

■ 苏州市高速公路建设指挥部

高次曲线 在高等级公路 线形中的应用

■ GAOCIQUXIAN
ZAICAODENGJI
GONGLU
XIANXINGZHONG
DEYINGYONG

同济大学出版社

前 言

高等级公路是现代交通建设的一个重要组成部分,它有着通过能力大、行车速度高、节约能源和行车安全舒适等许多优点,因而在世界各国,高等级公路都获得了较高的发展速度。近年来,随着我国国民经济的蓬勃发展,交通量急剧增长,为满足对公路运输快速、高效、安全的需求,京石、沪嘉、沈大、广佛、京津塘、西临、广深珠等高速公路已相继建成、沪宁、沪杭甬等高速公路也正在建设之中。

高等级公路建设中的线形设计必须考虑汽车行驶力学、视觉心理学、环境保护学、地形条件以及线形的平纵面相协调等诸多方面因素。目前,世界各国都普遍采用以曲线为主的直线、圆曲线和回旋线组成的平面线形,以大半径圆曲线为主的纵面线形,一般曲线均占全线的80%以上。

为进一步改善高等级公路的行车性能,本书主要介绍曲率变化连续缓和曲线及其在各种平面线形组合中的应用,以及分段式三次抛物线形竖曲线。

本书由我部胡官火著作。

本书的出版得到了武进县交通建设总公司第二分公司,武进县第二市政工程公司和江苏省泰兴市建设工程处苏州经理部的支持。

苏州市高速公路建设指挥部

一九九五年六月

171.133/10

目 录

第一章 绪 论	(1)
第二章 曲率变化连续缓和曲线	(3)
一、基本方程的推导	(3)
二、直角坐标方程和其他元素的计算	(6)
第三章 供匀速行驶的曲率变化连续缓和曲线在单曲线中的应用	(10)
一、基本性质	(10)
二、在单曲线中的应用	(11)
三、计算实例	(13)
第四章 供匀速行驶的曲率变化连续缓和曲线在复曲线中的应用	(14)
一、基本性质	(14)
二、在复曲线中的应用	(15)
三、在连接两个同向圆曲线中的应用	(17)
四、在连接两个重叠的同向圆曲线中的应用	(19)
五、计算实例	(19)
第五章 供匀速行驶的曲率变化连续缓和曲线在反向曲线中的应用	(23)
一、曲率变化连续的反向缓和曲线的基本方程	(23)
二、在反向曲线中的应用	(28)
三、用两个曲率变化连续缓和曲线连接两个反向相邻圆曲线	(31)
四、计算实例	(32)
第六章 供变速行驶的曲率变化连续缓和曲线在单曲线中的应用	(34)
一、基本方程的推导	(34)
二、直角坐标方程和其他元素的计算	(35)
三、在单曲线中的应用	(37)
四、分析比较	(41)
五、计算实例	(42)
第七章 供变速行驶的曲率变化连续缓和曲线在复曲线中的应用	(44)

第八章 供变速行驶的曲率变化连续缓和曲线在反向曲线中的应用	(48)
一、供变速行驶的曲率变化连续反向缓和曲线的基本方程	(48)
二、在反向曲线中的应用	(49)
三、计算实例	(51)
第九章 曲率变化连续缓和曲线的连续性	(53)
一、曲率变化的连续性	(53)
二、三种曲线的相关位置	(58)
三、平曲线超高	(60)
四、曲率变化连续缓和曲线的力学性能	(65)
五、平曲线路面加宽	(66)
第十章 曲率变化连续缓和曲线的测设	(67)
一、缓和曲线的测设	(67)
二、圆曲线部分的测设	(70)
三、复曲线间缓和曲线的测设	(70)
四、反向曲线间反向缓和曲线的测设	(71)
五、坐标计算	(72)
第十一章 设曲率变化连续缓和曲线的平曲线计算 (QBLWHQ) 程序	(76)
一、功能	(76)
二、主要标识符说明	(76)
三、输入数据	(77)
四、源程序及算例	(77)
第十二章 分段式三次抛物线形公路竖曲线	(78)
一、分段式三次抛物线形竖曲线要素计算	(78)
二、分段式三次抛物线形竖曲线的标高计算	(79)
三、分段式三次抛物线形竖曲线的行车力学特性	(79)
四、分段式三次抛物线形竖曲线的计算程序	(81)
附录一 曲率变化连续缓和曲线的平曲线计算程序及算例	(83)
附录二 分段式三次抛物线形公路竖曲线计算程序及算例	(101)

第一章 绪 论

在交通运输事业中,公路运输占着相当重要的地位。由于汽车运输机动灵活,而且周转迅速,因此在集散联运以及城乡运输方面,公路均起着重要的作用。近年来,随着社会经济的发展,不但汽车数量激增,车辆的装载吨位和行驶速度也大幅度提高,交通量更是迅猛地增长,对公路建设也提出了更高的要求。

