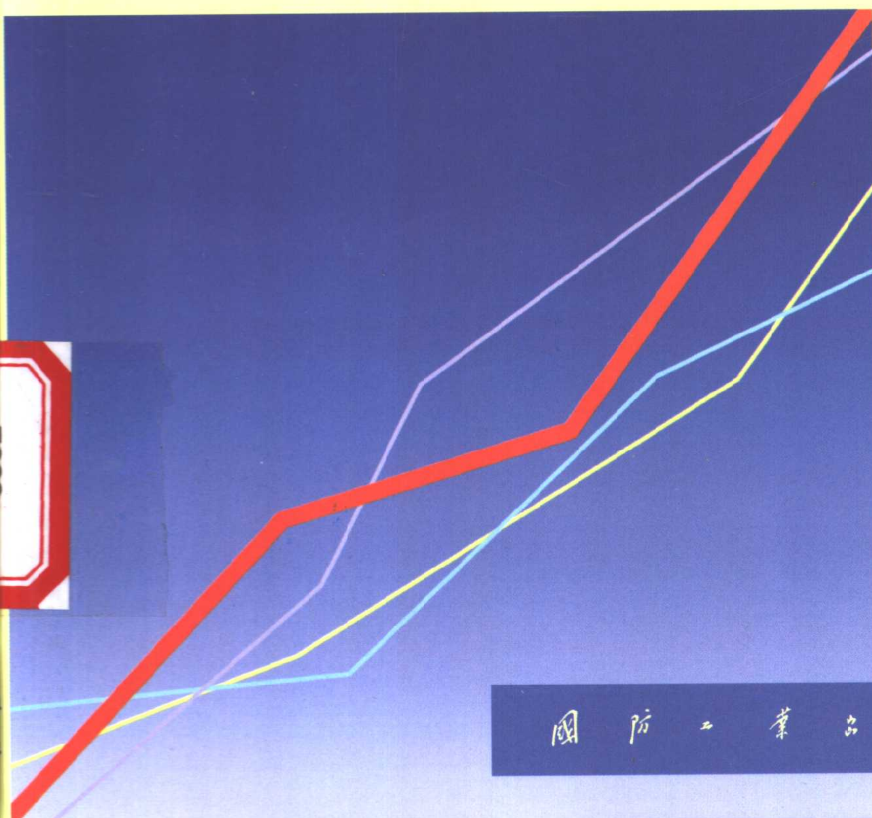
实用非线性
动态投入产出模型

（兼评列氏动态投入产出模型的失真性）

王嘉谟　著

SHIYONG FEIXIANXING
DONGTAI TOURU
CHANCHU MOXING



國防工業出版社

实用非线性
动态投入产出模型

（兼评列氏动态投入产出模型的失真性）

王嘉谟 著

国防工业出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

实用非线性动态投入产出模型:兼评列氏动态投入产出模型的失真性/王嘉谟著.—北京:国防工业出版社,2003.7

ISBN 7-118-03123-2

Ⅰ.实...　Ⅱ.王...　Ⅲ.投入产出模型　Ⅳ.F223

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 021272 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码　100044)

北京奥隆印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168　1/32　印张 6⅞　176 千字

2003 年 7 月第 1 版　　2003 年 7 月北京第 1 次印刷

印数:1—2000 册　　定价:12.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

谨以此书献给

中国投入产出学会

前　　言

列昂惕夫于20世纪30年代创立了静态投入产出分析方法。该方法系统、严谨地描述了各经济量之间的关系，目前在世界各国已广泛应用于国家、地方及大型厂矿企业的经济运行管理。其重要意义已不言而喻。

静态模型研究静态经济问题，一般是研究一年的经济运行状态。研究若干年的经济运行状态，是动态经济问题，需要建立动态投入产出模型。同样，由于动态模型系统、严谨地描述了各经济量之间的动态关系，应该说它优于其他的动态方法。由此说明研究动态投入产出方法的重要意义。1953年列昂惕夫首先给出了连续型动态投入产出方程。之后，研究者相继给出了离散型一年时滞和多年时滞的动态投入产出方程，并建立了不少动态投入产出经济模型，在此基础上进一步建立了优化模型、快车道模型（或称大道模型）及其他模型。

工作中发现，列昂惕夫建立的动态投入产出方程及投资与增产之间的关系存在的问题（增量资本系数也存在类似的问题），导致动态投入产出模型及动态逆矩阵等都是错的。投资与增产之间的关系不是一般关系，它是动态模型的关键部分，直接涉及到产业结构、产品结构的发展变化。20世纪70年代到80年代国际上研究动态投入产出及相关模型研究盛行了20多年，但进入20世纪90年代又冷落下来了，动态投入产出法的应用至今没有推广开来，原因之一是计算不出符合实际的计算结果所致。由于存在这些根本性问题，因而在此基础上建立的优化模型、快车道模型等，也就失去了实际意义。

