第二次修订版

丛书主编 希 扬
主 编 屠新民 李丽琴

走向清华北大

同步导读

高二数学

（下）

龍門書局
www.sciencep.com

(2004年春季用书)

走向清华北大·同步导读

(第二次修订版)

高二数学(下)

主编　屠新民　李丽琴
编者　屠新民　王慧兴　李丽琴
　　　刘　瑛　兰社云　李小斌

主编寄语

清华北大是科学家的摇篮——上清华北大，高中阶段强势准备，蓄势待发。

——希扬

龍門書局
北京

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读.高二数学.下/希扬主编；屠新民、李丽琴分册主编.—修订版.—北京：龙门书局，2003

ISBN 7-80160-345-1

Ⅰ.走…　Ⅱ.①希…②屠…③李…　Ⅲ.数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 080275 号

责任编辑：曾晓晖　夏少宁

封面设计：郭　建

龙门书局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社总发行　各地书店经销

*

2001 年 1 月第 一 版　　开本：890×1240　A5

2003 年 12 月第二次修订版　　印张：7

2003 年 12 月第 三 次 印 刷　　字数：239 000

印数：90 001－140 000

定　价：8.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

目　录

第九章　直线、平面、简单几何体(A)

导　言

1. 本章学习中应注意掌握如下内容：

(1)掌握平面的基本性质，会用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图、能够画出空间两条直线、直线和平面的各种位置关系的图形，能够根据图形想像它们的位置关系.

(2)了解空间两条直线、直线和平面、两个平面的位置关系.

(3)掌握直线和平面平行的判定定理和性质定理、理解直线和平面垂直的概念，掌握直线和平面垂直的判定定理，了解三垂线定理及其逆定理.

(4)掌握直线和直线，直线和平面，平面和平面所成的角、距离的概念、对于异面直线的距离，只要求会计算已给出公垂线或在坐标表示下的距离、掌握直线和平面垂直的性质定理、掌握两个平面平行、垂直的判定定理和性质定理.

(5)了解多面体的概念，了解凸多面体的概念.

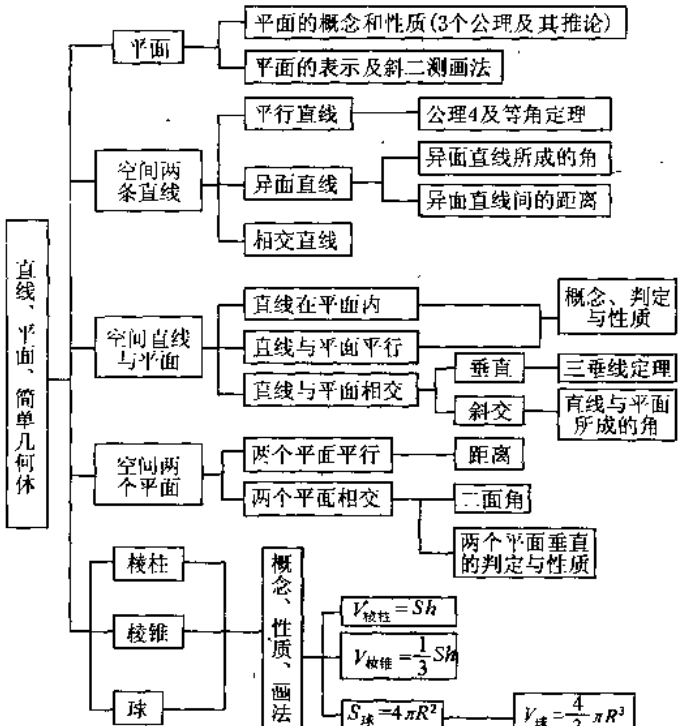
(6)了解棱柱的概念，掌握棱柱的性质，会画直棱柱的直观图.

(7)掌握棱锥的概念；掌握正棱锥的性质；会画正棱锥的直观图；掌握锥体的体积公式.

(8)了解多面体的概念；理解欧拉公式.

(9)了解球的概念；掌握球的性质；掌握球的表面积、体积公式.

2. 知识网络图(见下页)



9.1 平　面

知识要点聚焦

1. 掌握平面的概念及表示法.
2. 熟练掌握平面的基本性质,即公理1、公理2、公理3及其3个推论.