高等级公路有着极高的运输效率和经济效益,对于促进国民经济的发展具有重大的意义。早在30~40年代,主要的资本主义国家就已开始修建高速公路。目前,世界上大多数国家都在修建高速公路,有些国家的高速公路已相当发达。我国的高速公路建设也已起步,并正在以较快的速度发展。

公路是一种线形工程构筑物,它主要供汽车高速行驶和荷载重复作用,并经受各种自然因素的长期影响,因此,不仅要有牢固可靠的人工构筑物、稳定坚实的路基、平整不滑的路面、必要的防护工程和附属设施,而且要有平、纵面协调的和平顺的主体线形。

公路平面线形,过去都采用长直线-短曲线的形式。近来,随着车速的提高和车流量的增长,为了在满足行车力学及线形视觉舒顺的要求下,增加结合地形设置线形的自由度,使线形的经济效益更为显著,高等级公路已趋向于采用以曲线为主的线形,并已由过去设计线形基本上由直线和圆曲线所组成,改变为由直线、圆曲线和缓和曲线组成的新线形,并取得了良好的效果。因此,缓和曲线已是平面线形的主要组成要素。

1. 公路缓和曲线

公路缓和曲线应是汽车由直线向圆曲线,或两不同半径圆曲线之间过渡的行驶轨迹。在公路线形中设置缓和曲线的目的,是引导驾驶人员依循合理的过渡曲线,让汽车平稳地实现由直线运动向圆周运动,或两不同曲率半径的圆周运动之间的过渡。

目前,公路和铁路线形设计中,大都采用放射螺旋线和回旋线等作为缓和曲线。但由于这两种曲线,在起点和终点处的曲率变化不连续,因此在使用中受到了一些限制,如在设计规范中作了“凸型曲线的半径应大于1000m”,“C型曲线应予避免”,“连接两反向曲线的回旋线的参数最好相等”等规定。因此,为适应高等级公路建设的需要,有必要寻求更能符合行车力学规律、质量更高和简单可行的缓和曲线。

2. 缓和曲线的主要作用

在现代公路中设置缓和曲线,其主要作用为:

(1) 汽车由直线驶入曲线,由曲线驶入直线,或在两个不同半径圆曲线间行驶的一瞬间,由于曲率的突变以及行车速度的变化,必然引起离心力的突然产生、消失(或变化),不但使乘车人员感到不舒适,而且大大增加了驾驶人员操作上的困难,甚至导致交通事故。因此,缓和曲线应起到使曲率渐变的作用,避免离心力的突然产生、消失(或变化),使路线与行车轨迹相一致,并保证驾驶人员有旋转方向盘的必要时间。

(2) 作为路面超高的缓和段,可使路面超高与曲率变化相一致。

(3) 作为路面加宽的缓和段,使路面加宽起到渐变过渡作用。

(4) 使线形平顺、流畅、美观,以适应驾驶人员视觉和心理上的要求,从而有利于安全行驶,增加乘车人员在旅途中的安全感和舒适感。

3. 对缓和曲线的要求

按缓和曲线在现代公路路线中所起的作用,完美的缓和曲线必须符合以下要求:

(1) 符合汽车行驶力学的客观规律,使汽车在路线的任何位置都能平稳行驶,减小驾驶人员和乘车人员的不舒适感,以确保行车安全。因此,缓和曲线的曲率变化必须连续,在起终点处的离心系数 $\left(-\frac{gC}{G}\right)$ 应与所连接的曲线(或直线)相等,离心系数变化率 $\left(-\frac{gC}{G}\right)'$ 应为零。

离心系数 $\left(-\frac{gC}{G}\right)$ 中, g 为重力加速度, C 为车辆在曲线上行驶时产生的离心力, G 为行驶车辆的重量。

(2) 在缓和曲线的起终点,其纵横坐标和曲线斜率,均应等于与之连接的曲线(或直线)在该点的纵横坐标和曲线斜率。

(3) 缓和曲线起终点处的曲率 $\left(\frac{1}{R}\right)$,应该可以任意选择,可以为正、为负或为零,缓和曲线应可用于直线和圆曲线之间的连接、两同向圆曲线之间的连接和两反向圆曲线之间的连接。

(4) 缓和曲线必须是既能用于匀速行驶的路线,同时也能用于变速行驶的路线。事实上,汽车行驶在不同半径的圆曲线上的速度是变化的。

(5) 缓和曲线上任意点的坐标、曲率、曲线长以及切线角等,必须能用参数关系表示出来,以便于计算和应用。

第二章 曲率变化连续缓和曲线

曲率变化连续缓和曲线,是与以角匀加速度转动方向盘的行车轨迹相一致的一种曲线,曲线上任意点(包括起终点)处的曲率变化都是连续的,完全具备路线对缓和曲线的所有要求。是一种比较完美的缓和曲线。

一、基本方程的推导

设汽车在一个曲率半径 $R_s = R_1 \sim R_2$ 的曲率变化连续缓和曲线 AC 上以匀减(加)速度行驶(图 2-1),缓和曲线长为 L_F , A 点为缓和曲线起点,该处的曲率半径 $R_s = R_1$,行驶速度为 V_1 ; C 点为缓和曲线终点,该处的曲率半径 $R_s = R_2$,行驶速度为 V_2 ; $R_1 > R_2$, $V_1 > V_2$ 。汽车在缓和曲线上任意点的行驶速度为 V_s ,行驶 s 距离的时间 t 以及行车的匀减(加)速度 a 分别为:

