

非牛顿流体力学 及其应用

沈崇棠 刘鹤年 合编

FEINIUDUN LIU TILIXUE JIQIYINGYONG



教育出版社

高等学校教材

非牛顿流体力学及其应用

沈 仲 棠 合 编
刘 鹤 年

高等教育出版社

主 “非中顿流体力学”是流体力学的一个分支。本书是为适应高等工科院
校开设“非牛顿流体力学”课程教学之需而编写。

本书内容包括:非牛顿流体的概念,非牛顿流体的流变性及其测量,非
牛顿流体在管道中的流动规律;同时阐述了非牛顿流体力学在某些工程上
的实际应用。

本书的特点是在阐述基本概念、流变性和管道流动规律方面,都力求
讲清物理概念,给学生以较坚实宽厚的基本知识,同时注意联系工程实际。本
书取材较丰富,文字叙述系统连贯,逻辑严谨,详略得当。

本书可作为工院校本科生和研究生教材,也可供有关教师和工程技
术人员参考。

高等学校教材

非牛顿流体力学及其应用

沈仲棠 刘鹤年 合编

*

高等教育出版社出版
高等教育出版社激光照排中心照排
新华书店北京发行所发行
北京第二新华印刷厂印刷

开本850×1168 1/32 印张8.375 字数200 000

1989年3月第1版 1989年3月第1次印刷

印数 0001—1 150

ISBN 7-04-002025-4/TB·119

定价 2.65 元

前 言

随着科学技术的发展,非牛顿流体的工业应用日益广泛,非牛顿流体力学正在成为流体力学领域一个活跃的分支。

近年来工科院校的专业课程中,涉及非牛顿流体力学的内容不断增多,本书可作为工科院校市政、环境、建材、石油等专业在学习流体力学(水力学)之后,继续选学非牛顿流体力学课程的入门教材,也可供工程技术人员参考。为适应工科学生的特点,本书前三章为基本理论部分,后两章介绍了非牛顿流体的流变测量及工程应用,全书注意同工科流体力学(水力学)教学内容衔接,注意理论联系实际,着重阐明物理概念,尽量避免超出当前工科学水平水平的数学推导。

本书是在哈尔滨建筑工程学院教学实践的基础上编写的,曾多次用作有关专业本科生或研究生教材。全部内容经过编者共同讨论,分工执笔,沈仲棠执笔一、二、三章,刘鹤年执笔四、五章,最后由刘鹤年统稿。

本书在编写过程中得到哈尔滨建筑工程学院水力学教研室的大力支持,并由大庆石油学院陈家琅教授审阅,在此谨致谢意。

由于编者水平所限,难免疏漏谬误之处,敬请读者批评指正。

编者 于哈尔滨建筑工程学院

1987年8月

目 录

第一章 基本概念	(1)
§1-1 牛顿流体与非牛顿流体	(1)
§1-2 应力与应变速度	(7)
§1-3 连续性方程和运动方程式	(18)
§1-4 非时变性非牛顿流体	(23)
§1-5 时变性非牛顿流体	(30)
第二章 非牛顿流体在管道中的流动	(41)
§2-1 均匀流动方程式	(41)
§2-2 牛顿流体的圆管层流	(43)
§2-3 粘性流体圆管层流的基本方程	(45)
§2-4 幂律流体的圆管层流	(47)
§2-5 宾汉流体的圆管层流	(51)
§2-6 卡森流体的圆管层流	(54)
§2-7 罗宾诺维奇-莫纳方程与广义雷诺数	(59)
§2-8 非牛顿流体的圆管湍流压降计算	(71)
§2-9 非牛顿流体流态判别准则	(74)
§2-10 入口段长度	(83)
第三章 线性粘弹性材料的流变性质	(87)
§3-1 力学模型及其基本元件	(87)
§3-2 麦克斯韦模型与开尔文模型	(88)
§3-3 松弛与徐变	(90)
§3-4 三元件和四元件模型	(102)
§3-5 广义麦克斯韦模型与广义开尔文模型	(114)
§3-6 线性粘弹性的物质函数	(118)
§3-7 波尔茨曼叠加原理	(133)
§3-8 线性粘弹性模型应用的局限性	(140)

