

解应用题的桥和路



河南人民出版社

解应用题的桥和路

郭启庶

河南人民出版社

解应用题的桥和路

郭启康

责任编辑 温光

河南人民出版社出版
河南第一新华印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米32开本 11.5印张 223千字

1982年4月第1版 1982年4月第1次印刷

印数：1—16,000册

统一书号7105·250 定价0.84元

序 言

对算术应用题，只许用算术的解法，禁止用代数的解法，这是我在解放前考大学时的硬性规定，理由是考查学生的算术思维能力。解放后高考数学一门中根本取消算术应用题的内容，但解答算术应用题，即令不只是为了升学，在日常生活和工农业生产、财贸交通部门工作中，仍然是少不了的。因此，最近教育部颁《全日制十年制学校小学数学教学大纲（试行草案）》明确规定“一至四年级第一学期用算术方法解答应用题，四年级第二学期开始讲授列方程解应用题，并且训练学生根据应用题的不同特点，选择合理的简易的解答方法。”这确实是教学思想上的一大解放。因为众所周知，应用代数解法，对于复杂的应用题，也大可以化难为易了。

问题在于初中代数的下放：下放多少？从哪年级开始？著者郭启庶同志六十年代初曾在河南省信阳县明港第一小学一年级开始作过试验，后来在一九七四年又开始在三算班（珠算、口算、笔算三结合）的一年级第二学期教学正负数加减（编有课本）。实践出真知，说明《大纲》中的规定是能够实现的，而且可以提前完成任务的。

但是，“训练学生根据应用题的不同特点，选择合理

简易的解答方法。”这里面却是文章不小。

一谈到“不同特点”，人们便想到传统的算术教学中的所谓“典型应用题”：什么和差问题、年龄问题、植树问题、盈亏问题、鸡兔问题、归一问题、还原问题、分配问题、流水问题、行程问题等等，许多偏方、单方都让学生死记硬背起来了。这也曾遭到另一些人的非议，并提议要着重一般的解法。

解放初期，人们大学苏联教育学及小学算术教学法。其中关于解应用题的一般方法是有收获的。例如所谓“分析法”和“综合法”一直在普遍地被采用。但是这两种方法，用到今天，有不少人感到有些“老化”。

早在解放前，人们就要求解应用题的灵活性，并且有人书写试图来满足这种要求。也有人提出利用线段和长方形的图解法，把抽象的数量关系用图形表示出来，根据图形来逐步推演，只要掌握关键（即分析数量关系，画图法则，几条定理和变形法则），对于各种四则应用题，都能迎刃而解。这是一个难得的创新。从数量关系上分成六种比，从表面现象上分成“流水”、“行程”等类显然抓到本质，而且运用几何概念“以高带低”更加“深入”得多。但是问题在于，这种方法妨碍了“浅出”。

本书的作者，通过教学的实践、认识、再实践、再认识，逐步优选了合理而简易、缩短学时而又提高质量的一整套解答方法。全面而有重点，重点是突出了列表分析的方法，因为“表”有纵横排列及其交织的特点，比较恰切的表达了相互关

联着的事物、数、量、计量单位的具体情况，就便于我们化繁为简、化难为易，使得题的解法道理或来龙去脉更加明白具体了，也就起到好学、好教、好掌握的作用。由于在表上能更好的看到题目的全面情况，从而能看到各种可能的解法，即一题多解的灵活性，同时又能抓住题目及解法的本质，更快地掌握一般规律，即一法解多题的普遍性。这样，举一反三，触类可以旁通，教学实践表明，它更便于精讲多练，从中开发了学生的智力，独立钻研的能力和兴趣。为了有别于前面引述的图解法，这里可称为表列法，当然也不排斥用图解（取其简易部分如线段法）等其它方法与表相配合。而且把表、公式、分步走、研究事物（观察图形）四者灵活地结合起来，事实证明是最有实效的，本书还着重讨论了各种问题和解法相互转化的问题，讨论了用算术法解应用题与方程法解应用题的相互关系和贯通运用的问题。这便更全面地符合《大纲》中规定。这里也附带的指出：表列法有助于提前“使学生接触一些初步的统计思想和方法”，这是《大纲》中规定在百分数和统计图表等内容中开始注意的事项。还注意了函数对应的观点及集合论思想的渗透。

