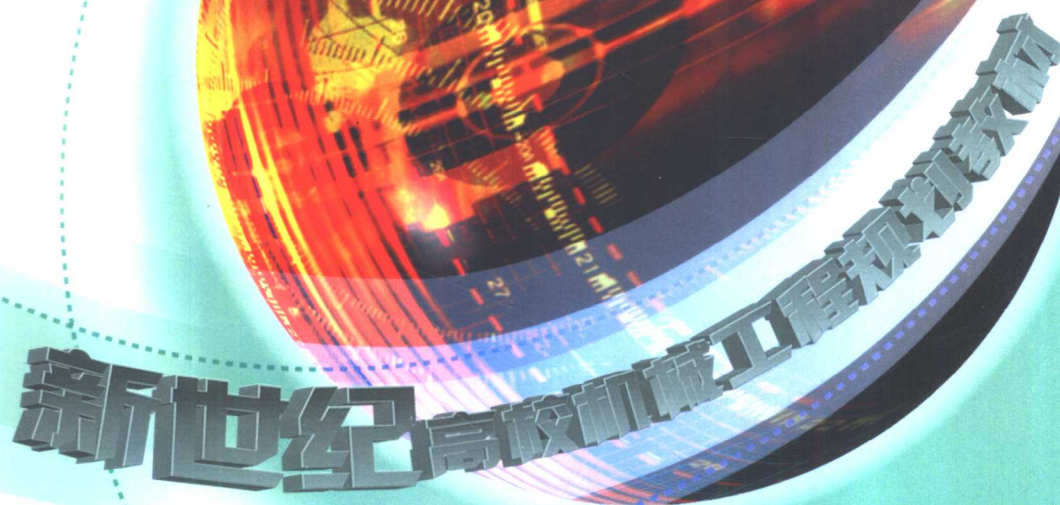


新世纪高校机械工程规划教材



# 工程力学 I

主 编 边文凤 李晓玲



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



新世纪高校机械工程规划教材

# 工 程 力 学 I

主编 边文凤 李晓玲  
参编 袁 驰 张东焕  
主审 俞茂宏

99-  
99-  
社



机 械 工 业 出 版 社

本书是新世纪高校机械工程规划教材之一。

本书共分八章,内容包括绪论、力系简化、受力分析与平衡分析、内力分析、应力状态分析、杆件基本变形下的应力和变形、复杂变形的强度分析、压杆稳定等内容。全书概念清晰准确,数学推演精炼,且有配套的教学课件。

本书可供高等工科院校机械类专科学生使用,也可供非机械类的本科、专科学生使用,还可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学 I /边文凤,李晓玲主编. —北京:机械工业出版社,2003.2  
新世纪高校机械工程规划教材  
ISBN 7-111-11372-1

I. 工… II. ①边…②李… III. 工程力学—高等学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第102775号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策 划:高文龙 王世刚

责任编辑:高文龙 宋学敏 版式设计:霍永明 责任校对:韩 晶

封面设计:姚 毅 责任印制:付方敏

北京忠信诚胶印厂印刷·新华书店北京发行所发行

2003年2月第1版·第1次印刷

1000mm×1400mm B5·7.25印张·281千字

0 001-4 000册

定价:18.50元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68993821、8837 9646

封面无防伪标均为盗版

## 新世纪高校机械工程专业规划教材编审委员会

顾 问：艾兴（院士）

领导小组：张 慧 高振东 梁景凯 高文龙  
赵永瑞 赵玉刚

委 员：张 慧 张进生 宋世军 沈敏德 赵永瑞  
程居山 赵玉刚 齐明侠 高振东 王守城  
姜培刚 梅 宁 昞向博 梁景凯 方世杰  
高文龙 王世刚 尚书旗 姜军生 刘镇昌

# 前 言

本书根据教学改革新思想,在传统工程力学教材的基础上,内容和体系作了较大的调整和更新。本书内容安排由一般到特殊,避免了自身的繁杂以及与大学物理的重复。本书中静力学与材料力学内容相互渗透、相互协调、体系连贯,并在多处引进新的知识点。全书概念准确,数学推演精炼,且有与教学配套的教学课件(光盘)供教师使用。

