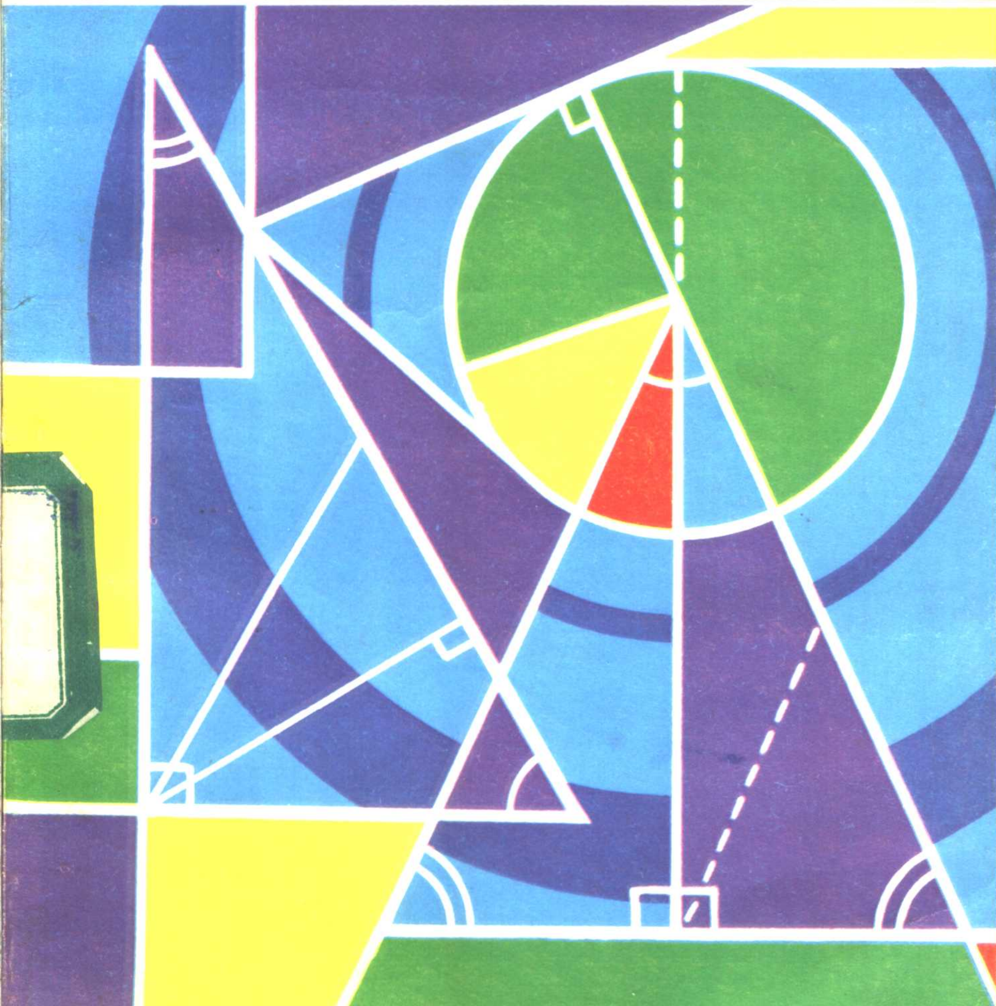
SHAONIAN
BAIKE CONGSHU

帮你学几何

臧龙光　张景中

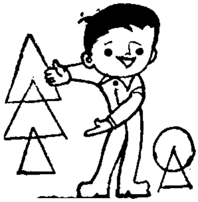


帮你学几何

臧龙光　张景中

封　面：　徐振铎

插　图：　王永力



中国少年儿童出版社

内 容 提 要

几何变化多，很有趣，也难学一些。这本书，选用概念、定义、公理、定理、证明、添线和推理方面的疑难问题，既重视讲清道理和思路，也重视指点方法和技巧，内容实惠。特别是对添辅助线证题感到困难的同学，能从中得到许多帮助。

