



东北大学八十周年校庆学术著作

不确定广义系统的 分析与综合

张庆灵 杨冬梅 著

Analysis and Synthesis for
Uncertain Descriptor Systems

Zhang Qingling · Yan Dongmei



NEUPRESS
东北大学出版社

东北大学八十周年校庆学术著作

不确定广义系统的分析与综合

张庆灵 杨冬梅 著



A1107285



东北大学出版社

·沈阳·

© 张庆灵 杨冬梅 2003

图书在版编目(CIP)数据

不确定广义系统的分析与综合/张庆灵,杨冬梅著. —沈阳:东北大学出版社,
2003.9

ISBN 7-81054-929-4

I. 不… II. ①张… ②杨… III. ①不确定系统 ②广义系统理论 IV. N941.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 066738 号

出 版 者:东北大学出版社出版

地址:沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮政编码:110004

电话:(024)83687331

传真:(024)83680265

网址:<http://www.neupress.com>

E-mail:neuph@neupress.com

印 刷 者:沈阳市第六印刷厂

发 行 者:东北大学出版社

幅面尺寸:170mm × 228mm

印 张:13

字 数:248 千字

印 数:1000 册

出版时间:2003 年 9 月第 1 版

印刷时间:2003 年 9 月第 1 次印刷

责任编辑:孟 颖

责任校对:文 玉

封面设计:唐敏智

责任出版:秦 力

定 价:20.00 元

前 言

广义系统是一类具有广泛应用背景的动力系统,20 世纪 70 年代才开始关于它的研究,到今天它已经发展成为现代控制理论研究的一个新分支.国内外有许多学者致力于这一领域的研究工作,并取得了丰富的研究成果.尤其是国内的一些高校和科研机构更是做了出色的工作,不仅在理论上奠定了进一步研究的基础,而且在经济管理、水翼艇、惯性导航系统和飞行器等领域的应用研究方面取得了一定的进展.同时,国外对机器人、电子网络工程和机场管理等问题也有研究.因此,广义系统的研究具有重要的理论意义和广泛的应用背景.

本书基于作者近几年从事广义系统研究所取得的成果,收集当前国内外的有关研究成果整理撰写而成,向读者介绍了不确定广义系统研究的基本理论与研究现状,使读者能方便地在短时间内迅速地掌握这一控制领域内的最新研究分支.全书共分 15 章,较全面地介绍了不确定广义系统的分析与综合理论和方法.从内容上,本书主要涉及广义系统的应用背景和发展概况;线性广义系统解的结构与等价性;稳定性与 Lyapunov 方法;能控性、能观性与结构分解;能控性标准型与实现问题;线性广义系统的反馈控制问题,包括比例状态反馈和输出反馈.涉及的控制问题有能稳定性、极点配置、线性最优控制、动态补偿器与状态观测器;鲁棒消除脉冲控制;鲁棒镇定; H_2 控制; H_∞ 控制;二次能稳;故障诊断与容错控制;模糊控制.从方法上,以状态空间方法为主,并不同程度地使用了频域方法和几何方法.

本书可作为控制理论与控制工程、系统工程、信息与计算科学以及与之相关的工程与应用专业的研究生和高年级本科生的参考教材,也可供从事相关专业教学和科研工作的教师与科研人员参考,一般要求读者具备线性系统理论基础和一定的代数基础知识.

借此,作者首先要感谢东北大学八十周年校庆学术著作出版基金的资助,感谢东北大学校领导、科技处和东北大学出版社的大力支持和帮助.在有关项目的研究工作中,得到了国家自然科学基金、教育部高等学校骨干教师资助计划、辽宁省科技厅科技基金、辽宁省普通高校学科带头人基金资助;研究生王岩、王卿、陈跃鹏、赵志华、张国峰和陈磊等为本书收集了大量资料,并做了部分编辑校对工作;为了内容的完整性,本书在一些基本问题的阐述中特别参考引用了《Singular Control Systems》(L. Dai 著)的有关内容,在此一并表示衷心的感谢.

由于作者水平有限,加之时间仓促,书中定有许多缺憾和不完善之处,恳请读者指正.