本书为《工程力学 I》,共分八章,包括绪论、力系简化、受力分析与平衡分析、内力分析、应力状态分析、杆件基本变形下的应力和变形、复杂变形的强度分析、压杆稳定等八章。各章均附有思考题、习题和习题答案。

参加本书编写的有哈尔滨工业大学边文凤(第一、二、六章),中国海洋大学李晓玲(第四、五章),潍坊学院袁驰(第七、八章),山东理工大学张东焕(第三章)。全书由边文凤负责统稿,由西安交通大学俞茂宏教授主审。俞茂宏教授为本书提出了许多中肯的意见和建议,在此致以诚挚的谢意。

由于编者学术水平和教学经验有限,不足之处在所难免,欢迎读者予以批评指正。

编 者

2002 年 9 月

# 目 录

## 前言

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| <b>第一章 绪论</b> .....            | 1  |
| 第一节 工程力学的任务 .....              | 1  |
| 第二节 工程力学的研究对象与研究方法 .....       | 2  |
| 第三节 工程力学的发展简介 .....            | 4  |
| <b>第二章 力系简化</b> .....          | 6  |
| 第一节 基本概念 .....                 | 6  |
| 第二节 力系的简化 .....                | 10 |
| 思考题 .....                      | 15 |
| 习题 .....                       | 15 |
| <b>第三章 受力分析与平衡分析</b> .....     | 17 |
| 第一节 约束与约束力 .....               | 17 |
| 第二节 受力分析和受力图 .....             | 20 |
| 第三节 平衡条件和平衡方程 .....            | 23 |
| 第四节 物体系统的平衡 .....              | 29 |
| 第五节 重心与平面图形的几何性质 .....         | 36 |
| 思考题 .....                      | 42 |
| 习题 .....                       | 43 |
| <b>第四章 内力分析</b> .....          | 52 |
| 第一节 内力与截面法 .....               | 52 |
| 第二节 轴力和轴力图 .....               | 58 |
| 第三节 扭矩和扭矩图 .....               | 59 |
| 第四节 剪力方程、弯矩方程和剪力图、弯矩图 .....    | 61 |
| 第五节 载荷集度、剪力和弯矩之间的微分关系 .....    | 64 |
| 第六节 分段叠加法作弯矩图 .....            | 69 |
| 第七节 多类外载作用下杆的内力方程与内力图 .....    | 72 |
| 思考题 .....                      | 77 |
| 习题 .....                       | 77 |
| <b>第五章 应力状态分析</b> .....        | 82 |
| 第一节 基本概念 .....                 | 82 |
| 第二节 二向应力状态分析——解析法 .....        | 85 |
| * 第三节 二向应力状态分析——图解法（应力圆） ..... | 89 |

edite

|                                 |            |
|---------------------------------|------------|
| 第四节 简单三向应力状态分析——平面应力状态转换法 ..... | 94         |
| 思考题 .....                       | 96         |
| 习题 .....                        | 97         |
| <b>第六章 杆件基本变形下的应力和变形 .....</b>  | <b>100</b> |
| 第一节 轴向伸缩时的应力与强度准则 .....         | 100        |
| 第二节 弹性定律 .....                  | 106        |
| 第三节 材料拉伸与压缩时的力学性能 .....         | 110        |
| 第四节 圆轴扭转时的应力和变形 .....           | 116        |
| 第五节 弯曲应力 .....                  | 122        |
| 第六节 弯曲变形 .....                  | 135        |
| 思考题 .....                       | 146        |
| 习题 .....                        | 148        |
| <b>第七章 复杂变形的强度分析 .....</b>      | <b>156</b> |
| 第一节 强度理论——工程上实用的四种强度理论 .....    | 156        |
| 第二节 双剪切应力强度理论 .....             | 161        |
| 第三节 组合变形 .....                  | 162        |
| 第四节 联接件的强度计算 .....              | 173        |
| 思考题 .....                       | 176        |
| 习题 .....                        | 177        |
| <b>第八章 压杆稳定 .....</b>           | <b>183</b> |
| 第一节 压杆稳定的概念 .....               | 183        |
| 第二节 细长压杆的临界力 .....              | 184        |
| 第三节 压杆的临界应力与稳定性计算 .....         | 189        |
| 思考题 .....                       | 195        |
| 习题 .....                        | 196        |
| <b>附录 .....</b>                 | <b>199</b> |
| 附录 A 平面图形的几何性质 .....            | 199        |
| 附录 B 型钢表 .....                  | 200        |
| 附录 C 习题答案 .....                 | 211        |
| 附录 D 中英文名词对照表 .....             | 220        |
| <b>参考文献 .....</b>               | <b>225</b> |

