点的水头、温度、加速度等,按(1—3—1)式都可求得相应的宏观量。

若将 $\dot{a}$ 表为

$$\dot{a} = a + \bar{\dot{a}}$$

其中 $\bar{\dot{a}}$ 是 $\dot{a}$ 相对于 $a(\equiv \bar{\dot{a}})$ 的偏离量(或称波动量),则 $\bar{\dot{a}}$ 在 REV 上的平均量($\bar{\bar{\dot{a}}}$)显然为

$$\bar{\bar{\dot{a}}} \equiv 0$$

为了简单起见,今后除特别需要的地方外,对微观量与宏观量的符号一般都不再予以区别。例如,密度都用 ρ 表示,速度都用 $\dot{V}$ 表示等等。虽然如此,思想上要分清楚,在流体连续介质中 $\rho, \dot{V}$ 都是指微观量;而在多孔连续介质中, $\rho, \dot{V}$ 都是指宏观量。

§ 1—4 液体与多孔介质骨架的主要物理性质

发生在多孔介质中的地下水渗流现象,显然是与液体和多孔介质骨架两方面的物理性质密切相关的。因此,它们应作为研究渗流现象的基本出发点。

一、液体的基本特征与主要物理性质

液体区别于固体的基本特征是其易流动性。从力学上看,液体分子之间的吸力很小,因而液体不能承受拉力,而且,处于静止状态的液体也不能抵抗剪切力,在很小的剪切力的作用下液体将发生连续不断的变形或流动。这就是易流动性的成因。

与渗流有关的液体的主要物理性质有:

1. 惯性:液体具有质量因而就具有惯性。质量是惯性的度量。质量愈大,惯性就愈大。单位体积液体所具有的质量称为液体的密度,用符号 ρ 表示。与液体所受到的外力(F)大小相等、方向相反的力,称为惯性力,以 Q 表示,即

$$Q = -F = -ma \quad (1-4-1)$$

式中 m 是液体的质量。惯性力是液体作用于外界的一种反作用力,并不是真正作用于所研究的液体上的力。但是,当把惯性力作为虚加于所研究的液体上的力时,它与液体受到的外力就共同组成一个平衡力系。也就是说,这时就可用静力学方程解决动力学问题,从而使对问题的研究得到了简化。

质量的单位是公斤或千克(kg),密度的单位是公斤每立方米(kg/m^3)。

2. 万有引力特性:按照万有引力规律,液体自然要受到其他物体的吸引力。在液体运动问题中,一般只需要考虑地球对液体的吸引力,这就是重力(G)

$$G = mg \quad (1-4-2)$$

式中 g 是重力加速度,其数值大小与纬度有关,一般可看作常数,取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。 G 的单位是牛顿(N)。

单位体积流体所具有的重量称为重度,又称重率、容重,用符号 γ 表示。由(1-4-2)式和 ρ 的定义,显然有

$$\gamma = \rho g \quad (1-4-3)$$

γ 的单位是牛顿每立方米(N/m^3)。

3. 粘滞性:液体内部抵抗各液层之间作相对运动的内摩擦性质,称为粘滞性。由于粘滞性的存在,液体在运动过程中为克服内摩擦力必然要做功,所以粘滞性是液体在运动过程中发生机械能损失的根源之一。

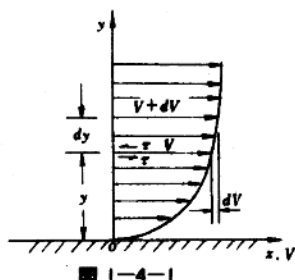
牛顿(Newton)在 1686 年根据试验提出了液体的内摩擦定律:流层间单位面积上的内摩擦力(或称为粘滞切应力,以 τ 表示)与液层间流速的变化率 $\frac{dV}{dy}$ 成正比,即

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (1-4-4)$$

式中 μ 是取决于液体性质的比例系数,称为粘滞系数, V 是某流层的流速。坐标设置见图(1-4-1)。

作用在两相邻液层之间的 τ 是成对出现、大小相等、方向相反的。运动较慢的液层作用于运动较快的液层的切应力,其方向与运动方向相反;运动较快的液层作用于运动较慢的液层的切应力,其方向与运动方向相同。

粘滞系数 μ 是度量液体粘滞性大小的物理指标。 μ 值愈大,粘滞性愈强。 μ 值与液体的种类、温度、压强有关。对于水这种液体来说, μ 随压强的变化不大,一般可以忽略,温度是影响 μ 值的主要因素。 μ 的单位是:牛顿·秒/米²($\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$)即帕秒($\text{Pa} \cdot \text{s}$),或千克/米·秒($\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$)。