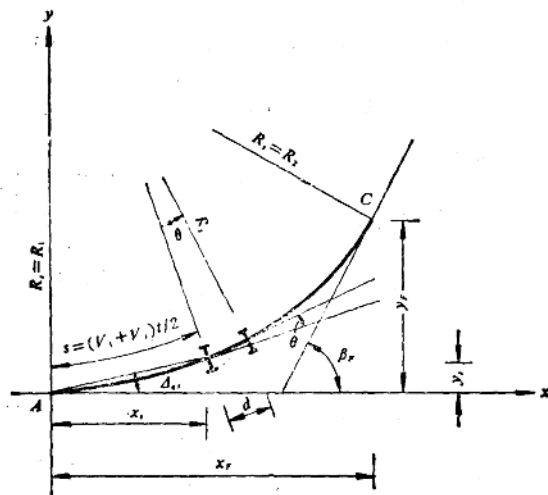


图 2-1

$$V_s = \sqrt{V_1^2 - 2as} \quad (2-1)$$

$$t = \frac{2s}{V_1 + V_s} = \frac{V_1 - V_s}{a} \quad (2-2)$$

$$a = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2L_F} = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2s} \quad (2-3)$$

式中 s ——缓和曲线上任意点距起点的距离(m);
 V_s ——离缓和曲线起点 s 处的行车速度(m/s);

V_1 和 V_2 ——分别为缓和曲线起、终点处的行车速度(m/s);

a ——行车的匀减(加)速度(m/s²);

t ——行驶 s 距离的时间(s);

L_F ——缓和曲线长(m)。

汽车在缓和曲线上行驶 t 秒后,行驶的距离为 s , $s = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)t$, 方向盘的转动角度为 θ 。

若汽车方向盘转动的角加速度为 ω'' , 则方向盘转动的角加速度 ω' 为:

$$\omega' = \int \omega'' dt = \omega'' t + c_1 \quad (2-4)$$

当 $t = \frac{L_F}{V_1 + V_2}$ 时, $\omega' = 0$, 所以 $c_1 = \frac{-\omega'' L_F}{V_1 + V_2}$, 代入(2-4)式可得:

$$\omega' = \omega'' \left(t - \frac{L_F}{V_1 + V_2} \right) \quad (2-5)$$

方向盘转动的角速度 ω 为:

$$\omega = \int \omega' dt = \int \omega'' \left(t - \frac{L_F}{V_1 + V_2} \right) dt = \omega'' \left(\frac{t^2}{2} - \frac{L_F t}{V_1 + V_2} \right) + c_2 \quad (2-6)$$

在缓和曲线起点 A 处, $t = 0$, $\omega = 0$, 故 $c_2 = 0$, 代入(2-6)式可得:

$$\omega = \omega'' \left(\frac{t^2}{2} - \frac{L_F t}{V_1 + V_2} \right) \quad (2-7)$$

方向盘的转动角度 θ 为:

$$\theta = \int \omega dt = \int \omega'' \left(\frac{t^2}{2} - \frac{L_F t}{V_1 + V_2} \right) dt = \omega'' \left[\frac{t^3}{6} - \frac{L_F t^2}{2(V_1 + V_2)} \right] + c_3 \quad (2-8)$$

由于在缓和曲线起点 A 处, $t = 0$, $\theta = \frac{d}{R_1} = \frac{d}{R_1}$, 故 $c_3 = \frac{d}{R_1}$, 代入(2-8)式可得:

$$\theta = \omega'' \left[\frac{t^3}{6} - \frac{L_F t^2}{2(V_1 + V_2)} \right] + \frac{d}{R_1} \quad (2-9)$$

设汽车前后轮间的距离为 d , 前轮转动角度 φ 后, 汽车的转动半径为 R_1 , 当缓和曲线与汽车行驶轨迹一致时, 汽车的转动半径也就是缓和曲线的曲率半径 R_s , 由图2-1可知:

$$R_s = \frac{d}{\tan \theta} \approx \frac{d}{\theta} \quad (2-10)$$

将(2-9)式代入(2-10)式可得:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{\omega''}{d} \left[\frac{t^3}{6} - \frac{L_F t^2}{2(V_1 + V_2)} \right] + \frac{1}{R_1} \quad (2-11)$$

在缓和曲线终点 C 处, $t = \frac{2L_F}{V_1 + V_2}$, $R_s = R_2$, 将此关系式代入(2-11)式可得:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\omega''}{d} \left[\frac{t^3}{6} - \frac{L_F t^2}{2(V_1 + V_2)} \right] + \frac{1}{R_1} = \frac{\omega''}{d} \left[\frac{8L_F^3}{6(V_1 + V_2)^3} - \frac{4L_F^2}{2(V_1 + V_2)^2} \right] + \frac{1}{R_1}$$

$$= -\frac{\omega''}{d} \frac{2L_F^3}{3(V_1+V_2)^3} + \frac{1}{R_1}$$

$$\therefore \frac{\omega''}{d} = -\frac{3(V_1+V_2)^3}{2L_F^3} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = -\frac{3(V_1+V_2)^3}{2R_F L_F^3} \quad (2-12)$$

$$\text{式中 } \frac{1}{R_F} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \quad (2-12')$$