# 第一章 绪 论

工程力学的内容极其广泛，本书所述的是工程力学的最基础内容，它只包含静力学和材料力学两部分。

## 第一节 工程力学的任务

**静力学**是刚体力学的一个分支，它主要研究物体在力的作用下处于平衡的规律，以及各种力系的平衡条件。平衡是物体机械运动的特殊形式，即物体相对于惯性参照系处于静止或作匀速直线运动的状态。对于一般工程问题，平衡状态是以地球为参照系确定的。静力学还研究力系的简化和物体受力分析的基本方法。

**材料力学**是固体力学的一个分支，它是研究结构构件和机械零件承载能力的基础学科。材料力学的研究通常包括两大部分：一部分是材料的力学性能的研究，材料的力学性能不仅可用于材料力学的计算，而且也是固体力学其他分支在计算中必不可少的依据；另一部分是对杆件进行力学分析，为保证各构件或机械零件能正常工作，提供设计理论依据和计算方法。

“工程力学”的任务就是为设计工程构件提供一套行之有效的基础理论及分析方法和计算方法。从而使物体的受力状态更合理，几何形状较佳，承载能力更如意，所用材料更适宜、更经济。

为完成上述任务，要对物体进行受力分析、平衡分析和承载能力分析。构件的承载能力由三个方面来衡量，即强度、刚度和稳定性。

**强度**是指构件抗破坏的能力。此处的破坏指断裂和永久变形。如图 1-1 所示，起重机钢丝绳断裂。

**刚度**是指构件抵抗弹性变形的能力。如图 1-2 所示，在载荷作用下构件必然会发生变形。但某些构件的变形不应超过一定的限度，否则，构件就不能正常工作。例如，管道由于垂度过大，会在凹下处残存杂质，从而影响输送液体的质量甚至堵塞管道；又如，机床主轴箱中齿轮轴变形过大，将影响工件的加工质量，并引起轴承的偏磨，缩短轴承寿命。

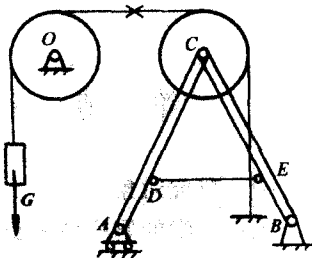


图 1-1 起重机示意图



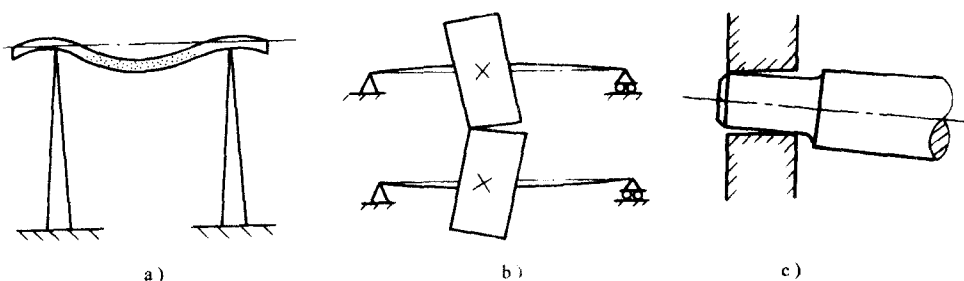


图 1-2 管道与齿轮轴

**稳定性**是指构件保持原有几何状态的能力。有些细长直杆承受轴向压力，当所受压力较小时，只发生轴向缩短，保持直线的平衡形式。当压力达到某一极限值时，杆可能突然被压弯，使结构不能正常工作。这种破坏形式称为丧失原有直线平衡形式的稳定性，简称失稳。如图 1-3 所示，桥墩被压弯，即属失稳破坏。