第四章 流变测量	(149)
§4-1 概述	(149)
§4-2 细管式流变仪	(150)
§4-3 玻璃毛细管粘度计	(162)
§4-4 旋转圆筒粘度计	(169)
§4-5 其他旋转粘度计	(183)
§4-6 粘弹性流体的流变测量	(188)
§4-7 流变测量的误差分析	(196)
§4-8 流变仪的选用	(200)
第五章 非牛顿流体力学的工程应用	(202)
§5-1 污泥的流动性及管道输送	(202)
§5-2 新拌水泥浆、砂浆和混凝土的流动性	(211)
§5-3 原油的管道输送	(226)
§5-4 高聚物减阻	(240)
参考文献	(257)

第一章 基本概念

凡是应力和应变速度之间的关系不满足牛顿内摩擦定律的流体称非牛顿流体 (*Non-Newtonian Fluid*)。非牛顿流体力学就是以非牛顿流体为研究对象的流体力学分支。

§ 1-1 牛顿流体与非牛顿流体

在科学研究和生产实践中,对材料性质的认识,总是在特定的形变和流动条件下进行的。因此需要首先讨论一种最简单的流动——简单剪切流,然后进一步研究不同流体在简单剪切流中不同的力学性质。这就是区分牛顿流体和非牛顿流体以及对非牛顿流体进行分类的主要依据。

一、简单剪切流

有一间距为 h 的两平行平板,下平板固定不动,上平板受恒力 F 的作用,以速度 u_0 沿 x 正方向运动,如图 1-1 所示。两平板间充满流体。由于流体是粘附于平板表面的,因此在 $y=0$ 处流体是静止的; $y=h$ 处,流体以平板速度 u_0 随平板一起运动。

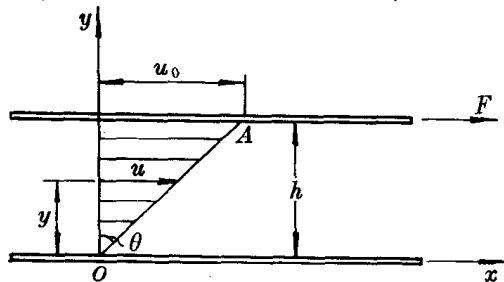


图 1-1 简单剪切流

流体任一点速度 u 与其纵坐标 y 成正比,即

$$u = \dot{\gamma} y \quad (1-1)$$

式中: $\dot{\gamma}$ 为比例常数。

$$\dot{\gamma} = \frac{u}{y} = \frac{u_0}{h} = \operatorname{tg}\theta = \text{const}$$

$\dot{\gamma}$ 为流速梯度, 或称剪应变速度, OA 为流速分布线。满足式(1-1)流速分布的流动称简单剪切流。

若平板的面积为 A , 则平板作用在液体上的切应力 $\tau = \frac{F}{A}$ 。

根据力的平衡关系可知, 在简单剪切流中, 切应力在流体内部是均匀分布的, 而切应力的均匀分布必导致流速梯度 $\dot{\gamma}$ 在流体内的均匀分布, 这就是简单剪切流的特点。对于非简单剪切流, u 与 y 为非线性关系, 则

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dy} \quad (1-2)$$

流速分布线就不再是直线了。

二、简单剪切中的形变与流动

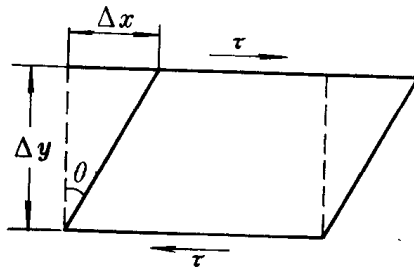


图 1-2 剪应变和剪应变速度

若将切应力施加在弹性固体上, 如图 1-2 所示, 上底产生位移 Δx , 下底固定, 两底面距离为 Δy , 剪应变 γ 定义为

$$\gamma = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \operatorname{tg}\theta$$

上式说明剪应变即位移梯度, 当 θ 角很小时, $\gamma = \operatorname{tg}\theta \approx \theta$, 剪应变即为直角变形角 θ 。

流体和固体的区别就在于切应力作用下固体能维持平衡，应力只引起一定的形变，而流体则不同，在切应力作用下，流体不能处于平衡状态，应变将随时间持续发展，产生连续的变形，这便是流动。剪应变的时间变化率即应变速度用 $\dot{\gamma}$ 来表示

$$\dot{\gamma} = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{du}{dy} \quad (1-3)$$