重点问题点拨

平面的基本性质:

公理1　如果一条直线上的两点在一个平面,那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

公理1是判定直线在平面内的依据,用集合符号表示为

$$\left.\begin{array}{l}A\in l, A\in\alpha\\B\in l, B\in\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow l\subsetneqq\alpha.$$

依据直线在平面内,可以判断点在平面内,即 $A\in l, l\subsetneqq\alpha\Rightarrow A\in\alpha$.

公理2 如果两个平面有一个公共点,那么它们还有其他公共点,且所有这些公共点的集合是一条过这个公共点的直线.

公理2是判定两平面有交线以及确定交线位置的依据,用集合符号表示为:

$P\in\alpha\cap\beta\Rightarrow\alpha\cap\beta=l$ 且 $P\in l$.

由此易知,如果两个平面有两个公共点,那么这两个平面相交于由这两点确定的一条直线,即

$$\left.\begin{array}{l}A\in\alpha, A\in\beta\\B\in\alpha, B\in\beta\end{array}\right\}\Rightarrow\alpha\cap\beta=AB.$$

依据两平面相交的意义,可以判断点在直线上,即 $A\in\alpha$, $A\in\beta$, $\alpha\cap\beta=a\Rightarrow A\in a$.

公理3 经过不在同一直线上的三点,有且只有一个平面.

推论1 经过一条直线和这条直线外的一点,有且只有一个平面.

推论2 经过两条相交直线,有且只有一个平面.

推论3 经过两条平行直线,有且只有一个平面.

高考样题例释

高考名题点评

例1 小王画▱$ABCD$ 表示一个平面,其中 $\angle A=45°$, $AB=4\text{cm}$, $AD=2\text{cm}$;小张画▱$A'B'C'D'$表示一个平面,其中 $\angle A'=45°$, $A'B'=8\text{cm}$, $A'D'=3\text{cm}$,以下说法正确的是 ( )

A. 小王所画的平面面积是 $4\sqrt{2}\text{cm}^2$

B. 小王所画的平面没有小张所画的平面大

C. 小张所画的平行四边形不能表示平面,因为 $A'B'\neq 2A'D'$

D. 小张所画的平行四边形可以表示一个平面

点悟:根据平面的延展性及表示方法加以判别.

解:由于平面没有大小,故A、B可以排除;任何平行四边形、三角形、圆等平面图形都可用以表示平面,故C可以排除,所以正确答案为D.

点拨:根据需要,表示平面的平面图形都可延展开来,使其"包含"所研究的平面图形.

例2 用文字语言表示的命题"平面 α、β 相交于经过点 M 的直线 a"可用符号语言表示为__________.

点悟:运用有关集合符号表示几何语言的实际含义.

解:表示为"$\alpha \cap \beta = a, M \in a$".

点拨:通常情况下,大写英文字母 A、B、C…表示点;小写字母 a、b、c…或用两个大写字母(如 AB)表示直线;小写希腊字母 α、β、γ…表示平面.在解此类题中,一定要表示准确.

例 3 已知 $A \in \alpha$,$B \notin \alpha$,求证:直线 $AB \not\subseteq \alpha$.

点悟:用反证法.

证明:假设 $AB \subsetneqq \alpha$,则直线 AB 上的所有点都在平面 α 内,所以点 B 也在平面 α 内,这与已知 $B \notin \alpha$ 矛盾,故直线 $AB \not\subseteq \alpha$.

点拨:判断一条直线在一个平面内,必须而且只需这条直线上有两点在这个平面内.对否定性和惟一性命题以及无公理、定义、定理为依据的命题进行论证时常用反证法.

创新题型导学

例 4 下面说法正确的是 ( )

A. 如果 A、B、C、D 不在同一平面内,那么直线 AB、CD 必不相交但有可能平行

B. 两两相交的三直线一定共面

C. 共点 O 的三直线 a、b、c 都与不过点 O 的直线 l 相交,那么这四条直线共面

D. 三条互相平行但不共面的直线可以确定 5 个平面

点悟:应用平面的基本性质加以分析判定.

解:对于 A,若 AB、CD 相交或平行,由推论 2 和推论 3 可知 A、B、C、D 四点共面,与已知条件相矛盾,故排除 A.