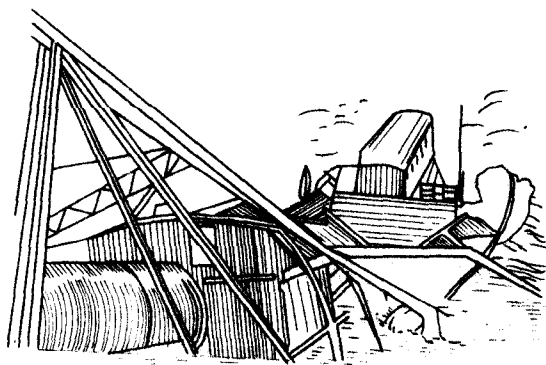


图 1-3 铁桥失稳

为保证各构件或机械零件能正常工作，构件和零件必须符合如下要求：①不发生破坏，即具有足够的强度；②弹性变形应不超出允许的范围，即具有足够的刚度；③在原有形状下的平衡应是稳定平衡，也就是，构件不会失去稳定性。只有这样，构件才能安全工作，为了确保设计安全，通常要求多用材料和用高质量材料；而为了使设计符合经济原则，又要求少用材料或用廉价材料。工程力学的任务就是合理地解决这一矛盾，为实现既安全又经济的设计提供理论依据和计算方法。

## 第二节 工程力学的研究对象与研究方法

### 一、研究对象

工程力学的研究对象在几何尺寸上是宏观（几何尺寸大于  $10^{-10}\text{m}$ ）的，运动速度是低速（速度远小于光速）的，而且是处于惯性系内的固体。

在平衡分析中，研究对象可以包括所有构件。一般将构件分为三类，即：杆（包括直杆和曲杆）、板或壳及块体，如图 1-4 所示。

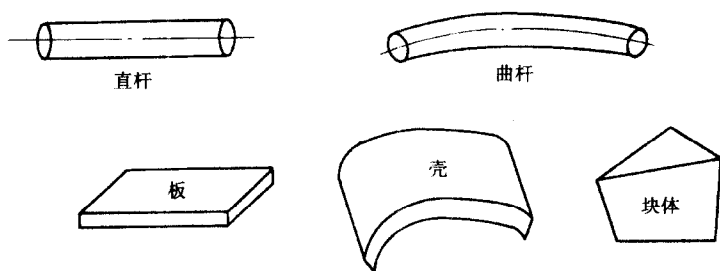


图 1-4 构件分类

**杆：**纵向尺寸远大于横向尺寸的构件。杆的横截面——垂直于杆件长度方向的截面；杆的轴线——横截面形心的连线；直杆——杆的轴线为直线；曲杆——杆的轴线为曲线。

**板、壳：**长度和宽度远大于厚度的构件。中面——平分厚度方向的面。中面为平面的构件称为板。中面为曲面的构件称为壳。

**块体：**三个方位的尺寸属于同一数量级。

材料力学以直杆为主要研究对象。

当对事物的某个方面进行研究时，忽略影响该方面的次要因素，对其进行合理简化、抽象出理想模型。对事物研究的侧重点不同，忽略的次要因素也不同。

## 二、研究方法

静力学的研究方法有两种，一种是几何法；另一种是解析法，解析法就是通过力的矢量式或投影式（代数式）对力系进行分析和求解。本书采用的研究方法是解析法。

在对物体进行平衡分析时，不计物体变形对其平衡状态的影响即为刚化。

在材料力学的研究中，首先应用“截面法”，求得构件在外力作用下各横截面上的内力；其次，求得构件中的应力和构件的变形。要完成这些分析，单靠静力学就不够了，还需要研究构件在变形后的几何关系，以及材料在外力作用下变形和力之间的物理关系。根据几何关系、物理关系和平衡关系，可以求得物体内的应力、应变和位移。把它们和材料的允许应力、允许变形作比较，即可判断此物体的强度及刚度是否符合预定要求。若材料处于多向受力状态，则应根据强度理论来分析强度。

材料力学要研究物体的变形与破坏规律，因而其变形不能忽略，这时将研究对象视为处在小变形范围内的均匀、连续、各向同性变形固体。这就是固体力学的均匀、连续、各向同性假设。