剪应变速度即为横向速度梯度，其单位是 s^{-1} 。剪应变速度也是直角变形速度，这是因为

$$\dot{\gamma} = \frac{dy}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-4)$$

在剪应力作用下，固体产生形变，流体产生流动。剪应变 γ 是形变相对大小的量度，而流动的快慢则用剪应变速度 $\dot{\gamma}$ 来表示。

三、牛顿内摩擦定律

牛顿在 1687 年首先提出了一个假设：流体流动时，其切应力与剪应变速度成正比，在简单剪切流中，不可压缩流体的牛顿内摩擦定律可表示为

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1-5)$$

式中： μ 为牛顿流体的动力粘度 (*Dynamic Viscosity*)，它在一定的温度和压力下是常数。式(1-5)就是牛顿流体的定义式。虽然水和空气等大多数流体是牛顿流体，但也有很多流体不满足式(1-5)，或者说，应力和应变速度之间存在着非线性关系，即为非牛顿流体。

非牛顿液体极为普遍，如建筑材料中的沥青；水泥浆；下水道中的污泥；食品工业中的奶油、蜂蜜和蛋白；大多数油类和润滑脂；高聚物熔体和溶液以及人体中的血液等都是非牛顿流体。所以非牛顿流体力学的理论，在许多工业生产和应用科学领域中都有应用，它也涉及许多材料制品的性质，加工和输送。非牛顿流体力学的研究对这些工业的发展具有重大的现实意义。

四、对研究对象的基本假定

连续介质 (*Continuum*): 即认为流体的体积被流体所填满, 不留下任何空隙, 因此流体的力学性质在介质内部的分布是连续的。

均质性 (*Homogeneity*) 和各向同性 (*Isotropic*): 均质性认为材料的任一部位的性质均相同。各向同性即指材料的性质与方向无关。

如果从原子和分子的规模来看, 连续介质和均质性的假定是不符合实际的。但工程问题中我们所研究的是宏观的力学性质, 其尺度和规模远比原子和分子的尺度和规模要大, 因此这种假定是完全许可的。

不可压缩性 (*Incompressibility*): 非牛顿流体都是液体, 液体的压缩性很小, 一般认为流动过程中体积不变, 密度为常数。

五、非牛顿流体的分类

牛顿流体的切应力和应变速度呈线性关系, 在简单剪切流中

$$\tau = \mu \dot{\gamma}$$

图 1-3 表示牛顿流体的切应力 τ 和应变速度 $\dot{\gamma}$ 的关系, 称流动图。图上的曲线称流动曲线。牛顿流体的流动曲线是通过坐标原点的直线, 其斜率就是牛顿流体的粘度 μ , 即

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \text{tg}\theta$$

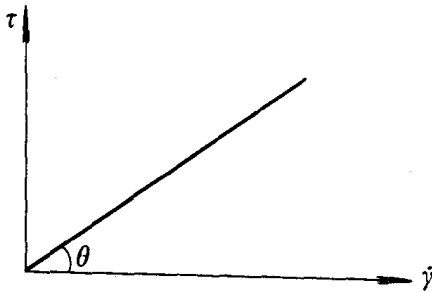


图 1-3 牛顿流体流动图

图 1-4 表示了牛顿流体的常粘度特性。

对于非牛顿体，也可以类似于牛顿流体，把切应力和应变速度之比定义为非牛顿流体的表观粘度 (*Apparent Viscosity*) 或称粘度函数 (*Viscosity Function*)。根据在简单剪切流中非牛顿流体的粘度函数是否和剪切持续时间有关，可以把非牛顿流体分成两大类——非时变性非牛顿流体和时变性非牛顿流体。