作者于东北大学
2003年5月30日

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 广义系统的结构特征与研究方法	1
1.1.1 广义系统的结构特征	1
1.1.2 广义系统与正常系统的比较	2
1.1.3 广义系统的研究方法	2
1.2 广义系统的应用背景	3
1.3 广义系统理论的发展概况	5
第2章 解的结构与等价性	7
2.1 正则矩阵束	7
2.2 等价性	9
2.3 解的结构	10
第3章 稳定性与 Lyapunov 方法	14
3.1 稳定性的有关概念	14
3.2 渐近稳定性	15
3.2.1 渐近稳定性的判别方法一	15
3.2.2 渐近稳定性的判别方法二	18
3.3 基于 Lyapunov 方程的稳定性判据	19
3.4 基于 Lyapunov 不等式的稳定性判据	21
3.5 基于 Lyapunov 函数的稳定性判据	22
第4章 能控性与能观性	23
4.1 能达性	23
4.2 能控性	24
4.2.1 能控性定义及判据	25
4.2.2 R -能控性定义及判据	26
4.2.3 脉冲能控性定义及判据	27
4.3 能观性	30
4.3.1 能观性定义及判据	30
4.3.2 R -能观性和脉冲能观性定义及判据	32
4.4 输出能控性	32
4.5 对偶原理与能控性、能观性的进一步研究	33

4.5.1 对偶原理	33
4.5.2 能控性和能观性的进一步研究	34
4.6 系统的结构分解	35
4.7 实现问题	39
4.8 能控标准型	41
4.8.1 单变量广义系统的能控标准型	42
4.8.2 多变量广义系统的能控标准型	44
第5章 反馈控制	47
5.1 状态反馈极点配置	47
5.1.1 无穷极点与脉冲解的存在性	47
5.1.2 状态反馈无穷极点配置	50
5.1.3 状态反馈有穷极点配置	52
5.2 镇定问题	55
5.3 输出反馈	56
第6章 状态观测器与动态补偿器	58
6.1 状态观测器	58
6.1.1 广义状态观测器	58
6.1.2 正常状态观测器	60
6.2 动态补偿器	63
6.2.1 广义动态补偿器	63
6.2.2 全阶正常动态补偿器	65
6.2.3 降阶正常动态补偿器	66
第7章 线性二次型最优控制	68
7.1 可正常化的广义最优控制	68
7.2 Riccati 方程	70
7.3 二次最优控制	73
第8章 鲁棒消除脉冲控制	77
8.1 输出反馈下的脉冲消除和脉冲幅度	77
8.1.1 无穷远点的能控性和能观性	77
8.1.2 鲁棒脉冲能控(或脉冲能观)和脉冲幅度	78
8.1.3 输出反馈下的脉冲消除	80
8.2 结构扰动下的脉冲消除	84
8.3 鲁棒脉冲消除中的稳定性问题	88
第9章 鲁棒控制	91
9.1 不确定广义系统的稳定半径	91

9.2 状态反馈下的稳定鲁棒控制	95
9.3 稳定鲁棒控制动态补偿器	97
9.4 鲁棒圆盘极点配置	99
9.4.1 系统描述	99
9.4.2 圆盘极点分析	100
9.4.3 鲁棒圆盘极点配置	104
第 10 章 H_2 最优控制	110
10.1 H_2 范数的时域计算	110
10.1.1 有关的基本概念	110
10.1.2 广义 Lyapunov 方程与稳定性	112
10.1.3 H_2 范数的计算	113
10.2 广义 H_2 代数 Riccati 方程(H_2 -GARE)	115
10.2.1 有关的基本概念	116
10.2.2 Hamilton 矩阵	117
10.2.3 广义 H_2 代数 Riccati 方程	119
10.3 参数化控制器的设计	123
10.3.1 有关的基本概念	123
10.3.2 参数化控制器的设计	124
10.4 H_2 最优控制	126
10.4.1 问题描述	126
10.4.2 H_2 最优控制	128
第 11 章 H_∞ 标准控制	131
11.1 广义有界实引理(GBRL)	131
11.1.1 系统描述	131
11.1.2 基于广义 Riccati 方程的广义有界实引理	132
11.1.3 基于矩阵不等式的广义有界实引理	135
11.2 基于 Riccati 方法的 H_∞ 控制	136
第 12 章 不确定广义系统的二次能稳	139
12.1 不确定广义系统的二次稳定性问题	139
12.2 不确定广义系统的二次稳定性分析	143
12.2.1 基于 Riccati 方程的二次稳定性分析	143
12.2.2 二次稳定性与 H_∞ 范数	145
12.3 状态反馈下的二次能稳	147
12.4 输出反馈下的二次能稳	147
第 13 章 故障诊断	151