**变形是指构件在载荷的作用下，形状、尺寸的改变。**变形有弹性变形和塑性变形。弹性变形——随卸载而消失的变形；塑性变形（永久变形或残余变形）

——卸载后不能消失的变形。

**均匀性假设：**物体内部，各处的力学性质完全相同。按此假设，从构件内部任何部位切取的一块无限小的材料，都具有相同的力学性质。

**连续性假设：**物质密实地充满物体所在空间，毫无空隙。根据此假设，构件内的一些物理量（如各点的位移等）均可用坐标的连续函数表示，并可采用无限小的分析方法，利用微分、积分及其方程等数学工具，分析材料力学的问题。

**各向同性假设：**组成物体的材料沿各方向的力学性质完全相同。

**小变形假设：**材料力学所研究的构件在载荷作用下的变形与原始尺寸相比甚小。这样，在考虑构件的平衡和运动时，可以忽略其变形。

### 第三节 工程力学的发展简介

从现存的古代建筑，可以推测当时的建筑者已使用了某些由经验得来的力学知识，并且为了举高和搬运重物，已经能运用一些简单机械（例如杠杆、滑轮和斜面等）。

静力学是从公元前3世纪开始发展，到公元17世纪伽利略奠定动力学基础。这期间经历了西欧奴隶社会后期、封建时期和文艺复兴初期。因农业、建筑业的要求，以及同贸易发展有关的精密测量的需要，推动了力学的发展。人们在使用简单的工具和机械的基础上，逐渐总结出力学的概念和公理。例如，从滑轮和杠杆得出力矩的概念，从斜面得出力的平行四边形法则等。

阿基米德是使静力学成为一门真正科学的奠基者。他在关于平面图形的平衡和重心的著作中，创立了杠杆理论，并且创立了静力学的一些主要原理。阿基米德得出的杠杆平衡条件是：若杠杆两臂的长度同其上的物体的重量成反比，则此二物体必处于平衡状态。阿基米德是第一个使用严密推理来求出平行四边形、三角形和梯形物体的重心位置的人，他还应用近似法，求出了抛物线段的重心。

工程力学的发展与工程的发展相辅相成，相互促进。在古代建筑中，尽管还没有严格的科学理论，但人们从长期生产实践中，对构件的支承情况已有一些定性或较粗浅的定量认识。例如，从圆木中截取矩形截面的木梁，当高宽比为 $3/2$ 时，承载能力佳，也最为经济，这大体上符合现代材料力学的基本原理。

随着工业的发展，在车辆、船舶、机械和大型建筑工程的建造中所碰到的问题日益复杂，单凭经验已无法解决。这样，在对构件强度和刚度长期定量研究的基础上，逐渐形成了材料力学。

意大利科学家伽利略为解决建造船舶和水闸所需的梁的尺寸问题，进行了一系列实验，并于1638年首次提出梁的强度计算公式。由于当时对材料受力后会发生变形这一规律缺乏认识，他采用了刚体力学的方法进行计算，以致所得结论

不完全正确。后来，英国科学家胡克在 1678 年发表了根据弹簧实验观察所得的“力与变形成正比”这一重要物理定律（即胡克定律），奠定了材料力学的基础。从 18 世纪起，材料力学开始沿着科学理论的方向向前发展。

随着高速车辆、飞机、大型机械以及铁路桥梁等的出现，减轻构件的自重成为亟待解决的问题。随着冶金工业的发展，新的高强度金属（如钢和铝合金等）逐渐成为主要的工程材料，从而使薄型和细长型构件大量被采用。这类构件的失稳破坏屡有发生，从而引起工程界的注意，并成为构件刚度和稳定性理论发展的推动力。由于超高强度材料和焊接结构的广泛应用，低应力脆断和疲劳事故又成为新的研究课题，促使这方面研究迅速发展。

## 第二章 力系简化

一般构件的受力是很复杂的，这些力矢的作用线可以在空间任意分布。要对复杂的受力状态进行研究，首先要了解关于力、力系的基本概念，并掌握力系的简化原理，然后才能进行平衡分析。

### 第一节 基本概念

力是物体间的相互机械作用。这种作用将产生两种效应，即外效应和内效应。所谓外效应，即物体的运动与平衡效应；而内效应则是物体的变形与破坏效应。力是矢量，力的运算为矢量运算。当研究力的外效应时，力是**移动矢量**，即可沿其作用线移动；当研究力的内效应时，力是**定点矢量**，不可移动。