50年来，投入产出理论与应用的发展已相当系统了，世界许

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

多国家都把投入产出分析作为中长期计划的基本方法。而至今各种有关书籍及应用模型仍采用列氏动态方程及投资增产的概念，不注意实际效果。因此指出和纠正这些问题，改变目前的现实，具有重要的理论和实践意义。对于这一系列问题，不是写一两篇文章所能说清楚、并引起人们重视。另外，目前研究宏观经济问题的数学模型，多是建立在微观概念基础上，方程越来越多，数据需求量越来越庞大，这也是数量经济模型发展缓慢的原因之一。鉴于此，我们分析了有关的问题，在宏观概念基础上给出较简捷的非线性动态方程，从理论上证明了方程解的存在性、惟一性及稳定性，并给出非均衡发展的特征向量(类似快车道)模型。该模型的主要部分方程少，所需数据量少，计算结果的可信度提高。书中附有实例计算，用所给方法分析了经济波动问题等。但这一领域毕竟还有许多工作要做，希望本书起到抛砖引玉的作用。

在我多年的工作中，受到钟契夫、张守一、陈锡康、李秉全、李善同、刘起运、李强等专家的指导和帮助，在此表示诚挚的谢意。中国投入产出学会的齐舒畅同志，国防工业出版社陈洁、汪淳同志，对本书的出版给予了大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于时间仓促，有不妥之处敬请批评指正。

目　录

第1章　列氏投入产出模型

为便于阅读后面各有关章节，首先简单介绍投入产出模型的有关内容。为叙述简便，将通常采用的静态投入产出模型、动态投入产出模型统称为列昂惕夫式投入产出模型，简称列氏静态模型和列氏动态模型。

1.1　静态投入产出模型

静态投入产出模型一般是以两张投入产出表为核心内容，一是实物型投入产出表，二是价值型投入产出表，简单介绍如下。

一、实物型投入产出表

实物型投入产出表简称实物表如表1-1所列，该表给出国民经济运行过程中，各产品之间的实物消耗关系。以表1-1为例，该表严谨、系统地描述了全国 n 种产品之间需求关系。纵向是主栏或投入栏，表示每种产品生产过程中，需要其他产品的投入量。横向是宾栏或产出栏，表示每种产品的使用去向。由于实物表不便于模型计算，本文不予详细介绍。

二、价值型投入产出表

统一用货币作计量单位，在实物表的基础上建立的投入产出表，称为价值型投入产出表，简称价值表。

n 个产品类的价值型投入产出表的形式如表1-2所列。该表的横向是宾栏或产出栏，纵向是主栏或投入栏。

表 1-1　全国实物投入产出表

投入＼产出		计量单位	中间产品						最终产品			总产出
			1	2	…			n				
			粮食	棉花	原煤	发电	建安	其他	消费	积累	净出口	
中间投入	1 粮食	万吨	q_{11}	q_{12}		…		q_{1n}		Y_1		Q_1
	2 棉花	万吨	q_{21}	q_{22}		…		q_{2n}		Y_2		Q_2
	⋮											
	原煤	万吨										
	⋮		⋮	⋮		⋮		⋮		⋮		⋮
	发电	亿度										
	⋮											
	建安	亿元										
	n 其他		q_{n1}	q_{n2}		…		q_{nn}		Y_n		Q_n
合计												
初投入	折旧	亿元										
	劳动报酬	亿元										
	社会纯收入	亿元										
总投入												

宾栏的构成如下：

总产出 ＝ 中间消耗量 ＋ 最终产品 － 进口

最终产品 ＝ 投资 ＋ 消费 ＋ 积累 ＋ 出口

主栏的构成如下：

总投入 ＝ 中间投入 ＋ 初始投入

初始投入 ＝ 折旧 ＋ 工资福利 ＋ 利润 ＋ 税金 ＋ 其他

表 1-2 清楚地描述了国民经济运行过程中，投入与产出之间的关系。如果以年为结算时间单位的话，在这一年中，自然要满足

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

以下几个平衡关系：

总投入 = 总产出

总中间投入 = 总中间消耗

总最终产品 = 总初始投入

表 1-2　价值型投入产出表

投入＼产出		中间消耗					最终使用				进口	总产出
		产品$_1$	产品$_2$	…	产品$_n$	合计	消费	积累	出口	合计		
中间投入	产品$_1$	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}					Y_1		X_1
	产品$_2$	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}					Y_2		X_2
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮					⋮		⋮
	产品$_n$	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nn}					Y_n		X_n
	合计											
初始投入	折旧											
	工资											
	利润											
	税收											
	其他											
合计		Z_1	Z_2	…	Z_n							
总投入		X_1	X_2	…	X_n							