13.1 问题的阐述	151
13.2 基于广义状态观测器的故障诊断	153
13.2.1 观测器特征结构的设置	153
13.2.2 分布解耦的条件	154
13.3 鲁棒故障检测	155
13.4 广义系统故障诊断	157
13.4.1 故障模型描述	158
13.4.2 故障诊断	160
第 14 章 完整性控制	164
14.1 系统描述	164
14.2 状态反馈下具有完整性的二次稳定	165
14.3 输出反馈下具有完整性的二次稳定	167
14.4 仿真算例	168
第 15 章 非线性广义系统的 T-S 模糊控制	171
15.1 非线性系统的 T-S 模糊模型及其控制	171
15.1.1 T-S 模糊模型及其控制	171
15.1.2 基本稳定性条件	173
15.2 广义模糊系统的稳定性分析与控制	175
15.2.1 广义模糊模型	175
15.2.2 广义模糊模型的二次稳定性分析	176
15.3 非线性广义交联系统的鲁棒模糊分散控制	178
15.3.1 非线性广义交联大系统的模糊模型	178
15.3.2 模糊分散控制器设计	180
15.3.3 模糊分散控制器低保守性设计	183
15.3.4 仿真研究	184
参考文献	187

第1章 绪论

广义系统是一类更一般化,并有着广泛应用背景的动力系统,大量地出现在许多实际的系统模型中,例如电力系统、经济系统、机器人系统、电子网络和宇航系统等,对它的研究具有重要的理论和应用价值.本章是对广义系统的概述,从广义系统的结构特征、应用背景、发展概况作一个简要的介绍,以期使读者在宏观上对广义系统有一个总体的认识.

1.1 广义系统的结构特征与研究方法

1.1.1 广义系统的结构特征

随着现代控制理论研究的日趋深入,以及向其他学科诸如航空、航天、能源、网络、电力、石油、化工和通讯等应用领域的渗透,人们发现了一类更具广泛形式的系统,称为广义系统(又称奇异系统、微分代数系统或隐式系统等),一般用微分代数方程描述为

$$E(t)\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad (1.1.1a)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t). \quad (1.1.1b)$$

其中, $f(x(t), u(t), t)$ 和 $g(x(t), u(t), t)$ 表示 $x(t)$, $u(t)$ 和 t 的 n 维向量函数; $x(t)$, $u(t)$ 和 t 依次表示状态向量, 输入向量和时间变量; $y(t)$ 为输出向量; $E(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$. 一般地, $\text{rank}[E(t)] < n$. 特别地, 当 $\text{rank}[E(t)] = n$ 时, 式(1.1.1)为正常系统(即经典的非线性系统).

特别地, 线性时不变广义系统通常表示为

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1.1.2a)$$

$$y(t) = Cx(t). \quad (1.1.2b)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 和 $y(t) \in \mathbb{R}^l$; $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ 为实数矩阵. 为确保广义系统(1.1.2)对给定的允许初始状态有惟一解, 总假定广义系统(1.1.2)是正则的, 即矩阵 $(sE - A)$ 的行列式不恒等于零. 上述广义系统表示线性时不变连续广义系统.