#### 一、力系

力系是作用于研究对象上的所有力的集合。

##### 1. 力系分类

(1) 空间一般力系 各力的作用线不在同一平面内的力系。空间力系是最一般的力系。如图 2-1 所示。

(2) 空间汇交力系 空间力系中各力的作用线汇交于一点。如图 2-2 所示。

(3) 空间平行力系 各力的作用线均平行。

(4) 平面一般力系 力系中各力的作用线在同一平面内。如图 2-3 所示。

(5) 平面汇交力系 平面力系中各力的作用线汇交于一点。

(6) 平面平行力系 各力的作用线在同一平面内且相互平行。

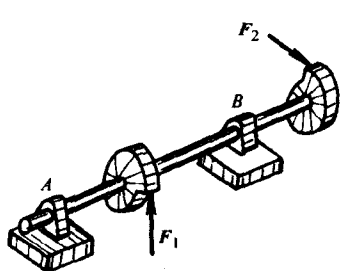


图 2-1 空间一般力系

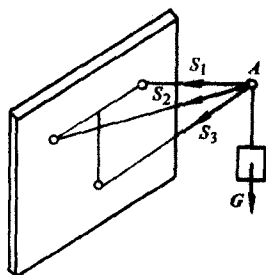


图 2-2 空间汇交力

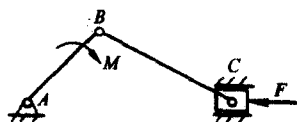


图 2-3 平面一般力系

## 2. 力系的名词解释

(1) 等效力系 当研究力对物体的外效应时, 如果两个力系对同一物体的作用效果相同, 则这两个力系互称等效力系, 可以相互替代。

(2) 简化力系 当研究力对物体的外效应时, 用一个简单力系等效地替代复杂力系, 此简单力系称为复杂力系的简化力系。

(3) 力系合成 当研究力对物体的外效应时, 用一个力与一个力系等效, 则此力称为力系的合力。

(4) 平衡力系 不改变物体原来运动状态的力系。

## 二、力矩

### 1. 力对点之矩

在空间状态下, 力对点的矩是矢量。如图 2-4 所示,  $r$  表示  $A$  点的矢径, 则力  $F$  对  $O$  点之矩等于矩心到该力作用点的矢径与该力的矢量积, 即

$$\begin{aligned} M_O(F) = r \times F &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= (F_z y - F_y z) i + (F_x z - F_z x) j + (F_y x - F_x y) k \\ &= M_x i + M_y j + M_z k \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中  $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_z$  分别为  $M_O(F)$  在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上的投影。

力矩  $M_O(F)$  的大小为

$$|M_O(F)| = |r| \cdot |F| \cdot \sin(r, F) = |F| \cdot d$$

方向按右手螺旋法则确定 ( $r \times F$ ), 如图 2-4 所示。

### 2. 力对轴之矩

力  $F$  对  $z$  轴之矩定义: 如图 2-5 所示, 做垂直于  $z$  轴的  $xy$  面, 垂足为  $O$ , 则  $F$  在  $Oxy$  面上的投影  $F_{xy}$  对  $O$  点之矩即为力  $F$  对  $z$  轴之矩  $M_z(F)$ 。它可用代数量表示, 且通常规定:  $M_z(F)$  与轴的正向同向为正, 反之为负。

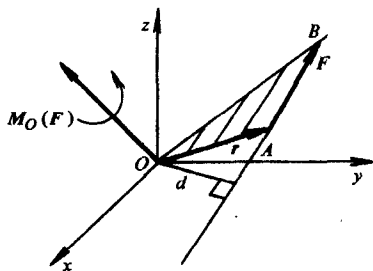


图 2-4 力对点之矩

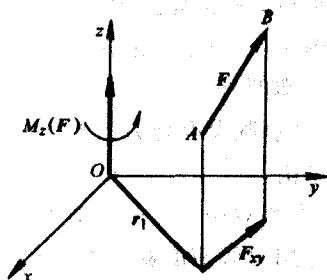


图 2-5 力对轴之矩

$$M_z(F) = M_O(F_{xy}) = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_{xy} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & 0 \\ F_x & F_y & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y \\ F_x & F_y \end{vmatrix} \mathbf{k} = M_z \mathbf{k} \quad (2-2)$$