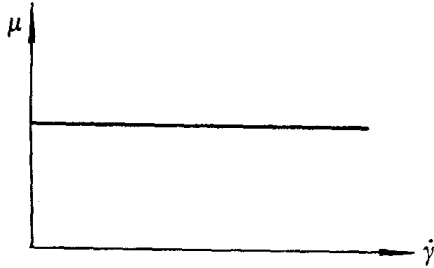


图 1-4 牛顿流体的常粘度特性
(一)非时变性非牛顿流体

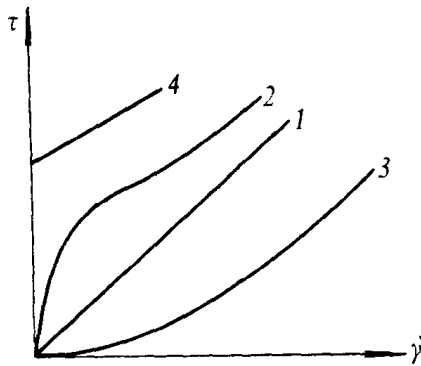


图 1-5 非牛顿流体的流动曲线
1- 牛顿流体；2- 剪切稀化流体；3- 剪切稠化流体；4-宾汉流体

这类流体切应力仅与剪切变形速度有关，即粘度函数仅与应变速度(或切应力)有关，而与时间无关。

$$\eta = \eta(\dot{\gamma}) \quad (1-6)$$

式中： η 为表观粘度或称粘度函数。非时变性非牛顿流体主要包括：

1. 剪切稀化流体 (*Shear Thinning Fluid*) 也称伪塑性流体 (*Pseudoplastic Fluid*)。

2. 剪切稠化流体 (*Shear Thickening Fluid*) 也称膨胀型流体 (*Dilatant Fluid*)。

3. 宾汉流体 (*Bingham Fluid*)，也称塑性流体 (*Plastic Fluid*)。

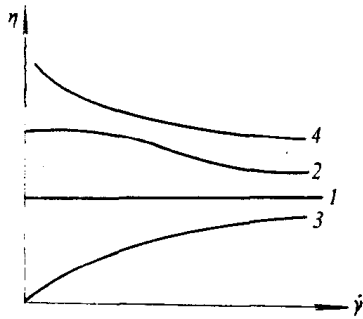


图 1-6 非牛顿流体的粘度曲线
1- 牛顿流体；2- 剪切稀化流体；
3- 剪切稠化流体；4- 宾汉流体

这三种典型流体的流动曲线和粘度曲线如 1-5 和图 1-6 所示。

(二) 时变性非牛顿流体

这类流体的粘度函数不仅与应变速度有关，而且与剪切持续时间有关。大致可分为二类：

1. 触变性 (*Thixotropy*) 与震凝 (*Rheopexy*) 流体

在一定的剪切变形速度下，触变流体的粘度函数随时间而减小，而震凝型流体则相反，表观粘度随时间而增大，如图 1-7 所示。

2. 粘弹性流体 (*Viscoelastic Fluid*)

粘弹性流体是兼有粘性和弹性的流体。与粘性流体的主要区别是外力消除后产生部分的应变回复 (*Recoil*)。与弹性固体的主要区别是徐变 (*Creep*)。

粘弹性流体除了粘度函数与剪切持续时间有关以外，在剪切流动中还表现出法向应力差 (*Normal Stress Difference*) 效应，而牛顿流体无法向应力差效应的。

在有些书藉和资料中，也有把非牛顿流体分成纯粘性流体和粘弹性流体两类。这样，除了粘弹性流体以外的牛顿流体和非牛

顿流体都称为纯粘性流体。

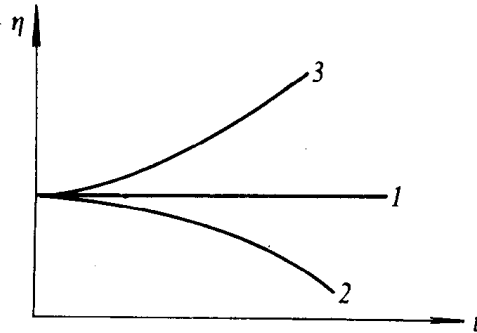


图 1-7 表观粘度随时间的变化
1- 牛顿流体; 2- 触变性流体; 3- 震凝型流体

§1-2 应力与应变速度

建立流体内部应力与应变速度的关系, 即所谓本构方程是非牛顿流体力学的重要任务。以上的讨论是从简单剪切流开始的, 但是在一般情况下, 材料的受力情况是较复杂的, 这就要求从更一般的角度来讨论应力和应变速度。

一、应力

单位面积上的表面力称应力。力是一个矢量, 可以由三个分量来表示。一点的应力和作用面有关, 作用面也是一个矢量, 作用面的方向就是其法向。由于粘性的影响, 应力一般不垂直于作用面, 因此每个面上将有三个应力分量。在运动流体中任取一点 M , 过 M 点可以作无数个不同方向的作用面, 各个面上的应力一般来说是互不等的。确定一点的应力状态, 就需要知道通过该点的无数个表面上的应力, 但是过一点的不同面上的应力是相关的, 实际上只需要知道过 M 点的三个相互垂直面上的九个应力分量, 则通过 M 点任意方向为 n 的表面上的应力就可以计算出来。也就是说, 三个相互垂直面上的三个矢量或九个应力分量就可完全