将上式及(2-1)式, (2-2)式, (2-3)式代入(2-11)式可得:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{-2(V_1+V_2)^3 s^3}{R_F L_F^3 [V_1 + \sqrt{V_1^2 - (V_1^2 - V_2^2)s/L_F}]^3}$$

$$+ \frac{3(V_1+V_2)^2 s^2}{R_F L_F^2 [V_1 + \sqrt{V_1^2 - (V_1^2 - V_2^2)s/L_F}]^2} + \frac{1}{R_1} \quad (2-13)$$

(2-13)式即为汽车以匀减(加)速度行驶(由 $V_1 \sim V_2$), 同时以等角加速度旋转方向盘的行驶轨迹, 也就是曲率半径 R_s 由 $R_1 \sim R_2$ 的以匀变速行驶的曲率变化连续缓和曲线的基本方程。

现将(2-13)式改写成如下简化型式:

$$\frac{1}{R_s} = B_{F1} \left(\frac{s}{L_F} \right)^2 + B_{F2} \left(\frac{s}{L_F} \right)^3 + B_{F3} \left(\frac{s}{L_F} \right)^4 + B_{F4} \left(\frac{s}{L_F} \right)^5 + B_{F5} \left(\frac{s}{L_F} \right)^6$$

$$+ B_{F6} \left(\frac{s}{L_F} \right)^7 + B_{F7} \left(\frac{s}{L_F} \right)^8 + B_{F8} \left(\frac{s}{L_F} \right)^9 + \frac{1}{R_1} \quad (2-14)$$

(2-14)式中的常数:

$$B_{F1} = \frac{3(V_1+V_2)^2}{4R_F V_1^2}$$

$$B_{F2} = \frac{1}{8R_F} \left[\frac{3(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)}{V_1^3} - \frac{2(V_1+V_2)^3}{V_1^3} \right]$$

$$B_{F3} = \frac{1}{64R_F} \left[\frac{15(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)^2}{V_1^5} - \frac{12(V_1+V_2)^3(V_1^2-V_2^2)}{V_1^5} \right]$$

$$B_{F4} = \frac{1}{128R_F} \left[\frac{21(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)^3}{V_1^7} - \frac{18(V_1+V_2)^3(V_1^2-V_2^2)^2}{V_1^7} \right]$$

$$B_{F5} = \frac{1}{512R_F} \left[\frac{63(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)^4}{V_1^9} - \frac{56(V_1+V_2)^3(V_1^2-V_2^2)^3}{V_1^9} \right]$$

$$B_{F6} = \frac{1}{1024R_F} \left[\frac{99(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)^5}{V_1^{11}} - \frac{90(V_1+V_2)^3(V_1^2-V_2^2)^4}{V_1^{11}} \right]$$

$$B_{F7} = \frac{1}{16384R_F} \left[\frac{1815(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)^6}{V_1^{13}} - \frac{1188(V_1+V_2)^3(V_1^2-V_2^2)^5}{V_1^{13}} \right]$$

$$B_{F8} = -\frac{5720(V_1+V_2)^2(V_1^2-V_2^2)^6}{65536R_F V_1^{15}}$$

(2-14')

$$\begin{aligned}
& -\frac{B_{F1}}{126 R_1^3 L_F^2} s^7 - \left(\frac{B_{F1} B_{F2}}{96 L_F^5} + \frac{B_{F4}}{48 R_1 L_F^5} \right) s^8 - \left(\frac{B_{F1} B_{F3}}{135 L_F^6} \right. \\
& + \frac{B_{F2}^2}{288 L_F^6} + \frac{B_{F5}}{63 R_1 L_F^6} - \frac{B_{F1}^2}{324 R_1^2 L_F^4} \left. \right) s^9 - \left(\frac{B_{F1} B_{F4}}{180 L_F^7} \right. \\
& + \frac{B_{F2} B_{F3}}{200 L_F^7} + \frac{B_{F6}}{80 R_1 L_F^7} - \frac{B_{F1} B_{F2}}{240 R_1^2 L_F^5} \left. \right) s^{10} - \left(\frac{B_{F1} B_{F5}}{231 L_F^8} \right. \\
& + \frac{B_{F2} B_{F4}}{264 L_F^8} + \frac{B_{F3}^2}{550 L_F^8} + \frac{B_{F7}}{99 R_1 L_F^8} - \frac{B_{F1}^3}{1782 R_1 L_F^6} \left. \right) s^{11} \\
& + \frac{B_{F1}^2 B_{F2} s^{12}}{864 R_1 L_F^7}
\end{aligned} \tag{2-17}$$

