

小学数学应用题教学 中能力的培养(下)

马芯兰著

光明日报出版社

序

徐惟诚

教育事业的重要，已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴，归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗，要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程，人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育，需要做许多事情，其中最根本的还是要靠人，靠教师、尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担，关系着祖国未来的命运，也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下，究竟怎样做人，怎样立身处世，能不能用自己的双手为社会做出贡献，从而也创造自己的幸福生活，在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道，人，是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律，我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展，这是毫无疑义的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师，对社会主义

教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代、造就人才，积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原因，这件总结和传播经验的工作过去做得还很不够。为此，中共北京市委和北京市人民政府决定，拨出专款，指定专人组成编委会，编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内，已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作，看来任务是可以完成的。

我们相信，《北京教育丛书》的编辑出版，对于鼓励广大教师钻研业务，积累经验，对于传播和交流这些经验，对于推动教育科学研究，对于提高普通教育的水平，都是有积极作用的。同时，这套丛书的出版，也将有助于人们认识教师所作的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃，每天都有许多新问题提到我们面前来，也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩，是不会被人们忘记的。

目 录

下编 分数、百分数应用题教学与 能力培养

第六章 分数应用题的渗透	(4)
第一节 加减三类一步应用题和等分应用题教学时的渗透.....	(4)
第二节 倍数关系应用题教学时的渗透.....	(9)
第三节 多步应用题教学时的渗透.....	(21)
第七章 分数的意义的概念教学	(31)
第一节 认识和理解整体与部分的关系，单位“1”， 对应关系.....	(31)
第二节 重点讲解和加深理解分数的意义.....	(42)
第八章 分数三类基本应用题的教学	(51)
第一节 分数三类基本应用题结构的教学.....	(51)
第二节 分数三类基本应用题解题方法的教学...	(62)
第三节 自编应用题教学.....	(69)
第九章 稍复杂的分数应用题的教学	(74)
第一节 摘录条件、画线段图.....	(74)
第二节 联想、画思维线.....	(81)
第三节 揭示对应关系、根据问题写相等关系式	(86)

第四节	抓应用题本身特点，抓解题的关键……	(95)
第五节	统一标准量、列方程……………	(101)
第六节	分数、百分数应用题教学要注意的 几个问题……………	(106)
第十章	分数、百分数应用题教学中掌握数学问题结 构能力的培养……………	(113)
第一节	给不完整的分数、百分数应用题补充条件或问 题……………	(113)
第二节	根据条件和问题发散思维……………	(117)
第三节	综合对比训练……………	(122)
第十一章	分数、百分数应用题教学中逻辑思维能力 的培养……………	(135)
第一节	画线段图训练……………	(135)
第二节	联想训练……………	(148)
第三节	量率对应综合系统训练……………	(155)
第四节	率的转化训练……………	(169)
第十二章	分数、百分数应用题教学中思维的灵活性、 创造性及概括能力的培养……………	(181)
第一节	系列变化训练、找解题题眼的训练……	(181)
第二节	解题思路训练……………	(190)
第三节	一题多解训练……………	(200)
第四节	技能技巧训练……………	(210)
第五节	压缩思维训练……………	(219)

下编 分数、百分数应用题教学 与能力培养

分数应用题和百分数应用题的教学是在整数、小数应用题教学的基础上进行的。

分数应用题和百分数应用题教学是小学应用题教学中的一个重点，也是一个难点。分数、百分数应用题教学所以是小学应用题教学中的一个难点，这是由分数、百分数应用题本身的内容、特征、数量关系、分析和解题的途径、方法和具体过程等因素以及小学生思维发展的特点所决定的。具体地说，第一，从分数、百分数应用题的内容、特征、数量关系来看。教材上首先出现的分数应用题就是分数乘法、除法两种基本的分数应用题。这两种应用题，在概念上都比较难理解，学生学习掌握起来要比学习掌握整数应用题困难得多。特别是“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的应用题，用算术方法解答都是直接列成除法算式进行计算的。学生对这种应用题为什么要用除法解答不好理解，不易掌握。在教学中有不少的学生往往把它与“求一个数的几分之几是多少”的应用题相混淆，这个问题正是学生进一步学习较复杂的分数应用的关键。在复杂的分数、百分数应用题中，间接条件更加隐蔽，数量关系更为复杂。对于什么是量，什么是率，哪个量对应哪个率，等等，学生也难于弄清，一时不知从何处下手。这是学生学习分数、百分数应用