这里也不能不提出这样一个问题，本法的初创是一、二十年前的事情，本书初稿完成于一九六六年春，今年才出版，是不是和国外数学现代化的教学改革趋势相比，早已大大落后了呢？

众所周知，苏联的赞可夫提出发展智力的“高速度原则”，“高难度原则”。美国的布鲁纳提出“如何占有这个

学习世界”的新教材要实现结构化，统一化和通化。严重的问题在如何实现。外国是如此，他们还没有得到妥善地解决。我国更是如此。本书的出版，在我国同类书中，已是“后来居上”，同国外出版界相比，肯定地落后，但本法的初创，不见得多晚，今幸出版，作为世界性的“后来居上”的大家的“起点”，还是可以的。望能在大家共同努力下得到前进中的教益。这当然是大好事。

河南师范大学教授 陈梓北

1981.9.10

说 明

应用题不仅有用，而且是启智的基础之一。学生智力水平从解答应用题上能明显地反映出来，通过教学应用题能有效地培养和发展学生的智力。解答应用题不仅对数学教学是必要的，而且对于物理、化学等自然科学也是必要的。因为好多理化习题都是理化概念定律加数学应用题。

但是，教学解答应用题是困难的。这种困难既与这一课题本身有关，又与采用的方法是否恰当有关。因为运用有关知识解答实际问题，培养发展智力，客观上并非易事；但在主观上由于方法不当，造成不必要的困难也是事实。发挥主观能动性，应当在方法上下功夫。要从数学的基本概念、原理及其内在的规律性中去寻求恰当有效的解答方法。这样的方法必然是有生命力的，有着广泛的适应性及继续发展的可能性。

本书运用函数、集合、数域等一些较现代的数学观点，从一些最基本的数学概念入手，对应用题的事物、数、量、计量单位及其相互关系诸方面进行全面地具体地分析，从而找到它的解法，以及研究解法的规律性。为此，采取了比较恰当的表解的形式，因为用这种“表”，简明的表达出了事物、数、量、计量单位的关系即相互对应情况，既便于对这些作

全面而又具体地分析，又便于据以组成算式或方程。讨论了表解法、公式解法、分步解法之相互关系，以及相互配合，灵活运用。对解题公式的提出及运用方法作了分析研究。关于分步解题，则提出按单元分步而不采取按计算次数分步。并讨论了列算式与列方程的关系。这样，就使得各种应用题的解法前后一贯、浑然一体。它是从数学的原始处萌发出来，又可以随着数学知识的增长而不断发展下去的。

这种解法，不是一时一次得出来的，而是在将近二十年的中、小学数学教学实践中，一个一个研究总结出来，又通过教学实践验证确定下来，逐步完善的。是在与各种传统解法的教学对比中得出来的。因此在讨论解法的同时就讨论了如何教学的问题，以及这种解法较之别种解法的优点。在取材上基本上囊括了中、小学数学中各种各样的应用题。这不是将有关的题目罗列杂陈在一起，而是组织了一个有机联系的，逐步发展的系统。除了大量例题之外，还在各节附了一些相应的习题，并在每节之后作了小结，归纳该节讨论的中心问题及主要方法。这样，就可以较快地明了中小学数学应用题的内容及掌握它们的解法。