液体的粘滞性还可用 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ 来表示。 ν 的单位是米²/秒(m^2/s)或厘米²/秒(cm^2/s),因其中含有运动学要素,故称为运动粘滞系数,而 μ 则称为动力粘滞系数。

牛顿内摩擦定律并不是适用于一切流体的,它仅适用于一般流体。凡属内摩擦定律适用的流体(如水),称为牛顿流体,不适用的流体(如血浆、牙膏、油漆、浓淀粉糊等)称为非牛顿流体。

实际流体都是具有粘滞性的,其 μ 值都大于零。在某些情况下,当可以忽略粘滞性对流动的影响时,就人为地令 $\mu = 0$,这样的流体称为理想流体。

4. 压缩性:液体的体积随压强的增大而减小的性质,称为压缩性。当压强减小后,它又能恢复原状。因此,压缩性实际上也可以称为弹性。液体的压缩性(或弹性)的大小,一般是用体积压缩系数 β 来表示的。 β 是一定质量的液体体积的相对压缩值 $\frac{dU}{U}$ (或密度相对增值

$\frac{d\rho}{\rho}$)与液体压强增值 dp 之比,也就是液体压强变化一个单位所引起的液体体积的相对变化,即

$$\beta = -\frac{1}{U} \frac{dU}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \quad (1-4-5)$$

β 愈大愈易压缩。由于压强增大时体积减小(密度增大),即 $\frac{dU}{dp} < 0$ ($\frac{d\rho}{dp} > 0$),而 β 是以正值表示的,故上式第一个等号右端需加负号。

β 的倒数,称为体积弹性系数(E),即

$$E = \frac{1}{\beta} \quad (1-4-6)$$

E 愈大愈不易压缩。液体种类不同,其 β 与 E 值也就不同。同一种液体的 β 与 E 值也随其温度和压强而变化,但变化一般不大,可看作常数。 β 的单位是米²/牛顿(m^2/N), E 的单位是牛顿/米²(N/m^2)。

水的 E 值一般可用 $2.1 \times 10^9 \text{N}/\text{m}^2$ 。当压强增加一个标准大气压($=10.13 \times 10^4 \text{N}/\text{m}^2$)时,水的体积大约只减小十万分之五,即

$$-\frac{dU}{U} = \beta dp = \frac{1}{E} dp = \frac{10.13 \times 10^4}{2.1 \times 10^9} \approx 5 \times 10^{-5}$$

可见,水是不易压缩的。虽然如此,水的压缩性对含水层的释水与贮水性却是有着很重要的影响的。

液体按其压缩性可分为可压缩的($\beta \neq 0$)和不可压缩($\beta = 0$)的两类。事实上,并不存在绝对不可压缩的液体,只是当 β 很小、压强及其变幅也很小时,可近似作为不可压缩流体处理而已。

5. 表面张力特性:在液体表面层内,分子引力是不平衡的。表面层内的分子都受有指向下方的吸引力。其结果就使液体表面层好像被绷紧了的橡皮薄膜一样,时有力图收缩、减小其表面积的趋势。这种趋势在宏观上就表现为表面张力。表面张力一般产生于液体和气体相接触的自由表面上,但也可以产生于液体与固体相接触的表面上,或与另一种液体相接触的表面上。表面张力使液体表面拉紧收缩,从而会影响液流的运动状况。虽在一般问题中其作用是不大的,但在非饱和渗流问题中其作用则是很突出的,这方面的详细分析将在非饱和渗流一章中给出。

表面张力的大小是用表面张力系数(σ)来度量的。 σ 可以定义为液体表面上单位长度所受的张力,其单位为牛顿/米(N/m)。 σ 的大小随液体的种类和温度而变化。对于空气和水接触的水面,当水温为 22°C 时, $\sigma = 0.0728 \text{N}/\text{m}$ 。

水的各种物理性质参数的数值见表(1-4-1)。

6. 均质性与非均质性:液体按其组成特点分为均质液体与非均质液体两类。均质液体是指单一一种类的液体或者均匀的混合液体;否则就称为非均质液体。或者说,均质液体是单组分液体或多组分但混合均匀的液体;非均质液体是多组分且混合不均匀的液体。例如“纯水”,“纯”酒精,或由它们均匀混合的液体,都属于均质液体。地下水中都含有某些溶质,也就是说它是一种溶液,各种溶质浓度间的比例关系在空间上与时间上都不是固定的,因而按定义严格说来,都应属于非均质液体。