题所以感到难学的第一个原因。第二，从分析解题的途径、方法和解题步骤来看。分数、百分数应用题解题的途径、方法和整数中的多步应用题一样，不是一成不变的，也没有固定的模式。分数、百分数应用题千变万化，同一道应用题，往往要求用几种不同的方法来分析和解答，这就加大了学生学习的难度。在教学中，我们还可以看到，有的分数、百分数应用题，只要给它改变一个条件，或者改变一下问题，甚至只改变某一个词语，都可能引起题意、数量关系和分析解题方法的大变。在解题过程中，有时要统一单位“1”，进行率的转化。有的学生对量和率本来就不很清楚，还要他们统一单位“1”，进行率的转化，这就更加大这些学生学习的困难。这些是学生感到分数、百分数应用题所以难学的第二个原因。第三，从对学生思维能力的要求和学生本身思维发展的特点来看。学生通过前面数学知识及其它知识的学习，抽象思维能力已经有一定发展，但很多事实证明，学生的思维能力仍处于由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡阶段，处处表现出对具体形象思维的依赖性。分数、百分数应用题的数量关系比较抽象，许多的名词概念学生也比较生疏，例如：发芽率、合格率、出勤率、工作效率等。分数、百分数应用题的叙述形式的千变万化和分析解题要求的多样化，对学生抽象思维能力的要求越来越高。使学生的思维能力和实际要求不能完全相适应，这是一些学生感到分数应用题难学的又一个原因。

对于分数、百分数应用题的教学，传统教学方法的弊病和整数应用题的教学一样，就是偏重于知识的教学，忽视数学能力的培养。主要表现仍是：老师讲例题，学生做习题。

这种就例题讲例题，不在培养和提高学生数学能力上下功夫的教学，是不能从根本上提高分数、百分数应用题的教学质量的。所以，改革分数、百分数应用题教学，和整数应用题的教学一样，当前最主要的，也是最根本的就是要按照《小学数学教学大纲》的要求，把教知识和培养能力、发展智力有机地结合起来。在教给学生有关的基础知识的同时，把发展智力，培养和提高学生的数学能力放在重要地位。通过教学既把有关的分数、百分数应用题的知识教给学生，又使学生不断地增长智慧，提高数学能力。

在教分数应用题和百分数应用题时，应该着重抓好分数应用题的教学。这是因为百分数应用题只是分数应用题的另一种形式，其分析方法、解题思路、解题步骤等都与分数应用题基本相同。

第六章 分数应用题的渗透

分数应用题的知识为什么要在系统地进行教学前“渗透”呢？这是因为分数应用题和百分数应用题是小学数学中的难点，“渗透”是为了分散难点，为学生学习分数应用题作好铺垫。这是第一点。如果从小学生的认识规律和心理特点来看。学生认识、掌握新知识，是以过去的知识、经验为中介，以表象为支柱的。学生对新知识的学习、理解和掌握，不是一蹴而就的，是要通过来回往复的认识活动逐步实现的。所以，“渗透”符合小学生的认识规律和心理特点，有利于学生理解和掌握分数应用题中有关的新知识，有利于发展学生的思维能力。特别是对那些理解能力较低、思维不敏捷的学生，“渗透”更能收到显著的效果。

第一节 加减三类一步应用题和等分

应用题教学时的渗透

一、加减三类一步应用题教学时的渗透

学生初学分数应用题时，对谁和谁比、谁是谁的几分之几、以谁为标准量，这些关键性的知识不容易一下子弄清楚，在解答分数应用题的时候，常常出现错误。为帮助学生理解和掌握这些关键性的知识，减少他们学习分数应用题的

困难，在教学加减三类一步应用题的时候，应该有意识地渗透这方面的知识。

加减三类一步应用题，即是：求两数相差多少，求比一个数多几的数，求比一个数少几的数。这三类用加减法解答的一步应用题都是学生在一年级时学习的。在教学中，可以这样渗透与分数应用题相关的知识：

例1 林场有杨树120棵，柳树比杨树多60棵。柳树多少棵？

这是“求比一个数多几的数”的一步应用题。教学这类应用题的本意不在于让学生掌握这类题的解答方法，而是通过分析、解答这道题，向学生渗透“谁和谁比”、“以谁为标准量”等知识。我主要采用以下两种方式：