相应地, 线性时不变离散广义系统表示为

$$Ex(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad (1.1.3a)$$

$$y(k) = Cx(k), \quad k = 0, 1, \dots \quad (1.1.3b)$$

离散系统尽管区别于连续系统,却与之有着众多相似的概念和平行的性质,因此,本书以考虑连续系统为主。

1.1.2 广义系统与正常系统的比较

广义系统与正常系统相互对应,既存在内在的联系又有着本质的区别。如果上述各式中的 E 变化为单位矩阵,即 $E = I$,则广义系统变化为标准的正常系统模型,因此说,广义系统是正常系统的推广,是比正常系统更具有广泛意义的系统。而广义系统与正常系统的区别主要体现在以下 7 个方面。

(1) 广义系统(1.1.2)的解中通常不仅含正常系统所具有的指数解(对应于有穷极点),而且含有正常系统解中所不出现的脉冲解和静态解(对应于无穷极点),以及输入的导数项。在离散情况下,广义系统(1.1.3)的解不仅需要 k 时刻以前的信息,还需要 k 时刻以后的信息,即离散广义系统一般不再具有因果性。

(2) 正常系统的动态阶为 n (等于系统的维数),而广义系统的动态阶仅仅为 $q = \text{rank}(E)$ 。

(3) 正常系统的传递函数阵为真有理分式阵,而广义系统的传递函数阵通常包含多项式部分。

(4) 正常系统的齐次初值问题的解存在且惟一。但对于广义系统,齐次初值问题可能是不相容的,即可能不存在解;即使有解,也不一定惟一。

(5) 广义系统具有层次性,一层为对象的动态特性(由微分或差分方程描述),另一层为管理特征的静态特性(由代数方程描述),而正常系统没有静态特性。

(6) 广义系统的极点,除了有 $r = \deg \det(sE - A)$ 个有穷极点外,还有正常系统不具有的 $(n - r)$ 个无穷极点,在这些无穷极点中又分为动态无穷极点和静态无穷极点。

(7) 在系统结构参数扰动下,广义系统通常不再具有结构稳定性。

广义系统的这些特点反映了它比正常系统在结构上变得复杂而更富于新颖性,在理论研究上变得困难而更具挑战性。在正常系统理论日趋完善成熟的基础上,广义系统理论也逐渐吸引着国内外许多学者的极大关注,并致力于其研究工作。

1.1.3 广义系统的研究方法

截至目前,广义系统的研究思路大多是参照已有的正常系统理论向广义系统推广和移植,其研究方法主要有几何方法、频域方法和状态空间方法。几何方法是

将广义系统化为状态空间中的几何问题进行研究. 它的优点是对系统结构有着独到的刻画, 例如广义系统的能控性结构、能控性子空间以及不变子空间的刻画等. 而且, 几何方法简洁明了, 避免了状态空间方法中大量繁杂的矩阵推导运算, 且所产生的结果都可化为矩阵运算. 其缺点是对系统鲁棒性问题的分析无能为力. 多变量频域方法(简称频域法)是对状态空间描述的广义系统采用频率域的系统描述和频率域的计算方法进行研究. 频域法具有物理直观性强, 便于设计调节等优点. 至于状态空间方法(或称时域方法), 是对状态空间描述的广义系统主要采用矩阵运算和矩阵变换的计算方法, 直接对时域系统进行研究, 是广义系统理论中最常用的方法. 状态空间方法所刻画问题的方式简洁直观, 所得结果清晰明了, 且有相应的软件支持而适宜在计算机上进行运算, 因此该方法应用最广, 已深入到系统分析与综合的方方面面, 深为控制工程师们所偏爱.

1.2 广义系统的应用背景

广义系统除本身的学术价值之外, 还有其应用价值, 下面将举例说明.

例 1.2.1 Hopfield 神经网络模型的输入包括两部分, 一部分是模型的外部输入, 另一部分是神经元输出信号的加权和, 表示为

$$\begin{bmatrix} cI & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} -gI & 0 & 0 & -W_1 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & -W_2 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -g(x_1) \\ -i_B \\ -f(x_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$y = [0 \quad I \quad 0 \quad 0]x, x^T = [x_1^T \quad x_2^T \quad x_3^T \quad x_4^T].$$

其中, W_1 和 W_2 是两个加权矩阵; $f(x_3)$ 和 $g(x_1)$ 是非线性函数. 这是一个非线性广义系统模型.