当 $s = L_F$ 时,

$$\begin{aligned}
x_F = L_F - & \left(\frac{1}{6 R_1^3} + \frac{B_{F1}}{15 R_1} + \frac{B_{F2}}{24 R_1} + \frac{B_{F1}^2}{126} + \frac{B_{F3}}{35 R_1} + \frac{B_{F1} B_{F2}}{96} \right. \\
& + \frac{B_{F4}}{48 R_1} + \frac{B_{F1} B_{F3}}{135} + \frac{B_{F2}^2}{288} + \frac{B_{F3}^2}{550} + \frac{B_{F5}}{63 R_1} + \frac{B_{F6}}{80 R_1} \\
& + \frac{B_{F7}}{99 R_1} + \frac{B_{F1} B_{F4}}{180} + \frac{B_{F2} B_{F3}}{200} + \frac{B_{F1} B_{F5}}{231} + \frac{B_{F2} B_{F4}}{264} \left. \right) L_F^3 \\
& + \left(\frac{B_{F1}}{126 R_1^3} + \frac{B_{F1}^2}{324 R_1^2} + \frac{B_{F1} B_{F2}}{240 R_1^2} + \frac{B_{F1}^3}{1782 R_1} \right. \\
& \left. + \frac{B_{F2} B_{F2}}{864 R_1} \right) L_F^5 = L_F - C_1 L_F^3 + C_2 L_F^5
\end{aligned} \tag{2-18}$$

同理, $dy = \sin \beta ds$, 将 $\sin \beta_s = \beta_s - \frac{\beta_s^3}{3!} + \frac{\beta_s^5}{5!}$ 代入上式, 两边积分, 并考虑到 $s = 0$

时, $y_s = 0$ 的边界条件, 略去高次项后可得:

$$\begin{aligned}
y_s = & \frac{s^2}{2 R_1} + \left(\frac{B_{F1}}{12 L_F^2} - \frac{1}{24 R_1^3} \right) s^4 + \frac{B_{F2} s^5}{20 L_F^3} + \left(\frac{B_{F3}}{30 L_F^4} - \frac{B_{F1}}{36 R_1^2 L_F^2} \right) s^6 \\
& + \left(\frac{B_{F4}}{42 L_F^5} - \frac{B_{F2}}{56 R_1^2 L_F^3} \right) s^7 + \left(\frac{B_{F5}}{56 L_F^6} - \frac{B_{F1}^2}{144 R_1 L_F^4} \right. \\
& - \frac{B_{F3}}{80 R_1^2 L_F^4} \left. \right) s^8 + \left(\frac{B_{F6}}{72 L_F^7} - \frac{B_{F1} B_{F2}}{108 R_1 L_F^5} - \frac{B_{F4}}{108 R_1^2 L_F^5} \right) s^9 \\
& - \left(\frac{B_{F2}^2}{320 R_1 L_F^6} + \frac{B_{F1}^3}{1620 L_F^6} + \frac{B_{F1} B_{F3}}{150 R_1 L_F^6} + \frac{B_{F5}}{140 R_1^2 L_F^6} \right) s^{10} \\
& - \left(\frac{B_{F2} B_{F3}}{220 R_1 L_F^7} + \frac{B_{F1}^2 B_{F2}}{792 L_F^7} + \frac{B_{F1} B_{F4}}{198 R_1 L_F^7} \right) s^{11} - \\
& \left(\frac{B_{F1} B_{F2}^2}{1152 L_F^8} + \frac{B_{F1}^2 B_{F3}}{1080 L_F^8} + \frac{B_{F3}^2}{600 R_1 L_F^8} + \frac{B_{F2} B_{F4}}{288 R_1 L_F^8} \right. \\
& \left. + \frac{B_{F1} B_{F5}}{252 R_1 L_F^8} \right) s^{12}
\end{aligned} \tag{2-19}$$

当 $s = L_F$ 时,

$$\begin{aligned}
 y_F = & \left(\frac{1}{2R_1} + \frac{B_{F1}}{12} + \frac{B_{F2}}{20} + \frac{B_{F3}}{30} + \frac{B_{F4}}{42} + \frac{B_{F5}}{56} + \frac{B_{F6}}{72} \right) L \\
 & - \left(\frac{1}{24R_1^2} + \frac{B_{F1}^2}{36R_1^2} + \frac{B_{F2}^2}{56R_1^2} + \frac{B_{F3}^2}{144R_1^2} + \frac{B_{F4}^2}{80R_1^2} + \frac{B_{F1}B_{F2}}{108R_1} \right. \\
 & + \frac{B_{F4}}{103R_1^2} + \frac{B_{F2}^2}{320R_1^2} + \frac{B_{F1}^2}{1620} + \frac{B_{F1}B_{F4}}{150R_1} + \frac{B_{F5}}{140R_1^2} + \frac{B_{F1}B_{F3}}{220R_1} \\
 & + \frac{B_{F1}^2B_{F2}}{792} + \frac{B_{F1}B_{F4}}{193R_1} + \frac{B_{F1}B_{F3}}{1152} + \frac{B_{F1}^2B_{F3}}{1030} + \frac{B_{F1}^2}{600R_1} \\
 & \left. + \frac{B_{F1}B_{F4}}{288R_1} + \frac{B_{F1}B_{F5}}{252R_1} \right) L^2 = A_1 L^2 - A_2 L^2 \quad (2-20)
 \end{aligned}$$