三、静态投入产出模型

投入产出表中的横栏是产品的使用去向，用数学方程表示，该方程称为产出方程。类似地，投入产出表中的纵栏是生产过程中投入的需求，用数学方程表示，该方程称为投入方程。

1. 产出方程

(1) 产出方程。在投入产出表中，每个部门的总产出与其他各部门对该部门产品需求之间的平衡关系，可以用一个方程来描述。

n 个部门则有 n 个方程构成的方程组。

设 X_i 为 n 个部门中第 i 部门的总产出；Y_i 为第 i 部门的最终产品，它是大修基金、个人消费、社会消费、更改投资、基建投资、库存、净出口等之和。X_{ij} 为生产过程中，第 j 个部门消耗 i 部门产品的数量。于是对于整个经济系统则有如下方程组：

$$
\begin{aligned}
X_1 &= X_{11} + X_{12} + \cdots + X_{1n} + Y_1 \\
X_2 &= X_{2i} + X_{22} + \cdots + X_{2n} + Y_2 \\
&\vdots \\
X_n &= X_{n1} + X_{n2} + \cdots + X_{nn} + Y_n
\end{aligned}
\tag{1-1}
$$

该方程描述了产品的使用去向，称为产出方程。

(2) 直接消耗系数。引入一个十分重要的概念 —— 直接消耗系数 a_{ij} 为

$$a_{ij} = X_{ij}/X_j \qquad i,j = 1,2,\cdots,n \tag{1-2}$$

式(1-2)指出，直接消耗系数是指国民经济第 j 个产品部门生产每一单位产品需要消耗第 i 产品部门的产品数量。

这样，对于划分为 n 个产品部门的经济系统来说，方程组(1-1)和式(1-2)的下标 $i,j(=1,2,\cdots,n)$，惟一确定了系统中各产品部门之间的需求关系。其中 a_{ii} 表示 i 部门每生产一个单位产品，需要消耗本部门的产品数量。由此方程组(1-1)可改写成

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j + Y_i \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{1-3}$$

(3) 完全消耗系数。直接消耗系数反映了国民经济各产品部门之间的直接消耗关系。在生产过程中还存在着间接消耗关系，例如，生产汽车需要直接消耗钢材、电力等，而生产钢材、电力又需要消耗煤炭、电力等。这后者的消耗需求，对于生产汽车来说，属于一次间接消耗或称二次消耗。类似地，生产煤炭还需要再消耗木材、电力等，对于生产汽车而言，它属于三次消耗，等等。还可以有许多

次的间接消耗。所有这些直接消耗、间接消耗形成一个复杂的生产链条关系。这些消耗关系合到一起,称为完全消耗。可以用式(1-4)对完全消耗系数给出严谨的定义,即

$$d_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^{n} d_{ik}a_{kj} \qquad i,j = 1,2,\cdots,n \tag{1-4}$$

其中,k 表示中间产品;第3项表示通过 k 中间产品形成的第 j 部门产品对第 i 部门产品的全部间接消耗。

(4) 产出方程的矩阵形式。引入直接消耗系数概念之后,方程组(1-3)可以写成

$$X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n + Y_1$$

$$X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n + Y_2$$

$$\vdots$$

$$X_n = a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \cdots + a_{nn}X_n + Y_n$$

进一步将上述方程组写成矩阵形式。

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}$$

或简化为

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{Y} \tag{1-5}$$

从式(1-5)可以求出 $\boldsymbol{X}$

$$\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{Y} \tag{1-6}$$

其中,$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}$ 是 $(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})$ 矩阵的逆矩阵,通常称为列昂惕夫逆矩阵或矩阵乘子。式(1-5)是静态产出方程的基本形式。

(5) 完全消耗系数矩阵与列昂惕夫逆矩阵的关系。将式(1-4)

写成矩阵形式,为

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{A}$$

进一步变化得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D} = &\ \boldsymbol{A}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} = \\ &[\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})](\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} = \\ &(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1} - \boldsymbol{I}\end{aligned} \tag{1-7}$$