对于 B,当这三直线两两相交于同一点时,这三直线有可能不共面,故排除 B.

对于 C,不妨设 l 与 a、b、c 分别相交于点 P、Q、R,由推论 2 可知 l 与 a 确定一个平面 α,于是点 P、Q、R 和 O 都在平面 α 内,再由公理 1 可知直线 b、c 都在平面 α 内.故选 C.

点拨:(1)C 选项的下述证法是错误的:由 a、b 相交知 a 与 b 确定平面 α,同理 a、c 确定平面 α,a、l 确定平面 α,所以四直线 a、b、c、l 共面.(2)证明共面问题的一般方法是先确定一个平面,然后再证其余点、线都在这个平面内.(3)对于 D,正确答案是 3 个平面.

例 5 梯形 $ABCD$ 中,$AB \parallel CD$,直线 AB、BC、CD、DA 分别与平面 α 相交于点 E、G、F、H.那么一定有 G ________ 直线 EF、H ______ 直线 EF,(填 $\in$ 或

$\notin$).

点悟:证明 E、F、G、H 都是平面 α 和平面 $ABCD$ 的公共点.

解:如图 9A-1,$\because AB /\!/ CD$,$\therefore AB$、CD 确定一个平面 β,又点 E、F、G、H 分别在直线 AB、CD、BC 和 DA 上,于是 E、F、G、H 都在平面 β 内.由已知点 E、F、G、H 都在平面 α 内.

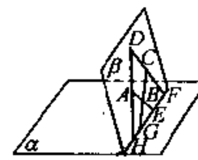


图 9A-1

$\therefore$ 点 E、F、G、H 是平面 α 和平面 β 的公共点,由公理 2 知平面 α 和平面 β 有一条公共直线,故 E、F、G、H 四点共线.

因而本题应填 $\in$、$\in$.

点拨:证明若干个点共线问题的一般方法是证明这些点同时在两个相交平面内.

例 6 如图 9A-2,四边形 $ABB'A'$,$BCC'B'$,$CAA'C'$ 都是梯形.

求证:三直线 AA'、BB'、CC'、相交于一点.

点悟:先证其中两直线共面且交于一点,再证这点也在第三条直线上.

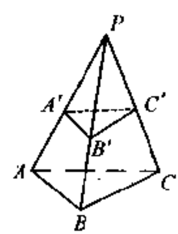


图 9A-2

证明:如图 9A-2,梯形 $ABB'A'$ 中,$A'B' /\!/ AB$,所以 AA'、BB' 在同一平面 $A'B$ 内,设直线 AA'、BB' 相交于 P.

同理,BB'、CC' 同在平面 BC' 内,CC'、AA' 同在平面 $A'C$ 内.

$\because P\in AA'$,$AA'\subsetneqq$ 平面 $A'C$,$\therefore P\in$ 平面 $A'C$.

同理,$P\in$ 平面 BC'.

根据公理 2,点 P 在平面 $A'C$ 与平面 BC' 的交线上,而平面 $A'C\cap$ 平面 $BC'=CC'$,故 $P\in$ 直线 CC'.

即三直线 AA'、BB'、CC' 相交于一点.

点拨:证明若干条直线共点,可先证其中两条直线相交于一点,再证这点也在其他直线上.类似的,证明若干个点共线,可由其中两点确定一条直线,再证其余各点也在这条直线上,或者证明这些点都在某两个平面的交线上.

综合题型巧解

例 7 平面 α 和平面 β 相交于直线 l,点 A、B 在 α 内,点 C、D 在 β 内,且直线 AB 和直线 CD 相交于点 P,求证:点 P 在直线 l 上.

点悟:应由 $AB\cap CD=P$,$P\in AB$,$P\in CD$ 出发来证此题.

证明:$\because AB\cap CD=P$,$\therefore P\in AB$,$P\in CD$.

$\because A\in\alpha$,$B\in\alpha$,$\therefore AB\subsetneqq\alpha$,$P\in\alpha$.

$\because C\in\beta, D\in\beta, \therefore CD\subsetneqq\beta, P\in\beta$.

$\because \alpha\cap\beta=l, \therefore P\in l$.