确定一点的应力状态，这可以证明如下：

图 1-8 所示为微小四面体，在 M 点邻近任取斜面 ABC ，其法向为 \boldsymbol{n} ，面积为 dA ，令 $\triangle ABC$ 在 x 、 y 、 z 方向的投影分别为 $\triangle MBC$ 、 $\triangle MAC$ 、 $\triangle MAB$ ，其面积分别为 dA_x 、 dA_y 、 dA_z ，则

$$dA_x = dA \cos \theta_{nx} = dA \alpha_{nx}$$

$$dA_y = dA \cos \theta_{ny} = dA \alpha_{ny}$$

$$dA_z = dA \cos \theta_{nz} = dA \alpha_{nz}$$

式中 θ_{nx} 、 θ_{ny} 、 θ_{nz} 分别表示 \boldsymbol{n} 和 x 、 y 、 z 轴的夹角。 α_{nx} 、 α_{ny} 、 α_{nz} 分别表示 \boldsymbol{n} 和 x 、 y 、 z 轴夹角的方向余弦。

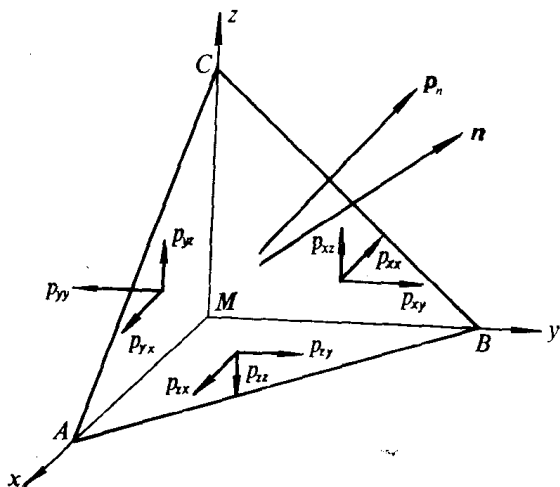


图 1-8 一点的应力状态

当微小四面体 $MABC$ 无限向 M 点缩小时，则斜面 ABC 就可认为是通过 M 点在 \boldsymbol{n} 方向的表面。

根据达朗贝尔原理，列出力的平衡方程，四面体中的质量力（包括惯性力）和表面力相比为高阶无穷小，因而可略去不计，则

$$\boldsymbol{p}_n dA = p_x dA_x + p_y dA_y + p_z dA_z$$

或写成

$$\boldsymbol{p}_n = p_x \alpha_{nx} + p_y \alpha_{ny} + p_z \alpha_{nz}$$

$$\text{式中 } \alpha_{nx} = \frac{dA_x}{dA};$$

(1-7)

$$\alpha_{ny} = \frac{dA_y}{dA};$$

$$\alpha_{nz} = \frac{dA_z}{dA}$$

式(1-7)说明了通过 M 点任意方向 n 的作用面上的应力 p_n 可以通过三个坐标面上的应力 p_x, p_y, p_z 求得。式(1-7)为矢量方程,可写成分量形成,并规定应力符号第一个下标表示应力作用面的法线方向,第二个下标表示应力方向。 p 表示法向应力, τ 表示切向应力,则:

$$\left. \begin{aligned} p_{nx} &= \alpha_{nx} p_{xx} + \alpha_{ny} p_{yx} + \alpha_{nz} p_{zx} \\ p_{ny} &= \alpha_{nx} p_{xy} + \alpha_{ny} p_{yy} + \alpha_{nz} p_{zy} \\ p_{nz} &= \alpha_{nx} p_{xz} + \alpha_{ny} p_{yz} + \alpha_{nz} p_{zz} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

上式说明:三个坐标面上的九个应力分量若已知,则任一法向为 n 面上的应力 $p_n(p_{nx}, p_{ny}, p_{nz})$ 可按式(1-8)求出。因此九个应力分量的组合,完全确定了一点的应力状态。这九个应力分量的组合称应力张量 p_{ij} ,可用以下矩阵来表示

$$p_{ij} = \begin{bmatrix} p_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & p_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & p_{zz} \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