例 1.2.2 熟知的 Leontief 动态投入产出模型表示为

$$x(t) = Ax(t) + B[x(t+1) - x(t)] + w(t) + d(t).$$

其中, A 为消耗系数矩阵, B 为投资系数矩阵, 均具有相应的阶数; $x(t)$ 为 t 时刻的产量; $d(t) + w(t)$ 为 t 时刻的最终产品量, 其中 $d(t)$ 为确定性的, 被称为计划中的最终消费, $w(t)$ 为市场波动对消费的影响. 在多部门的经济系统中, 当各部门之间不存在投资时, 在 B 中对应的行为零, 从而知 B 不满秩. 这是一个不确定性的离散广义系统模型.

例 1.2.3 一个简单的电子网络模型为

$$\begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}(t) \\ \dot{V}_L(t) \\ \dot{V}_C(t) \\ \dot{V}_R(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/C & 0 & 0 & 0 \\ -R & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I(t) \\ V_L(t) \\ V_C(t) \\ V_R(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} V_S(t).$$

其中,电压源 $V_S(t)$ 为控制输入; I, R, L 和 C 分别表示电流,电阻,电感和电容,同时也表示它们的数量; V_R, V_L 和 V_C 分别表示电阻,电感和电容的电压. 这是一个连续广义系统模型.

例 1.2.4 具有非线性负载的电力系统模型为

$$\begin{aligned} \dot{r}_g &= -S[P_g(a_g, a_l, v) - P_M], \\ \dot{a}_g &= r_g, \\ 0 &= P_l(a_g, a_l, v) + P_d, \\ 0 &= (v)^{-1}[Q_b(a_g, a_l, v) + Q_d(v)]. \end{aligned}$$

其中, a 为与参考总线有关的总线角向量; r 为相关发电机的频率向量; v 是总线电压的振幅向量; P, Q 为实电抗功率; 下标 g 和 l 分别表示网络中的发电机和负载总线; P_M 为机械输入电力; $S = T_g M_g^{-1} T_g$ 为惯性常对角矩阵, T_g 为元素 1 或 -1 的相关矩阵; 电力 P_g, P_l 和 P_b 由式

$$\begin{aligned} P_b &= (P_l, P_g), \\ P_{bi}(a, v) &= \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(a_i - a_j), \\ Q_{bi}(a, v) &= - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(a_i - a_j) \end{aligned}$$

给出. 该系统为典型的非线性广义系统模型.

例 1.2.5 单机多产品批量调度中的时间平衡方程可以表示为

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix} x(t+1) = \begin{bmatrix} d_{1t}-1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ 0 & d_{2t}-1 & -1 & \cdots & -1 \\ 0 & 0 & d_{3t}-1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nt} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \tau_0.$$

其中, d_{it} 表示单位的 i 种产品在一个循环生产周期中平均的满足市场需求的时间; $x(t)$ 中的分量表示循环生产中的产量,也表示生产时间; τ_0 表示生产准备时间总和. 这是一个离散广义系统模型.

例 1.2.6 神经网络系统

$$\dot{x}_i = a_i(x_i) \left[b_i(x_i) - \sum_{k=1}^L w_{ik} \frac{d_i(k)}{s(x_i)} \prod_{j \in I_k} y_j^{d_j(k)} \right],$$

$$0 = a_L(x_L) \left[b_L(x_L) - \sum_{k=1}^L w_{Lk} \frac{d_L(k)}{s(z_L)} \prod_{j \in I_k} y_j^{d_j(k)} \right].$$

其中, x_i, z_L 为第 i 个神经元的状态, $i = 1, 2, \dots, n$; a_i 为对应神经细胞相关生存期标度; $b_i(\cdot)$ 为对应接受力和时延, 也可能包括细胞的自我反馈; $s(\cdot)$ 为神经元的输入; w_{ik} 为网络的连接权; $\{I_1, I_2, \dots, I_L\}$ 为 $\{1, 2, \dots, m+n\}$ 的 L 个无序子集. 此例是典型的广义大系统模型.