点拨:此题应用了惟一性,即点 P 是两平面的公共点,l 是 α、β 的惟一交线,故点 P 在 l 上,这种证题思想很常用.

例8 如图 9A-3,$\triangle ABC$ 在平面 α 外,它的三边所在的直线分别交平面 α 于点 P、Q、R,求证:P、Q、R 三点共线.

点悟:先确定一条直线,再证明这些点在这条直线上.

证明:$\because AB\cap\alpha=P, AB\subsetneqq$平面 ABC,

$\therefore P\in$平面 $ABC, P\in\alpha$,

$\therefore P$ 在平面 ABC 与平面 α 的交线上.

同理可证 Q 和 R 均在这条交线上.

$\therefore P$、Q、R 三点共线.

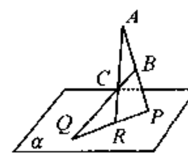


图 9A-3

点拨: 证某些点是两个平面的公共点,用同理可证的方法来证若干点共线,是证此类题目的常用方法.

例9 如图 9A-3-1,已知矩形 $ABCD$ 中,$AB=1, BC=a(a>0)$,$PA\perp$平面 $ABCD$.

(Ⅰ)问 BC 边上是否存在点 Q,使得 $PQ\perp QD$,并说明理由;

(Ⅱ)若 $PA=1$,且 BC 边上有且只有一点 Q,使得 $PQ\perp QD$,求这时二面角 Q-PD-A 的大小.

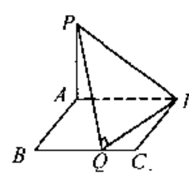


图 9A-3-1

解:(Ⅰ)由三垂线定理,得

$$PQ\perp QD\Rightarrow AQ\perp QD.$$

$\therefore$当 $a>2$ 时,BC 边上有两个点,即以 AD 为直径的圆与 BC 有两个交点,满足 $PQ\perp QD$.

当 $a=2$ 时,BC 边上有中点,满足 $PQ\perp QD$.

当 $0<a<2$ 时,BC 边上不存在点 Q,满足 $PQ\perp QD$.

(Ⅱ)这时 $BC=2$,Q 是 BC 中点.

设 G 是 AD 中点,作 $GH\perp PD$ 于点 H,连结 QH,GQ,由于 $PA\perp$平面 AC,则平面 $PAD\perp$平面 AC,因此,$QG\perp$平面 PAD,从而 $QH\perp PD$,所以$\angle QHG$ 是二面角的平面角.

在 $Rt\triangle QHG$ 中,$HG=\dfrac{PA\cdot GD}{PD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$,

$GQ=1, \therefore \tan\angle QHG=\sqrt{5}$.

所求二面角的平面角大小是 $\arctan\sqrt{5}$.

高考误区警示

例 对于四面体 $ABCD$,给出下列四个命题

①若 $AB=AC,BD=CD$,则 $BC\perp AD$.

②若 $AB=CD,AC=BD$,则 $BC\perp AD$.

③若 $AB\perp AC,BD\perp CD$,则 $BC\perp AD$.

④若 $AB\perp CD,BD\perp AC$,则 $BC\perp AD$.

其中真命题的序号是________.(写出所有真命题的序号)(2003 年,全国)

正解:由三垂线定理可知①、④正确.

故应填①、④.

警示:常见错误原因有二.一是不作图,就想当然判定结果;二是不知应用有关定理与知识.这就导致产生乱填②、③等情况.

创新互动训练

1. 选择题

(1)一条直线和此直线外不在同一条直线上的三点所确定平面的个数是 (　　)

A. 1个　B. 3个　C. 4个　D. 以上答案都有可能

(2)如果 $A\in\alpha,B\in\alpha,C\in AB$,则下列关系成立的是 (　　)

A. $C\in\alpha$　B. $C\notin\alpha$　C. $AB\notin\alpha$　D. AB 与 α 相交

(3)如果 $a\subsetneq\alpha,b\subsetneq\alpha,l\cap a=A,l\cap b=B$. 那么,下列关系成立的是 (　　)

A. $l\subsetneq\alpha$　B. $l\not\subseteq\alpha$

C. $l\cap\alpha=A$　D. $l\cap\alpha=B$

(4)若点 A 在直线 a 上,直线 a 又在平面 α 内,则点 A、直线 a、平面 α 之间的关系可记作 (　　)

A. $A\in a\in\alpha$　B. $A\subsetneq a\subsetneq\alpha$

C. $A\in a\subsetneq\alpha$　D. $A\subsetneq a\in\alpha$

2. 填空题

(1)空间不在同一平面内的四点可以确定_______个平面,每两个平面间的位置关系是________.