目 次

说 明	(1)
-----------	-------

第一章 应用题的数理基础	(1)
--------------------	-------

§1. 基本概念	(1)
----------------	-------

§2. 量	(2)
-------------	-------

1. 什么是量	(2)
---------------	-------

2. 量的种类和量的个数	(3)
--------------------	-------

§3. 数	(4)
-------------	-------

§4. 计量 计量单位	(7)
-------------------	-------

1. 计量的重要性	(7)
-----------------	-------

2. 计量单位	(10)
---------------	--------

3. 计量在初级数学中的地位	(14)
----------------------	--------

§5. 数量关系	(15)
----------------	--------

1. 同单位数量关系	(17)
------------------	--------

2. 同种而不同单位的数量的关系	(19)
------------------------	--------

3. 不同种数量之关系	(22)
-------------------	--------

4. 函数	(25)
-------------	--------

第二章 应用题的表解法	(28)
-------------------	--------

§1. 用加、减法求解的应用题	(28)
-----------------------	--------

1. 题的特点及解题的一般步骤	(28)
-----------------------	--------

2. 第一种情形.....	(29)
3. 第二种情形.....	(33)
4. 复合情形.....	(37)
5. 图解的应用.....	(42)
6. 和差问题.....	(44)
7. 小结.....	(48)
习题一	(49)
§2. 同种量变换计量单位的应用题.....	(50)
1. 这种题的意义及特点.....	(50)
2. 解这种题的一般步骤.....	(51)
3. 只含两个计量单位和两个量的应用题.....	(51)
4. 含有两个计量单位及两个以上的量的题目.....	(56)
5. 两个以上的计量单位及量的应用题.....	(69)
6. 导出新量和添辅助单位.....	(81)
7. 小结.....	(94)
习题二	(97)
§3. 名数变换	(101)
1. 按规律记进率.....	(101)
2. 推导同种单位量的对应值、名数变换.....	(105)
3. 名数变换与解应用题.....	(108)
习题三	(111)
§4. 两种量成比例的应用题	(112)
1. 缘起.....	(112)
2. 正比例.....	(114)
3. 反比例.....	(123)

4. 派生单位和正、反比例	(129)
5. 任选单位的运用	(138)
6. 变不成比例量的应用题为成比例量的应用题	(142)
7. 小结	(145)

习题四 (146)

§5. 多种量成复比例的应用题	(148)
1. 多重比例关系	(148)
2. 化复比例问题为单比例问题	(149)
3. 多种量成复比例的应用题的求解法	(153)
4. 单变量与联变量	(157)
5. 化单比例问题为复比例问题	(167)
6. 小结	(170)

习题五 (171)

§6. 分段成比例的量的应用题	(173)
1. 分段成比例的量	(173)
2. 解法例释	(177)
3. 共同工作(运动)的应用题	(188)
4. 分段成复比例的应用题	(206)
5. 分段成比例与不分段成比例的应用题的相互转化	(211)
6. 导制新段和添辅助单位	(217)
7. 小结	(226)

习题六 (228)

§7. 编拟应用题	(233)
1. 编拟应用题的意义	(233)
2. 编题举例	(234)

§8. 列表的简化	(239)
1. 简化列表可以逐步提高解题的速度	(239)
2. 怎样简化列表	(240)
§9. 教学问题	(245)
1. 从头教起	(245)
2. 中途过渡	(248)
第三章 运用公式与分步解题	(254)
§1. 运用公式解题	(255)
1. 运用公式解题的长处和不足	(255)
2. 由列表解题导出解题公式	(256)
3. 运用公式解题	(263)
4. 计量单位和运用公式解题	(269)
5. 运用公式和列表解题的相互配合	(282)
6. 小结	(289)
习题一	(290)
§2. 分步解题	(291)
1. 分步解题的意义	(291)
2. 按公式将应用题分为若干单元分步求解	(292)
3. 一种量作一个单元分步求解	(298)
4. 一事物作一单元分步求解	(302)
5. 小结	(306)
习题二	(307)
第四章 列方程解应用题	(309)
§1. 列方程与列算式的关系	(309)
1. 列方程与列算式的同异	(309)