例 1.2.7 两机械手协助抓一物体的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} M_1(q_1(t)) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2(q_2(t)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mI & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_1(t) \\ \dot{p}_2(t) \\ \ddot{p}(t) \\ \ddot{f}_1(t) \\ \ddot{f}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1(t) + G_1(q_1(t), p_1(t)) + J_1^T(q_1(t))f_1(t) \\ T_2(t) + G_2(q_2(t), p_2(t)) + J_2^T(q_2(t))f_2(t) \\ -f_1(t) - f_2(t) - mg \\ H_1(q_1(t)) - P \\ H_2(q_2(t)) - P \end{bmatrix}$$

其中, $p_i = q_i(t)$; $M_i(q_i)$ 表示惯性矩阵; $G_i(q_i, p_i)$ 表示 Coriolis 离心和引力效应; m 为所抓物体的质量; T_i 为第 i 个机械手的输入力矩, 一般视为控制量; P 为所抓物体的中心位置坐标; $H_1(q_1)$ 和 $H_2(q_2)$ 分别表示两机械手的直接运动学关系; $J_i(q_i)$ 表示 Jacobian 矩阵. 这是一个非线性广义系统模型.

广义系统模型存在于社会生产的诸多领域中, 以上实例从其中的几个侧面反映了广义系统在当代科学技术中的应用, 因此, 广义系统理论的研究具有深远的实际意义.

1.3 广义系统理论的发展概况

1974 年, 英国学者 H. H. Rosenbrock 在《International Journal of Control》上发表了《一般动态系统的结构性质》一文, 对线性广义系统的解耦零点及系统受限等价性做了研究, 首次提出了广义系统的概念. 随后, 美国学者 D. G. Luenberger 分别在《IEEE Transaction on Automatic Control》和《Automatica》上发表文章, 对线性广义系统解的存在性和惟一性等问题展开研究. 从此, 拉开了对广义系统研究的帷幕.

在广义系统理论发展阶段的初期, 即 20 世纪 70 年代, 研究进展较慢, 除上述开创性成果之外, 这一时期的突出成果还有 D. G. Luenberger 关于非线性广义系统

的研究.进入 20 世纪 80 年代,越来越多的控制理论工作者对广义系统产生了浓厚的兴趣,广义系统理论也进入了一个新的发展阶段,从 20 世纪 80 年代初到 80 年代末的 10 年中,广义系统理论取得了蓬勃的发展,这一阶段的代表性成果有:D. Cobb 提出了广义系统的能控性、能观性及对偶原理,进一步地,Dai L. 将其推广到离散广义系统;C. Yang 等提出了广义系统的最小实现问题;L. R. Fahmy 等进行了观测器的设计;L. R. Fletcher 等分别研究了广义系统的干扰解耦及特征结构配置等问题;L. Dai 分别关于连续及离散广义系统设计了动态补偿器;D. J. Bender 等分别关于连续及离散广义系统研究了线性二次型最优调节器问题;J. Lin 和 X. Lin 分别讨论了时变和时不变广义系统的最优控制问题.综合上述各基本问题的一系列研究成果,L. Dai 于 1989 年出版了广义系统理论的第一本专著,系统地介绍了广义系统的基础理论,从而标志着广义系统的基础理论已经形成,广义系统理论研究进入了一个新的发展阶段.

在广义系统理论的最后发展阶段,即从 20 世纪 90 年代初至今,已经过了十余年的发展,广义系统的研究从基础向纵深发展,涉及了从线性到非线性,从连续到离散,从确定性到不确定性,从无时滞到时滞,从线性二次型最优控制到 H_2 和 H_∞ 控制等各个专题,取得了丰硕的成果.

总之,作为一门新兴的研究领域,广义系统理论仍处于不断完善、不断发展之中.以其广泛的工程背景,相信无论从理论本身,还是在工程实际中的应用,都会取得更加辉煌的成果.

第 2 章 解的结构与等价性

运动分析是系统控制理论首先要研究的问题,而运动分析的实质就是求解系统状态方程.容易理解,只有当状态方程满足初始条件的解存在且惟一,对系统的运动分析才有意义.本章利用正则矩阵束理论讨论广义系统的解的存在性和惟一性问题.

2.1 正则矩阵束

对于给定的两个同阶的矩阵 M 和 N ,构造矩阵 $(sM - N)$,并称之为矩阵束.此处“ s ”代表复数域 C 上的变量.

定义 2.1.1 如果 M 和 N 为方阵,且存在常数 s_0 ,使

$$\det(s_0 M - N) \neq 0, \quad (2.1.1)$$

则称矩阵束 $(sM - N)$ 是正则的.