(2)四条直线两两相交,其中任意三条直线均不相交于一点.那么,这四条直线的交点个数是________.

(3)一个平面把空间分成_____部分;两个平面把空间最多可分成____部分,最少分成_____部分;三个平面把空间最多分成_______部分,最少分成______部分,而且还可能分成_____或_____部分.

(4)已知 $\alpha\cap\beta=l$，$m\subsetneqq\alpha$，$n\subsetneqq\beta$，$m\cap n=P$，则点 P 与直线 l 的位置关系用相应的符号表示为__________.

3. 已知长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，O_1 是上底面 A_1C_1 对角线的交点，体对角线 A_1C 交截面 B_1D_1A 于点 P（如图 9A-4）．求证：O_1、P、A 三点在同一条直线上．

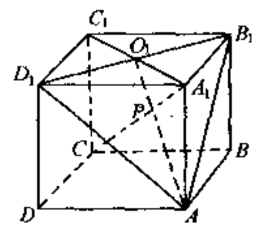


图 9A-4

9.2 空间直线

知识要点聚焦

1. 了解空间两条直线的位置关系．
2. 掌握直线和直线所成的角、距离的概念．
3. 会求异面直线间的距离．

重点问题点拨

1. 空间两条直线的位置关系如下所示：

$$\left.\begin{array}{l}\text{共面直线}\left\{\begin{array}{l}\text{相交直线——有且只有一个公共点；}\\ \text{平行直线}\end{array}\right.\\ \text{异面直线}\end{array}\right\}\text{无公共点．}$$

上面对空间两条直线的位置关系的分类依据的标准是：(1)是否共面；(2)是否有公共点．

2. 公理 4　若 $a/\!/b$，$c/\!/b$，则 $a/\!/c$．

3. 等角定理　如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行且方向相同，那么这两个角相等．

推论　如果两条相交直线和另两条相交直线分别平行，那么这两组直线所成的锐角（或直角）相等．

4. 掌握两条异面直线所成角的概念及其取值范围；分别和两条异面直线平行且相交的两条直线所成的锐角（或直角）叫做异面直线所成的角，它的取值范围是 $(0,\frac{\pi}{2}]$．

5. 异面直线的公垂线和异面直线的距离是两个重要的概念. 要会求两条异面直线所成的角与距离. 但是对于异面直线的距离,只要求会计算已给出公垂线时的距离.

高考样题例释

高考名题点评

例1　两条异面直线指的是　　　　(　　)

A. 两条不相交的直线

B. 两条不平行的直线

C. 不同在某个平面内的两条直线

D. 不同在任何一个平面内的两条直线

点悟:根据异面直线的定义和直线的位置关系加以判断.

解:对于A,两条直线不相交但有可能平行,这两直线不一定异面,故排除A,同理可排除B.

对于C,直线 a,b 分别在平面 α、β 内,但它们有可能相交(图9A-5),也有可能平行(图9A-6),所以排除C.

再根据异面直线的定义可知正确答案是D.

点拨:异面直线是一个既重要又难理解的概念,要仔细体会定义的内涵.

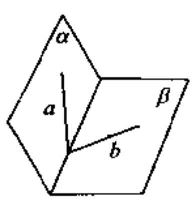


图9A-5

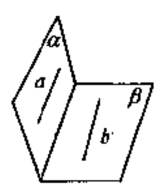


图9A-6

例2　如图9A-7,P 是△ABC 所在平面外一点,连结 PA、PB、PC,那么连同 AB、BC、CA 在内的六条直线中,是异面直线的是______.

点悟:观察实物模型.

解:填 PA 与 BC,PB 与 AC,PC 与 AB.

点拨:本题亦可用异面直线的判定方法"过平面外一点与平面内一点的直线,和平面内不经过该点的直线是异面直线"来判断.