帮 你 学 几 何

臧龙光　张景中

*

中国少年儿童出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

787×1092 1/32　4.5印张　40千字

1985年6月北京第1版　1985年6月北京第1次印刷

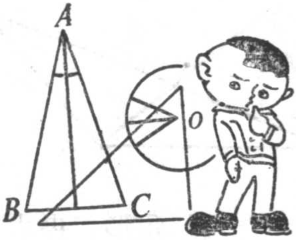
印数1—74,000册　定价0.60元

目　　次

1 定理和公理……………………………………1
2 条件和结论……………………………………9
3 已知和求证……………………………………12
4 画图和证明……………………………………15
5 看图和想图……………………………………18
6 写法和根据……………………………………25
7 全等和相似……………………………………28
8 全等和判断……………………………………33
9 相似和条件……………………………………37
10 思路和方法……………………………………41
11 迁线和迁角……………………………………45
12 分析和添线……………………………………53
13 合理和合法……………………………………60
14 添线和添角……………………………………64

15 翻转和平移……68
16 横找和竖找……74
17 等量和代替……78
18 分开和并拢……82
19 面积和证题……90
20 三角和证题……98
21 共圆和证题……101
22 特殊和一般……104
23 特殊和定值……108
24 最大和最小……112
25 顺证和反证……118
26 归谬和穷举……121
27 唯一和同一……126
28 纯粹和完备……130
29 充分和必要……134
30 论证和依据……137

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com



1 定理和公理

几何学研究物体的形状，是一门很古老的科学。

在漫长的年代里，人们对各种各样的物体形状，积累了越来越多的经验，掌握了越来越多的计算公式和画图方法。

这些经验是不是万试万灵，永远可靠呢？这些公式和方法是不是普遍准确，到处可用呢？

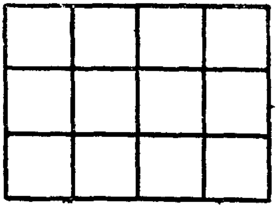
人们渐渐体会到：要进一步弄清楚其中的道理，才能说服自己，也才能说服别人。一旦把一个公式、一个方法的来龙去脉弄清楚了，用起来就放心了。

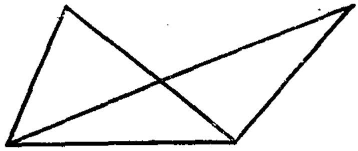
有些事实比较简单，大家容易观察和体验到，都深信不疑。有些事实就不那么明白，要说清楚其中的道理，才能使人信服。

矩形的面积等于长乘宽，大家容易相信。可是，三角形的面积等于底乘高的一半，没有几何知识的人就

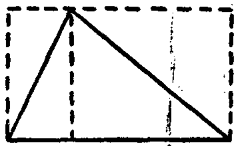
13C54/24

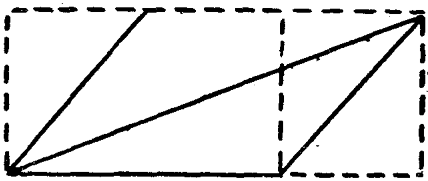
很难相信。





要是把一个三角形分成两个直角三角形，再用两个同它们一样大的直角三角形拼成一个矩形，大家就会相信三角形的面积,是底乘高的一半了。

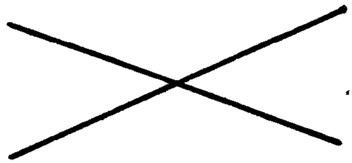




从一些基本的概念和规律出发,用推理的方法,来获得一些令人毫不怀疑的论断,这就是证明。经过证明了的论断,叫做定理。

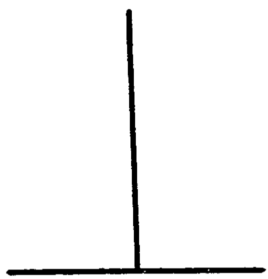
初学几何的同学,一看图,往往觉得那些明摆着的事,象两条直线相交,所成的对顶角 相 等,不用证明也

可以叫做定理。

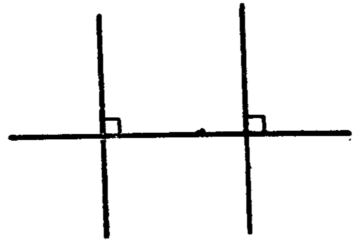


这是不行的。一个很重要的原因，是看不可靠，眼睛会上当受骗。

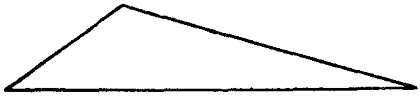
这两条线段，看起来一长一短，其实它们是一样长的：



这两条直线都和一条直线垂直，直线无头，平行不平行，是没有法子看到的：



这个三角形,眼力再好的人,也看不出它的内角和是 180°,一点不多,一点不少:

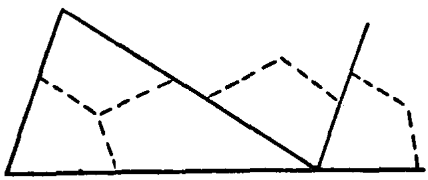


可见,单凭看,可能看错,可能看不到,也可能看不出。

和看一样,量一量,试一试,也不能用来代替证明。

不信。你不妨随手画几个三角形,然后用量角器,把它们的内角和分别量出来。那结果,不会都正好是 180°。因为画图和量角,都不可能做到绝对精确。

同样的道理,你把一个三角形的三个内角剪开,也很难恰好拼成一个 180° 的平角:



退一步说,就算你每次量出来的是 180°,或者每次拼出来的是平角,也还是不能说这个论断被证明了。因为你量和试的是有限个,而各种各样的三角形有无限个,是量不完、也拼不完的。你量和试过的是这样,并不能保证没有量和试过的也是这样!

老师讲三角形内角和定理的时候，不是也只画了一个三角形吗？

对。三角形虽然只画了一个，因为是证明，就跟量和试不同了。证明，是利用一个图，来说清楚一个道理。这个道理，不只对这个三角形对，而且对所有的三角形都对。从这个意义来说，证明并不需要图，或者说，真正严格的证明，是可以不画图的！

那公理为什么不用证明呢？

道理是这样：后面的定理要用前面的定理证，前面的定理又要用更前面的定理证，这样一步一步往前追，最前面的定理又是根据什么来证的呢？总得有个开头吧。作为推理的开始的几条基本规律，叫做公理。

公理不是不用证明，而是无法证明！

自古以来，很多人都认为：公理就是大家公认为正确的道理，是人们经过相当长时间反复实践所确认的事实，是不需要证明的自明之理。

仔细一想，这种看法也不是完全没有漏洞。

比如说，有多少人承认才算“公认”？多少年实践才算“相当长”？再说，实践不外乎眼看、测量、……刚刚不是说过，眼看的不一定对，测量的不一定精确吗？而且，实践多少次都是有限次，刚刚不是说过，从有限的经验，是没法断定适用于无限的规律吗？

那到底什么才叫公理呢？

经过两千多年的讨论，十九、二十世纪的德国数学家希尔伯特，提出了对公理的新看法。他认为：所谓公理，就是一门数学，对自己所要研究的对象的最基本假定。

平面几何要研究平面上的点和直线，以及由它们构成的各式各样的图形。要问什么是点？什么是直线？用举例，描绘，形容，是怎样也没法严格说清楚的！怎么办？只有列出一串公理，符合这些公理的东西，就是我们要研究的点和直线；不符合的，对不起，就不承认是我们所说的点和直线。

要是有人把轮船在海洋上的航线说成直线，这样的两条直线就会交于两点，不合我们的公理，在我们的平面几何里，就不承认它是直线。

公理是不是正确，这不是数学要管的事，而且也管不了！数学的研究只告诉我们：要是这些公理适用于一些对象，那后面的定理也一定适用于这些对象；只要公理是经得起检验的，定理也一定经得起检验！

这个道理，有点象象棋里马走日字、象走田，究竟对不对，研究象棋的人是无法回答的。他只能告诉你，在这些规定之下，怎样走才能取胜，怎样走就会吃亏。

既然无所谓正确不正确，是不是就可以随便拿来

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.co

几条当作公理呢？

不是的。希尔伯特提出了对几何公理的三点要求：

一、相容性——公理不能自相矛盾。而且从公理出发进行推理，也不允许推出矛盾。

二、独立性——每一条公理，都不能从另外的几条推出来。要不是这样，这条公理就不必要了。

三、完备性——不能再增添新的公理。要是添加，必然会破坏前面两条中的一条。

希尔伯特的看法，得到了大家的赞同。后来，人们又认为，对于许多门数学，完备性并不必要。至于独立性和相容性，证明很难。现在已经知道：我们学习的欧几里得几何的公理系统，是满足以上三条的；不过，先要假定我们的算术公理系统是协调的。这里头的道理，说来话长，就不多说了。