对角线的三个分量 p_{xx}, p_{yy}, p_{zz} 为法向应力,非对角线的六个分量为切向应力。根据材料力学中切应力互等原理,可以得出

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

因此九个应力分量中只有六个是独立的。

在流体力学中可以证明三个法向应力之和与坐标的选择无关,也就是不论把坐标轴怎样转动,三个法向应力之和保持不变,即

$$p_{xx} + p_{yy} + p_{zz} = \text{const} \quad (1-10)$$

现定义三向压强的平均值为该点的压强,即

$$-p = \frac{2}{3} (p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}) \quad (1-11)$$

以拉力为正，压力为负，故三向平均压强为 $-p$ 。三个法向应力可表示为平均压强和附加法向应力之和

$$\left. \begin{aligned} p_{xx} &= -p + \tau_{xx} \\ p_{yy} &= -p + \tau_{yy} \\ p_{zz} &= -p + \tau_{zz} \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

τ_{xx} 、 τ_{yy} 、 τ_{zz} 为附加法向应力，把式(1-12)代入式(1-11)就可得到

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = 0 \quad (1-13)$$

二、应变速度

图1-9中 O 和 O' 是流体中任意两相邻质点，其初始时刻的坐标分别 $O(x, y, z)$ ； $O'(x+dx, y+dy, z+dz)$ 。 OO' 的距离为 $dr(dx, dy, dz)$ 。 u_x, u_y, u_z 是 O, O' 两点具有相同的速度部分，它只产生平移运动而不产生变形。

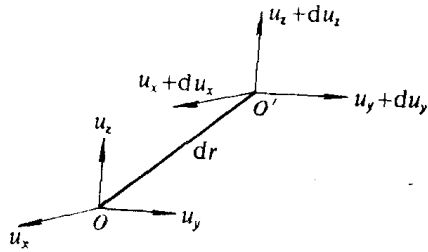


图1-9 应变速度

du_x, du_y, du_z 是质点 O, O' 间的相对运动速度，由于速度是空间坐标的连续函数，故

$$\left. \begin{aligned} du_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + \frac{\partial u_x}{\partial y} dy + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz \\ du_y &= \frac{\partial u_y}{\partial x} dx + \frac{\partial u_y}{\partial y} dy + \frac{\partial u_y}{\partial z} dz \\ du_z &= \frac{\partial u_z}{\partial x} dx + \frac{\partial u_z}{\partial y} dy + \frac{\partial u_z}{\partial z} dz \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

显然，上述线性方程组的九个系数若为已知，即九个偏导数若已知，则速度在三个方向的增量就已知，物体内部质点间的相对运动的规律就已知。这九个偏导数称为流速梯度的九个分量，可表示如下：

$$\text{gradu} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_x}{\partial y} & \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_z}{\partial x} & \frac{\partial u_z}{\partial y} & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

式(1-15)中的对角线的三个分量 $\frac{\partial u_x}{\partial x} ; \frac{\partial u_y}{\partial y} ; \frac{\partial u_z}{\partial z}$ 为线应变速度, 亦即纵向流速梯度。非对角线的六个分量为切应变速度, 亦即横向流速梯度。它们的物理意义分述如下:

(一) 线应变速度与拉伸流动

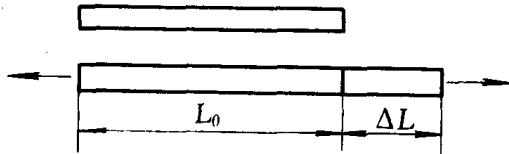


图 1-10 圆杆的拉伸

如果把拉力施加在一个圆杆上, 如图 1-10 所示。设 L_0 为杆在拉伸前的长度, $L = L_0 + \Delta L$ 为杆在拉伸后的长度, 线应变 ε 定义为单位原长的伸长量, 即

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1-16)$$

如果把拉力(法向力)作用在流体上, 则线应变将随时间而持续发展, 成为拉伸流动。

在流体中取流体微团, 在 xOy 平面上的投影为 $ABCD$, 边长为 dx 和 dy , 如图 1-11 所示。现只考虑存在线应变速度, A 点在 x 方向的速度为 u_x , B 点在 x 方向的速度为 $u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$, 经