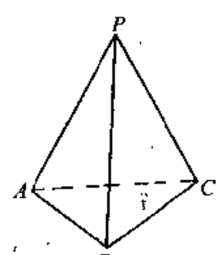


图9A-7

例3　已知 AB、CD 是两条异面直线,点 E、F 分别

是直线AB、CD上的点.

求证:直线EF与AC是异面直线.

点悟:用反证法.

证明:如图9A-8,假设直线EF与AC不是异面直线,即EF与AC在同一平面内.不妨设这个平面为α,$\because A\in\alpha, E\in\alpha$,

$\therefore$直线$AE\subsetneq\alpha$,而点B在直线AE上,

$\therefore B\in\alpha$.

同理,$D\in\alpha$.

于是根据公理1可知$AB\subset\alpha$,$CD\subset\alpha$,即直线AB、CD在同一个平面内,这与已知AB、CD是异面直线相矛盾.

$\therefore$直线EF与AC是异面直线.

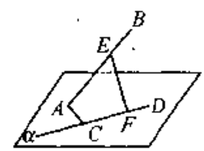


图9A-8

点拨:本题亦可用直接证法.

创新题型导学

例4 如图9A-9,M、N分别是空间四边形$ABCD$的边AB、CD的中点,连结MN,则下列说法中正确的是 ( )

A. $AC+BD=2MN$

B. $AC+BD>2MN$

C. $AC+BD<2MN$

D. 以上结论都有可能成立

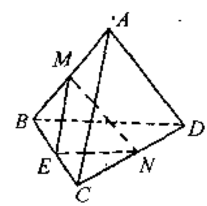


图9A-9

点悟:取BC中点E,构成三角形中位线.

解:设BC中点为E,连结EM、EN.由三角形中位线定理可得$AC=2EM$,$BD=2EN$,所以$AC+BD=2(EM+EN)$.而在$\triangle EMN$中,$EM+EN>MN$,所以$AC+BD>2MN$.

故选B.

点拨:对于三角形中与中点有关的平行线问题,中位线是常作的辅助线.

例5 如图9A-10,AA',BB',CC'是共点O但不共面的三直线,且$\frac{A'O}{OA}=\frac{B'O}{OB}=\frac{C'O}{OC}=\frac{1}{2}$,则$\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}}=$______.

点悟:证明$\triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$.

解:在平面$ABA'B'$中,由$\frac{A'O}{OA}=\frac{B'O}{OB}=\frac{1}{2}$得$\frac{A'B'}{AB}=\frac{1}{2}$,同理可证$\frac{B'C'}{BC}=\frac{C'A'}{CA}=\frac{1}{2}$,所以有$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{C'A'}{CA}$.因此$\triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$.

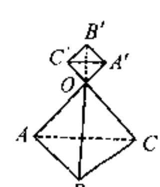


图9A-10

故$\dfrac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{A'B'^2}{AB^2}=\dfrac{1}{4}$.

点拨:对空间内的两个三角形,如果满足平面几何中相似或全等的条件,不论这两个三角形是否在同一平面内,它们总是相似或者全等.

例 6 如图 9A-11,E、F 分别是正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BC 和 A_1D_1 的中点,

求证:四边形 B_1EDF 是菱形.

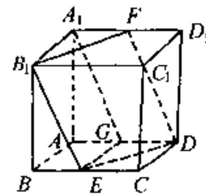


图 9A-11

点悟:取 AD 中点 G,通过 A_1G 作代换.

证明:设 AD 中点为 G,连结 EG、A_1G.

$\because E$ 是 BC 中点

$\therefore EG \mathrel{\underline{\parallel}} AB \mathrel{\underline{\parallel}} A_1B_1$,

$\therefore$ 四边形 A_1B_1EG 是平行四边形,$B_1E \mathrel{\underline{\parallel}} A_1G$. 又正方形 AA_1D_1D 中,$A_1G \mathrel{\underline{\parallel}} DF$.

$\therefore B_1E \mathrel{\underline{\parallel}} DF$,从而四边形 B_1EDF 是平行四边形.

设正方体棱长为 a,则 $B_1E=B_1F=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$,故四边形 B_1EDF 是菱形.

点拨:本例必须证明 B_1、E、D、F 共面,因为存在着四边相等的空间四边形. 另外,证明 $B_1E=B_1F$ 亦可利用全等三角形.