由式(1-7)可知,完全消耗系数矩阵等于列昂惕夫逆矩阵减去单位矩阵。

2. 投入方程

在投入产出表中,纵向表是每个部门的总投入与生产过程中其他各部门对该部门的中间投入及初始投入之间的平衡关系。可以用另一个方程组来描述。

设 $\widetilde{\boldsymbol{A}}$ 表示由消耗系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列元素构成的对角矩阵。

$$\widetilde{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} a_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{n} a_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} a_{in} \end{bmatrix}$$

则得到投入方程为

$$\boldsymbol{X} = \widetilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{Z} \tag{1-8}$$

式中 $\boldsymbol{X}$——总投入向量;

$\boldsymbol{Z}$——初始投入向量,由折旧、工资、福利、利润、税收、其他等项构成。

由于总投入与总产出是平衡的,所以

$$\text{总投入 } \boldsymbol{X} = \text{总产出 } \boldsymbol{X}$$

1.2　连续型动态投入产出方程

静态投入产出模型研究的是静态经济问题,如一年中(或一个季度,甚至一个月)的经济运行状态。实际经济问题是个动态问题,时刻在发展变化,也就是说需要考虑再生产的问题。引起再生产的主要生产要素是投资,亦即需要建立起投资产品与增产之间的关系。列昂惕夫于1953年给出的用微分方程表示的动态投入产出方程,是连续型动态投入产出方程。

首先将投资产品从最终产品中划分出来,也就是最终产品 Y_i 分为两部分:投资产品 $\triangle F_i$ 和最终净产品 YC_i,即

$$Y_i = \triangle F_i + YC_i \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{1-9}$$

其中,$\triangle F_i$ 不仅包括基本建设投资 —— 增加生产用固定资产部分,而且还包括对流动资产的投资(如增加库存等)。将生产基金按使用部门加以划分,则

$$F_i = \sum_{j=1}^{n} F_{ij}$$

其中,F_{ij} 表示第 j 部门所使用的第 i 部门产品作为生产基金的数量。

由此可以进一步将静态投入产出方程(1-3)写成

$$X_{it} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_{jt} - \sum_{j=1}^{n} \triangle F_{ijt} = YC_{it} \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{1-10}$$

又因

$$\triangle F_{ijt} = [(F_{ijt+1} - F_{ijt})/\triangle t]\triangle t \approx (\mathrm{d}F_{ijt}/\mathrm{d}t)\triangle t$$

在经济工作中通常取 $\triangle t = 1$,即一个时间单位,如一年。于是方程(1-10)可改写为

$$X_{it} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_{jt} - \sum_{j=1}^{n} \mathrm{d}F_{ijt}/\mathrm{d}t = YC_{it}$$
$$i = 1,2,\cdots,n \tag{1-11}$$

下面引入一个重要系数——资本系数,即生产资金直接占用系数,其计算公式为

$$b_{ij} = \mathrm{d}F_{ij}/\mathrm{d}X_i \qquad i,j = 1,2,\cdots,n \tag{1-12}$$

其中,b_{ij} 表示第 j 部门生产单位产品,需要第 i 部门产品作为生产基金(固定资产、流动基金)的数量。

在假定 b_{ij} 是常数的情况下,由式(1-12)得到

$$\mathrm{d}F_{ijt}/\mathrm{d}t = b_{ij}\cdot(\mathrm{d}X_{jt}/\mathrm{d}t) \qquad i,j = 1,2,\cdots,n$$

将该式代入式(1-11),便得到方程组:

$$X_{it} - \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_{jt} - \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(\mathrm{d}X_{jt}/\mathrm{d}t) = YC_{it}$$
$$i = 1,2,\cdots,n \tag{1-13}$$

令 $X'_{jt} = \mathrm{d}X_{jt}/\mathrm{d}t$,并将方程写成矩阵形式,则得到

$$\boldsymbol{X}_t - \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_t - \boldsymbol{B}\boldsymbol{X}'_t = \boldsymbol{YC}_t \tag{1-14}$$

式中 $\boldsymbol{B}$——资本系数矩阵;

$\boldsymbol{A}$——消耗系数矩阵;

$\boldsymbol{X}_t$、$\boldsymbol{X}'_t$、$\boldsymbol{YC}_t$——n 维列向量。

方程(1-14)也可简记为

$$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})\boldsymbol{X} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{X}' = \boldsymbol{YC} \tag{1-15}$$

方程(1-15)是一个一阶线性常微分方程组,称为列昂惕夫动态投入产出方程。在这个方程组中假设直接消耗系数 a_{ij} 和资本消耗系数 b_{ij} 都是固定不变的,只有各个部门的产出 X_{it} 和最终净产品 YC_{it} 是时间 t 的函数。

在上述方程组中,也可以将资本系数解释为增量资本系数,即新增单位生产能力对资本的需求量。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com