(2-17)式和(2-19)式即 $R_s = R_1 \sim R_2, V_s = V_1 \sim V_2$ 的变速行驶的曲率变化连续缓和曲线的直角坐标方程。

由图 2-2 可得:

$$\Delta_{qs} = \arctg \frac{y_s}{x_s} \quad (2-21)$$

$$\text{或 } \Delta_{qs} \approx \frac{y_s}{x_s} \quad (2-21')$$

$$\Delta_q = \arctg \frac{y_F}{x_F} \quad (2-22)$$

$$\text{或 } \Delta_q \approx \frac{y_F}{x_F} \quad (2-22')$$

式中 β_s 和 β_F ——分别为缓和曲线上任意点和终点的缓和曲线角(rad);

x_s, y_s ——分别为缓和曲线上任意点的横、纵坐标(m);

x_F, y_F ——分别为缓和曲线终点的横、纵坐标(m);

Δ_{qs} ——缓和曲线上任意点的偏角(rad);

Δ_q ——缓和曲线的总偏角(rad)。

$$D = \frac{B_{F1}}{3} + \frac{B_{F2}}{4} + \frac{B_{F3}}{5} + \frac{B_{F4}}{6} + \frac{B_{F5}}{7} + \frac{B_{F6}}{8} + \frac{B_{F7}}{9} + \frac{B_{F8}}{10} + \frac{1}{R_1}$$

$$C_1 = \frac{1}{6R_1^2} + \frac{B_{F1}}{15R_1} + \frac{B_{F2}}{24R_1} + \frac{B_{F1}^2}{126} + \frac{B_{F3}}{35R_1} + \frac{B_{F1}B_{F2}}{96}$$

$$+ \frac{B_{F4}}{48R_1} + \frac{B_{F1}B_{F3}}{135} + \frac{B_{F2}^2}{288} + \frac{B_{F3}^2}{550} + \frac{B_{F3}}{63R_1} + \frac{B_{F6}}{80R_1}$$

$$+ \frac{B_{F7}}{99R_1} + \frac{B_{F1}B_{F4}}{180} + \frac{B_{F2}B_{F3}}{200} + \frac{B_{F1}B_{F5}}{231} + \frac{B_{F2}B_{F4}}{264}$$

$$C_2 = \frac{B_{F1}}{126R_1^2} + \frac{B_{F1}^2}{324R_1^2} + \frac{B_{F1}B_{F2}}{240R_1^2} + \frac{B_{F1}^3}{1782R_1} + \frac{B_{F1}^2B_{F2}}{864R_1}$$

$$A_1 = \frac{1}{2R_1} + \frac{B_{F_1}}{12} + \frac{B_{F_2}}{20} + \frac{B_{F_3}}{30} + \frac{B_{F_4}}{42} + \frac{B_{F_5}}{56} + \frac{B_{F_6}}{72}$$

$$\begin{aligned} A_2 = & \frac{1}{24R_1^3} + \frac{B_{F_1}}{36R_1^2} + \frac{B_{F_2}}{56R_1^2} + \frac{B_{F_1}^2}{144R_1} + \frac{B_{F_3}}{80R_1^2} + \frac{B_{F_1}B_{F_2}}{108R_1} \\ & + \frac{B_{F_4}}{108R_1^2} + \frac{B_{F_2}^2}{320R_1} + \frac{B_{F_1}^3}{1620} + \frac{B_{F_1}B_{F_3}}{150R_1} + \frac{B_{F_5}}{140R_1^2} + \frac{B_{F_2}B_{F_3}}{220R_1} \\ & + \frac{B_{F_1}^2B_{F_2}}{792} + \frac{B_{F_1}B_{F_4}}{198R_1} + \frac{B_{F_1}B_{F_2}^2}{1152} + \frac{B_{F_1}^2B_{F_3}}{1080} + \frac{B_{F_3}^2}{600R_1} \\ & + \frac{B_{F_2}B_{F_4}}{288R_1} + \frac{B_{F_1}B_{F_5}}{252R_1} \end{aligned}$$

第三章 供匀速行驶的曲率变化连续缓和曲线在单曲线中的应用

一、基本性质

图3-1为一以匀速行驶的曲率变化连续缓和曲线,曲线长为 L_s ,起点 A 处的曲率 $\rho_A = 0$,即 $R_A = \infty$,终点 C 处的曲率 $\rho_C = \frac{1}{R}$, R 为连接的圆曲线半径。由 $V_1 = V_2$ 和(2-13)式、(2-14)式可得它的基本方程式为:

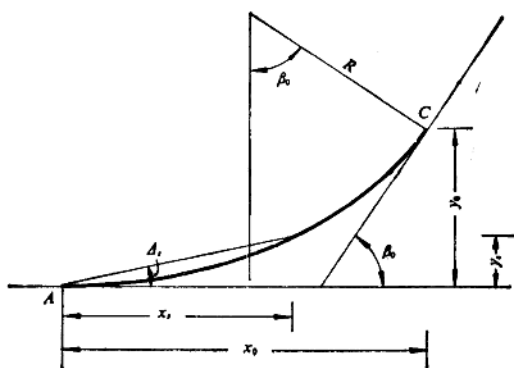


图 3-1

$$\rho = \frac{1}{R_s} = \frac{-2s^3}{RL_s^4} + \frac{3s^2}{RL_s^3} \quad (3-1)$$

令 $s = ZL_s$,则上式可改写为:

$$\frac{R}{R_s} = -(2Z - 3)Z^2 = m \quad (3-1')$$

它的曲率变化率、曲率变化加速度和曲率变化加加速度分别为:

$$\frac{d\rho_s}{ds} = -\frac{6s^2}{RL_s^4} + \frac{6s}{RL_s^3} \quad (3-2)$$

$$\frac{d^2\rho_s}{ds^2} = -\frac{12s}{RL_s^4} + \frac{6}{RL_s^3} \quad (3-3)$$

$$\frac{d^3\rho_s}{ds^3} = -\frac{12}{RL_s^4} \quad (3-4)$$

它的直角坐标方程式为:

$$x_s = s - \frac{s^7}{14R^2L_s^4} + \frac{s^8}{16R^2L_s^5} - \frac{s^9}{72R^2L_s^6} + \dots \quad (3-5)$$

$$y_s = \frac{s^4}{4RL_1^3} - \frac{s^5}{10RL_1^3} - \frac{s^{10}}{60R^3L_1^3} + \frac{s^{11}}{44R^3L_1^3} - \frac{s^{12}}{96R^3L_1^3} + \frac{s^{13}}{624R^3L_1^3} + \dots \quad (3-6)$$

$$x_0 = L_1 - \frac{23L_1^3}{1008R^2} \quad (3-7)$$

$$y_0 = \frac{3L_1^3}{20R} - \frac{67L_1^4}{22880R^3} + \dots \quad (3-8)$$

缓和曲线角以及曲线偏角的计算公式为：

$$\beta_s = \frac{s^3}{RL_1^3} - \frac{s^4}{2RL_1^3} \quad (3-9)$$

$$\beta_0 = \frac{L_1}{2R} \quad (3-10)$$

$$\Delta_s = \arctg\left(\frac{s^3}{4RL_1^3} - \frac{s^4}{10RL_1^3}\right) \quad (3-11)$$

二、在单曲线中的应用

如图3-2所示, EF 为一半径为 R 的圆曲线, AB 及 CD 为连接该圆曲线和两端直线的缓和曲线, 长度分别为 L_{s1} 和 L_{s2} , 如 $L_{s1} < L_{s2}$, 则几个主要元素的计算公式如下:

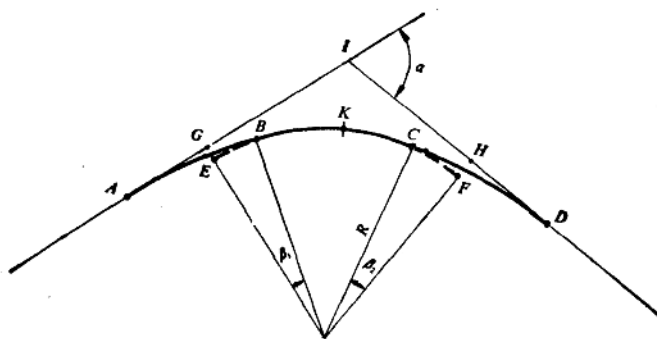


图 3-2

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{L_{s1}}{2} - \frac{L_{s1}^3}{504R^2} \\ q_2 &= \frac{L_{s2}}{2} - \frac{L_{s2}^3}{504R^2} \end{aligned} \right\} \quad (3-12)$$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{L_{s1}^3}{40R} - \frac{41L_{s1}^4}{274560R^3} \approx \frac{L_{s1}^3}{40R} \\ P_2 &= \frac{L_{s2}^3}{40R} - \frac{41L_{s2}^4}{274560R^3} \approx \frac{L_{s2}^3}{40R} \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{L_{s1}}{2R} \\ \beta_2 &= \frac{L_{s2}}{2R} \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{h1} &= (R + P_1) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + q_1 + (P_2 - P_1) \frac{1}{\sin \alpha} \\ T_{h2} &= (R + P_2) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + q_2 - (P_2 - P_1) \frac{1}{\sin \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

$$L' = R(\alpha - \beta_1 - \beta_2) \quad (3-16)$$

$$L_h = L'_h + L_{s1} + L_{s2} = (\alpha - \beta_1 - \beta_2)R + L_{s1} + L_{s2} \quad (3-17)$$

$$\left. \begin{aligned} i_{s外} &= m(i_b + i_1) - i_1 \\ i_{s内} &= m(i_b - i_1) + i_1 \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