结论: 1) 力对点之矩在某轴上的投影等于力对该轴之矩, 力  $\mathbf{F}$  与轴共面时, 力对轴之矩为零。

2) 平面力系中, 力对点之矩则相当于力对垂直于该平面的轴的矩, 可表示为代数量。

**例 2-1** 在图 2-6 所示结构中, 已知:  $F = 2\text{kN}$ ,  $C$  点在  $Oxy$  平面内, 求: 力  $\mathbf{F}$  对三个坐标轴的矩。

**解**  $\mathbf{F}$  力在三个坐标轴上的投影如图 2-6 所示, 其值分别为

$$F_x = -F \cos 45^\circ \sin 60^\circ = -1225\text{N}$$

$$F_y = F \cos 45^\circ \cos 60^\circ = 707\text{N}$$

$$F_z = F \sin 45^\circ = 1414\text{N}$$

$\mathbf{F}$  对  $O$  点之矩

$$M_O(\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -0.05 & 0.06 & 0 \\ -1225 & 707 & 1414 \end{vmatrix} = (84.8\mathbf{i} + 70.7\mathbf{j} + 38.2\mathbf{k})\text{N}\cdot\text{m}$$

依力对点之矩与力对轴之矩的关系, 得

$$M_x(\mathbf{F}) = 84.8\text{N}\cdot\text{m}, M_y(\mathbf{F}) = 70.7\text{N}\cdot\text{m}, M_z(\mathbf{F}) = 38.2\text{N}\cdot\text{m}$$

### 三、力偶系

#### 1. 力偶

作用在同一刚体上的一对等值、反向、作用线平行的力组成的力系, 称为力偶。如图 2-7 所示, 记为  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ 。

#### 2. 力偶性质

1) 力偶既没有合力, 本身又不平衡, 是一个基本力学量; 而且, 力偶只能与力偶平衡。

2) 力偶对任一点的矩恒等于力偶矩, 而与矩心的位置无关, 因此力偶对刚体的效应用力偶矩度量。力偶矩是矢量, 如图 2-8 所示。因为

$$\mathbf{M}_O(\mathbf{F}) + \mathbf{M}_O(\mathbf{F}') = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F} + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}' = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F} - \mathbf{r}_B \times \mathbf{F} = \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F}$$

故, 力偶矩值为

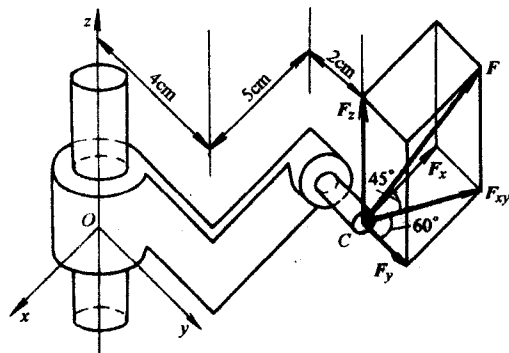


图 2-6 例 2-1 图

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F} \quad (2-3)$$

3) **力偶等效定理**是指作用在同一刚体内的两个力偶,只要它们的力偶矩大小相等,转向相同,则该两个力偶彼此等效。

[证] 如图 2-9 所示。设物体的某一平面上作用一力偶  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ , 现沿力偶臂  $AB$  方向加一对平衡力  $(\mathbf{F}_Q, \mathbf{F}'_Q)$ , 再将  $\mathbf{F}_Q, \mathbf{F}$  合成为  $\mathbf{F}_R$ ,  $\mathbf{F}'_Q, \mathbf{F}'$  合