显然,当矩阵束 $(sM - N)$ 正则时,除了复平面上的有限个点外,所有的点都满足式(2.1.1).矩阵束按正则、非正则分成两类.非正则的矩阵束包括非方阵和满足 $\det(sM - N) \equiv 0$ 的两种情况.

正则矩阵束具有如下性质.

定理 2.1.1 矩阵束 $(sM - N)$ 正则的充分必要条件是存在两个可逆矩阵 P 和 Q ,使

$$P[M \ N]Q = \begin{bmatrix} I & 0 & \vdots & N_1 & 0 \\ 0 & M_2 & \vdots & 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.1.2)$$

其中, $N_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$, $M_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$, M_2 为幂零矩阵,即存在正整数 h 使得 $M_2^{h-1} \neq 0$, $M_2^h = 0$; $n_1 + n_2 = n$.

证明 充分性.由

$$\det(sM - N) = \det(PQ)^{-1} \det(sI - N_1) \det(sM_2 - I). \quad (2.1.3)$$

结论得证.

必要性.构造性证明.选择实数 s_0 使式(2.1.1)成立.令

$$\overline{M} = (s_0 M - N)M, \overline{N} = (s_0 M - N)N,$$

则

$$s_0 \overline{M} - \overline{N} = I, \overline{M} \overline{N} = \overline{N} \overline{M}. \quad (2.1.4)$$

将 $\overline{M}$ 化为若当标准型, 即存在可逆矩阵 T 使

$$T^{-1}\overline{M}T = \begin{bmatrix} \overline{M}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{M}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.1.5)$$

其中, $\overline{M}_1$ 为 $n_1 \times n_1$ 阶可逆矩阵; $\overline{M}_2$ 为 $n_2 \times n_2$ 阶幂零矩阵, 即存在正整数 h 使 $\overline{M}_2^{h-1} \neq 0, \overline{M}_2^h = 0$, 且

$$T^{-1}\overline{N}T = T^{-1}(s_0\overline{M} - I)T = \begin{bmatrix} s_0\overline{M}_1 - I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & s_0\overline{M}_2 - I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{N}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{N}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.1.6)$$

$\overline{N}_1$ 为 $n_1 \times n_1$ 阶矩阵; $\overline{N}_2$ 为 $n_2 \times n_2$ 阶可逆矩阵. 从而有

$$\begin{bmatrix} \overline{M}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{N}_2^{-1} \end{bmatrix} T^{-1}\overline{M}T = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{N}_2^{-1}\overline{M}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{M}_2 \end{bmatrix},$$

及

$$\begin{bmatrix} \overline{M}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{N}_2^{-1} \end{bmatrix} T^{-1}\overline{N}T = \begin{bmatrix} \overline{M}_1^{-1}\overline{N}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{N}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}.$$

注意到

$$\overline{M}_2 = - \sum_{i=1}^{h-1} s_0^{i-1} \overline{M}_2^i, \quad (2.1.7)$$

则取

$$P = \begin{bmatrix} \overline{M}_1^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \overline{N}_2^{-1} \end{bmatrix} T^{-1}(s_0\overline{M} - N)^{-1}, Q = T.$$

必要性得证. 证毕.

式(2.1.2)通常称为正则矩阵束的标准型. 一般情况下, 对于给定的矩阵束有如下形式的标准型.

定理 2.1.2 任一个奇异矩阵束 $(sM - N)$ 都存在可逆矩阵 P 和 Q , 使得

$$P(sM - N)Q = \text{diag}(sI - N_1, sM_2 - I, sN_2 - N_3, sM_3 - M_4, \mathbf{0}), \quad (2.1.8)$$

其中,

$$sN_2 - N_3 = \text{diag}(sN_{21} - N_{31}, sN_{22} - N_{32}, \dots, sN_{2t} - N_{3t}),$$

$$sN_{2i} - N_{3i} = \begin{bmatrix} s & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & s & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s & -1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, t,$$

$$sM_3 - M_4 = \text{diag}(sM_{31} - M_{41}, sM_{32} - M_{42}, \dots, sM_{3k} - M_{4k}),$$