既然数学上只要求公理系统是相容的，独立的，有时还要求是完备的，是不是公理系统就有了很大的随意性呢？是的。同是欧几里得几何公理系统，也可以有所不同。两点之间，线段最短，在一些系统中可以是定理，而在另一些系统中又可以是公理。

要是有人说，我也可以编一套自己的几何公理，只要满足相容性、独立性和完备性，不是也算一门几何

吗？单从数学上看，也可以承认。不过，要是你的公理不反映客观世界的规律，不符合人们的社会实践，你建立的几何中的定理，就没有任何用处，大家就不理你的几何，你的几何也就自生自灭了。这个道理，好象你可以发明各种下棋的规则，可是这种棋会不会为大家喜爱，却不是你能管得了的。社会实践，才是检验真理的唯一标准！

我们刚刚开始学习几何，只要弄明白公理是几何推理的基础，不必证明，而定理是要严格证明的，就可以了。

证明定理用什么为根据呢？那就是公理、定义和证明过的定理。

2 条件和结论

学几何，要懂点语文里的句法分析。因为一个几何定理，也就是一句话。不过，它不是随便的一句话，它有自己的特点。

比方说，这是三角形吗？这也是一句话，叫疑问句。定理不能是疑问句。

再比方说，△ABC 是直角三角形。这不是疑问句了，这是简单陈述句，这也不能是定理。定理往往不是简单的陈述句。

很多定理，是把两个、三个或者更多的简单陈述句，用“如果”、“那么”连起来，组成一个复合句子。

如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行。你一看就知道，这个定理说的是一桩事："如果"后面说的是条件；"那么"后面的话是结论。

这样的定理好懂。

有些定理可不是这样。它们虽然也用“如果”、“那么”这些词，可是条件并不全在“如果”的后面。

在等腰三角形中，如果一个角等于 60°，那么，这个等腰三角形是正三角形。这个定理有两个条件：一个是“如果”前面的“等腰三角形”；一个是“如果”后面的“一个角等于 60°”。

这种情形是常见的。那些写在“如果”前面的基本假定，当然应该都是条件。

这样的定理也好理解。因为“那么”的后面，毕竟只有一个简单的句子，结论很清楚。

可是，也有这样的定理，“那么”后面不是简单的句子。

如果一个三角形的两边不等，那么，大边所对的角也大。在“那么”后面的话，意思是甲边比乙边大，甲边对的角也较大，实质上又是一个复合句。

在理解这个定理时，可以把“大边”当成条件。也就是说，把“那么”后面的“大边”移到前面去，把它理解成：

如果在一个三角形中，甲边比乙边大，那么，甲边对的角也较大。

这样一转换，结论就是一个简单的句子了。

这是一个窍门：把“那么”后面的句子，搞得尽可能

简单，结论就显得单纯、明白了！

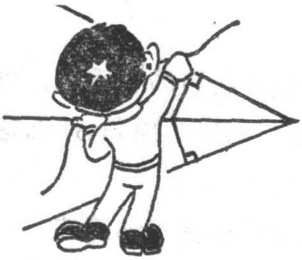
几何定理的叙述讲究简略，有的根本不用"如果"、"那么"。对这样的定理，理解时，就要在脑子里给它添上"如果"、"那么"。

等腰三角形顶角的平分线也是底边的中垂线，可以改成：如果一条直线平分等腰三角形的顶角，那么这条直线垂直平分这个三角形的底边。

这样说，清楚是清楚了，总觉得语言不够简练。

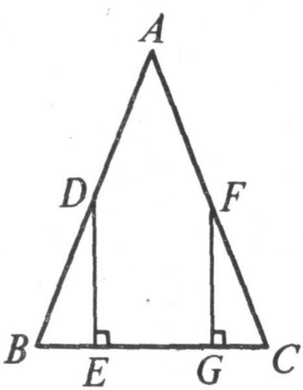
又想简练，又想清楚，有什么办法呢？

办法是有的。那就是结合图形，用字母和符号代替语言，条件和结论就清楚了！



3 已知和求证

证明等腰三角形两腰上的高相等。要是有同学这样画图，



然后写

已知：△ABC 中，AB = AC。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.co