综合题型巧解

例 7 直线 a、b 都垂直于直线 l,那么直线 a、b 的位置关系是 ( )

A. 平行 B. 相交

C. 异面 D. 平行、异面和相交的可能都有

点悟:演示实物或观察模型(如正方体等).

解:选 D.

点拨:解决立体几何问题,务必从"平面"走到"空间",尽量不把曾经在平面几何中证明过的结论直接用于空间图形.

例 8 空间四边形 $ABCD$ 中,E、F 分别是 AB、CD 的中点,$EF=5$. 已知 $AC=6$,$BD=8$,则异面直线 AC、BD 所成的角的大小是________.

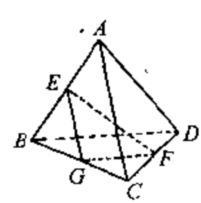


图 9A-12

点悟:取 BC 中点 G,构造平行线.

解:设 G 为 BC 中点,连结 EG、FG,如图9A-12,则 $EG \mathrel{\underline{\parallel}} \dfrac{1}{2}AC$,$GF \mathrel{\underline{\parallel}} \dfrac{1}{2}BD$.

$\therefore \angle EGF$ 就是异面直线 AC、BD 所成的角(或其补

角)，且$EG=3$，$FG=4$.

$\triangle EFG$中，由$EG^2+FG^2=EF^2$，得$\angle EGF=90^\circ$.

$\therefore$异面直线AC、BD成90°的角.

点拨:"平移"化归思想是求异面直线所成角的一种重要思想."平移"直线可能移其中的一条，也可能移两条(如本题)，一般都归结到同一个三角形内.

例9 如图9A-13，$AA_1\ \underline{\parallel}\ BB_1\ \underline{\parallel}\ CC_1$，$AA_1=4$，$A_1B=7$. 在$\triangle ABC$中，$AB=BC=3\sqrt{2}$，$AC=6$，且$AC\perp AA_1$，若$D$、$D_1$分别是$AC$、$A_1C_1$中点，求异面直线$A_1D$和$B_1D_1$所成的角.

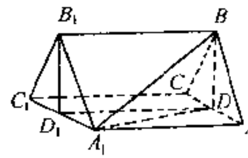


图9A-13

点悟:平移B_1D_1至BD，构造$\triangle A_1BD$.

解:如图9A-13所示，连结DD_1、BD.

$\therefore D$、D_1分别是矩形AA_1C_1C相对两边AC、A_1C_1的中点.

$\therefore DD_1\ \underline{\parallel}\ AA_1\ \underline{\parallel}\ BB_1$.

$\therefore$四边形BB_1D_1D是平行四边形，则$BD\parallel B_1D_1$.

$\therefore \angle A_1DB$就是异面直线A_1D与B_1D_1所成的角(或其补角).

等腰$\triangle ABC$中，$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=3$，Rt$\triangle A_1AD$中，$A_1D=\sqrt{AA_1^2+AD^2}=5$，

$\therefore$在$\triangle A_1BD$中，由余弦定理得

$$\cos\angle A_1DB=\frac{A_1D^2+BD^2-A_1B^2}{2A_1D\cdot BD}=-\frac{1}{2},$$

$\therefore \angle A_1DB=120^\circ$.

故异面直线A_1D和B_1D_1所成的角是$180^\circ-120^\circ$，即60°.

点拨:(1)如果求出的角大于90°，那么异面直线所成的角就等于它的补角. (2)求异面直线所成的角有下列四个步骤:证平行——"平移"异面直线构成相交直线;说明角——说明某个角就是两条异面直线所成的角(或补角);求大小——求出角度(或用这个角的某个三角函数表示);答结果——写出最后答案.

例10 下列命题中正确的是 ( )

A. 和两条异面直线都垂直的直线有且只有一条

B. 和两条异面直线都垂直的直线就是这两条异面直线的公垂线

C. 和两条异面直线都相交的直线就是这两条异面直线的公垂线

D. 和两条异面直线都垂直相交的直线就是这两条异面直线的公垂线

点悟:对照定义加以判别.

解:对于A，和两条异面直线都垂直的直线有无穷多条，故A错误;