2. 列方程解应用题的优点.....	(311)
3. 列方程解应用题也需列表分析、运用公式 和分步走.....	(318)
§2. 怎样列方程解应用题	(325)
1. 怎样选元.....	(326)
2. 怎样列代数式.....	(337)
3. 怎样列方程.....	(344)
4. 列方程解应用题的展望.....	(348)

第一章 应用题的数理基础

§1. 基本概念

例：李家庄生产队有两块同样的地，都是9亩。一块采用的是一般种子，收小麦5293斤；另一块采用了优良品种，收小麦6156斤。采用优良品种平均每亩增产小麦多少斤？

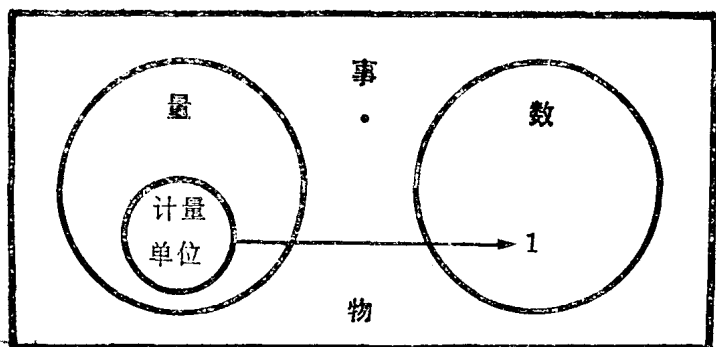
象这样用语言或文字叙述的题目，便叫应用题。

应用题中一般都有一桩事物。如本题事物是“李家庄生产队由于采用优良品种而在一块地里提高了小麦产量”。

事物都有其量的方面，如本题牵涉到“地积”，“重量”这两种量。

量需用数刻划，才能精确表达出来。而要用数刻划量，必须有计量单位。如本题中用了“9”、“5293”、“6156”、“多少”（未知数）等数；用了“亩”、“斤”、两个计量单位。

应用题中包含着“事物”、“量”、“数”、“计量单位”这些要素，其关系可用下图表示。



应 用 题

§2. 量

1. 什么是量

数学是关于现实世界数量关系和空间形式的科学。但是，很多学生对量的概念很模糊，往往回答不出什么是量。其实，任何事物都有其量的侧面，在生产和日常生活中，我们无时无地不在和量打交道。

例1.一班有多少名学生，教室里有多少张桌子，公社里有多少台拖拉机……指的都是量。

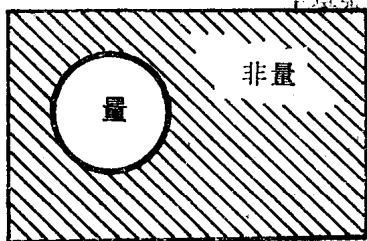
例2.长度、时间、重量、面积、体积、容量、角度、电阻、电压、功、热量……也都是量。

我们可以这样来描述量：事物的有大小多少意味的属性，便叫做量。

须要补充说明的是，这里描述的量，乃所谓数量，而非

一般的量。一般量的概念是用许多条公理来刻划的。

事物既有量的属性，又有非量的属性。学生应当会加以区别。



事物

可以向学生提出：

(1) “路程”、“总价”、“李平全部的书数”等是不是量？（是的，因这些都专指的是大小多少的意味）

(2) 红的、姓张、星期三等是不是量？

（不是的，因其指的都是非大小多少的意思）

从而使学生能区别量与非量的界线。

进一步，可列举一些事物，令学生抓出它的一些量来。如桌子有长度（长、宽、高等）、重量、面积等量，“行路”这类事物，要遇到速度、时间、路程这些量。这能够使学生相信，任何事物的确都是有其量的方面的，而且量的方面又是不同于其它方面的。

2. 量的种类和量的个数

显然，量是多种多样的，为了便于研究，可分为两大类：离散量和连续量。

像上面例一中列举的量，便叫离散量，它的全体由一个