当 $\beta_2 \leq \frac{\alpha}{2} - (P_2 - P_1) \cos \frac{\alpha}{2} / (R \sin \alpha)$, $\beta_1 \leq \frac{\alpha}{2} + (P_2 - P_1) \cos \frac{\alpha}{2} / (R \sin \alpha)$ 时,

$$\left. \begin{aligned} E_h &= (R + P_1) \sec \frac{\alpha}{2} + \frac{(P_2 - P_1)}{\sin \alpha} \sin \frac{\alpha}{2} \\ &\quad - \sqrt{R^2 - \left[\frac{P_2 - P_1}{\sin \alpha} \cos \frac{\alpha}{2} \right]^2} \end{aligned} \right\} \quad (3-19)$$

或

$$E_h \approx (R + P_1) \sec \frac{\alpha}{2} - R + \frac{P_2 - P_1}{\sin \alpha} \sin \frac{\alpha}{2}$$

当 $\beta_2 \geq \frac{\alpha}{2} - (P_2 - P_1) \cos \frac{\alpha}{2} / (R \sin \alpha)$, $\beta_1 < \alpha - \beta_2$ 时,

$$\begin{aligned} E_h &= \left[\left(\frac{L_{s2} + Ra}{2} - \frac{P_2 - P_1}{\sin \alpha} \cos \frac{\alpha}{2} \right)^4 \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{L_{s2} + Ra}{2} - \frac{P_2 - P_1}{\sin \alpha} \cos \frac{\alpha}{2} \right)^6 \right] / \cos \frac{\alpha}{2} \end{aligned} \quad (3-19')$$

式中 q_1 和 q_2 ——缓和曲线切线增值(m);

P_1 和 P_2 ——圆曲线内移值(m);

T_{h1} , T_{h2} , E_h 和 L_h ——分别为曲线(包括圆曲线和缓和曲线)的切线长、外矢距和曲线长(m);

L'_h ——圆曲线长度(m);

α ——曲线偏角(rad);

$i_{s外}$, $i_{s内}$ ——分别为距缓和曲线起点 s 距离处断面的外侧和内侧行车道的超高横坡度。

在单曲线两端设置缓和曲线还应满足如下条件:

$$\alpha > \beta_1 + \beta_2 = \frac{L_{s1}}{2R} + \frac{L_{s2}}{2R} \quad (3-20)$$

为比较曲率变化连续曲线和回旋曲线之间的差别,曾进行了分析,列于表1。

从表 1 中的 y_0 、 $y_{\frac{L_s}{2}}$ 和 P 等数值可知,在相同条件下,曲率变化连续曲线介于回旋曲线和不设缓和曲线的圆曲线之间。

表 1

α (°)	R (m)	L_s (m)	x_0 (m)	$\frac{x_{L_s}}{2}$ (m)	y_0 (m)	$\frac{y_{L_s}}{2}$ (m)	B_0 (rad)	P (m)	q (m)	T_h (m)	E_h (m)	L_h (m)	L (m)	注
60	650	100	99.946	50	2.307	0.192	0.0769	0.385	49.997	425.497	101.00	780.638	580.683	连续曲线
			99.941	50	2.563	0.320	0.0769	0.641	49.990	425.638	101.296	780.683	580.683	回旋曲线
60	400	85	84.912	42.5	2.707	0.226	0.1053	0.451	42.492	273.692	62.401	503.879	333.879	连续曲线
			84.904	42.5	3.008	0.376	0.1063	0.753	42.484	273.859	62.750	503.879	333.879	回旋曲线
60	250	70	69.876	35	2.936	0.245	0.1400	0.490	34.989	179.609	39.241	331.800	191.800	连续曲线
			69.862	35	3.262	0.408	0.1400	0.817	34.997	179.788	39.619	331.800	191.800	回旋曲线

三、计算实例

某公路一平曲线,如图 3-2 所示,导线转角点 I 的桩号为 K12+100,偏角为 15° ,确定平曲线半径 $R=2000\text{m}$,在平曲线两端设 $L_s=400\text{m}$ 的曲率变化连续缓和曲线,试计算缓和曲线要素以及各主要点的里程桩号。

解 由于 $L_{s1}=L_{s2}=400\text{m}$, $2\beta_0=\frac{L_s}{R}=11^\circ27'33''<\alpha=15^\circ$,故本曲线属于对称的基本型曲线,缓和曲线要素可按式(3-12),式(3-13),式(3-10),式(3-15),式(3-16)和式(3-17)进行计算。

$$q_1=q_2=199.97\text{ m},$$

$$P_1=P_2=2.00\text{ m},$$

$$\beta_0=5^\circ43'46'',$$

$$T_h=463.54\text{ m},$$

$$L'_h=123.60\text{ m},$$

$$L_h=923.60\text{ m},$$

$$E_h=19.28\text{ m},$$

各主要点的里程桩号为:

A(ZH)	K11+536.46
B(HY)	K11+936.46
C(YH)	K12+060.06
D(HZ)	K12+460.06
K(QZ)	K11+998.26