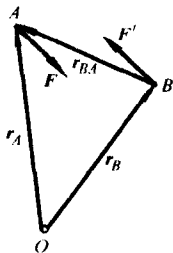


图 2-7 力偶

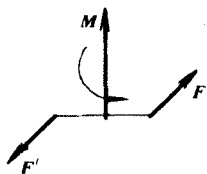


图 2-8 力偶矩矢

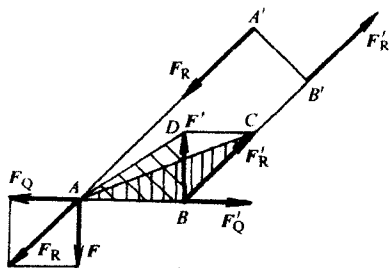


图 2-9 力偶等效定理

成为  $\mathbf{F}'_R$ , 得到新力偶  $(\mathbf{F}_R, \mathbf{F}'_R)$ , 将  $\mathbf{F}_R, \mathbf{F}'_R$  移到  $A', B'$  点, 则  $(\mathbf{F}_R, \mathbf{F}'_R)$  等价于原力偶  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ 。比较  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$  和  $(\mathbf{F}_R, \mathbf{F}'_R)$  可得  $M(\mathbf{F}, \mathbf{F}') = 2\triangle ABD = 2\triangle ABC = M(\mathbf{F}_R, \mathbf{F}'_R)$ , 且它们转向相同。

由上述证明可得下列两个推论:

- 1) 力偶可以在刚体内任意移动, 而不影响它对刚体的作用效应。
- 2) 只要保持力偶矩大小和转向不变, 可以任意改变力偶中力的大小和相应力偶臂的长短, 而不改变它对刚体的作用效应。

结论: 当研究力偶对物体的外效应时, 力偶是自由矢量。但是, 如果研究力偶对物体的内效应, 则力偶仍是定点矢量。

力偶三要素:

- (1) 大小  $M = r_{AB} \times F$ 。
- (2) 方向 与力偶作用面法线方向相同。
- (3) 转向 遵循右手螺旋规则。

#### 四、力偶系的合成与平衡

力偶是矢量, 所以, 力偶的运算也是矢量运算。

##### 1. 力偶系的合成

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_3 + \cdots + \mathbf{M}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i \quad (2-4a)$$

$$\mathbf{M} \text{ 的大小} \quad M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

$$\mathbf{M} \text{ 的方向} \quad \cos \alpha = \frac{M_x}{M}, \quad \cos \beta = \frac{M_y}{M}, \quad \cos \gamma = \frac{M_z}{M} \quad (2-4b)$$



## 2. 力偶系的平衡条件

$$M = \sum M_i = 0$$

## 3. 力偶系的平衡方程

$$\begin{cases} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases} \quad (2-5a)$$

至于平面力偶系, 则相当于力偶对垂直于该平面的轴的矩。因此, 平面力偶的计算可为代数计算, 按转向设其正负。由此, 平面力偶系合成

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i$$

## 4. 平面力偶系平衡的充要条件

$$M = \sum M_i = 0 \quad (2-5b)$$

**例 2-2** 如图 2-10 所示, 在一钻床上水平放置一工件, 在工件上同时钻四个等直径的孔, 每个钻头的力偶矩为  $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 15\text{N}\cdot\text{m}$ , 求工件的总切削力偶矩和 A、B 端水平约束力  $F_{NA}$  及  $F_{NB}$ 。

**解** 因力偶只能与力偶平衡, 故力  $F_{NA}$  与力  $F_{NB}$  必然组成一力偶。根据平面力偶系平衡方程有

因为  $\sum M_i = 0$

所以  $F_{NB} \times 0.2\text{m} - M_1 - M_2 - M_3 - M_4 = 0$

$$F_{NB} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{0.2\text{m}} = 300\text{N}$$

$$F_{NA} = F_{NB} = 300\text{N}$$

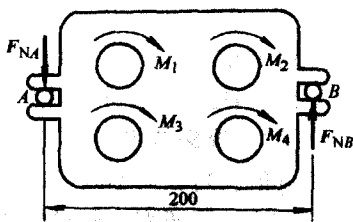


图 2-10 例 2-2 图

## 第二节 力系的简化

### 一、力线平移定理

当研究力对物体的外效应时, 可以把作用在物体上点 A 的力  $F$ , 平移到任一点 B, 但必须同时附加一个力偶。这个力偶矩等于原来的力  $F$  对新作用点 B 的矩。

**证明:** 图 2-11a 中的力  $F$ , 等价于图 2-11b 的  $F$ 、 $F'$ 、 $F''$ , 又等价于图 2-11c 中的  $F$ 、 $M$ 。

**说明:** 1) 力线平移定理揭示了力与力偶的关系: 力 = 力 + 力偶, (如图 2-12 所示, 旋具被扭断)。

2) 力平移的条件是附加一个力偶  $M$ , 且  $M$  与  $d$  有关,  $M = Fd$ 。