（1）分析过程中的渗透

师：柳树比谁多60棵？

生：柳树比杨树多60棵。

师：杨树多少棵？

生：杨树120棵。

师：柳树比杨树多60棵，以哪种树为标准量？

生：以杨树为标准量。

师：杨树120棵，柳树比杨树多60棵，柳树多少棵？

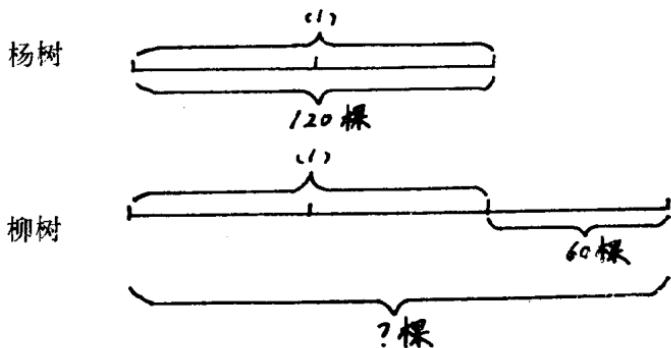
生： $120 + 60 = 180$ （棵）柳树是180棵。

分析题的过程，就是向学生渗透“谁和谁比”、“以谁为标准量”的概念的过程。这里要注意的是，不是分析这一道题就完了，而是要多分析一些；也不是要集中在一节课里分析，而是要分散开来，逐步进行。目的在于逐步加深学生的印象，帮助学生更好地认识和掌握这些概念。

(2) 画线段图过程中的渗透

在指导学生画线段图进行分析过程中的渗透有两方面的意思：一是把整数应用题线段图的画法和分数应用题线段图的画法统一起来，为学生学习分数应用题画线段图打好基础；二是运用线段图继续进行分析比较，在分析比较中渗透。

①根据题意先画线段图：



分数应用题线段图的画法，最主要的是要注意量率对应。这里把杨树画作标准量，与标准量对应的是120棵。至于与柳树棵数对应的叫倍量（或叫率），在图上也已表示出来了。这样就把整数应用题线段图的画法与分数应用题线段图的画法统一起来了。通过反复的练习，培养学生的习惯，加深学生的印象。学生有了这样的基础，在学习分数应用题画线段图时一般是不困难的。

②运用线段图继续进行分析比较：

根据上面画的线段图，引导学生继续进行分析比较，使学生进一步认识“谁和谁比”、“以谁为标准量”的概念。

师：杨树多少棵？

生：杨树120棵。

师：柳树比杨树多多少棵？

生：柳树比杨树多60棵。

师：柳树有哪两部分组成的？

生：柳树有和杨树120棵同样多的一部分，还有比120棵多60棵的一部分。（这是前学的旧知识，学生很容易说出来）。

师：以哪种树为标准量？

生：以杨树为标准量。

……

这样又一次向学生渗透了“谁和谁比”、“以谁为标准量”的概念。这里说的标准量，实际上就是分数应用题中的单位“1”。让学生认识、理解“以谁为标准量”，就是在向学生渗透单位“1”的概念。

至于求柳树棵数是杨树的几倍或杨树棵数是柳树的几分之几，待知识深化时，学生自然可以求出来。

在学生学习加减三类一步应用题的过程中，教师有意识地进行分数应用题有关知识的渗透，既有利于提高学生学习三类一步题的质量，又有利于开阔学生的思路，为以后学习分数应用题作好铺垫。

二、等分应用题教学时的渗透

等分应用题的教学在教学改革中也是在一年级时进行的。教学时，在讲清等分的意义的同时，有意识地向学生渗透有关分数应用题的知识，重点是渗透单位“1”及分数的意义。

在等分应用题的教学中，怎样渗透单位“1”和分数的意义的呢？

例1 把12个苹果分放在3个盘里，平均每盘放几个苹

果？

对这道应用题的数量关系，要引导学生这样进行分析：把12个苹果平均分成3份，每份是4个，4个是1份。1份是4个，2份是两个4个，3份是三个4个，是12个。

在教学中要强调分谁？（分12个苹果），平均分成几份？（平均分成3份），4个苹果是3份里的1份。这样学生在以后学习：“4个苹果是12个苹果的 $\frac{1}{3}$ ”时，就很容易理解 $\frac{1}{3}$ 是4个苹果， $\frac{2}{3}$ 是两个4个，即8个苹果……； $\frac{1}{3}$ 是把12个苹果平均分成3份，1份是3份里的1份，两份是3份里的两份，也就是 $\frac{2}{3}$ 。12的 $\frac{1}{3}$ ，是把12平均分成3份，其中的1份是4个，也就是12的 $\frac{1}{3}$ 是4（个苹果）。这里虽然没有教学什么是量，什么是率，但学生对量和率的实质在学习等分应用题时已经潜移默化地有所认识了。所以，在学生学习等分应用题时，应该要求每个学生都能真正理解并能表述出等分的意义及其引申意义。

例2 把48个乒乓球平均分给3个班，每班分几个乒乓球？

学生从不同角度去分析题目所反映出的数量关系：

把48个乒乓球平均分成3份， $48 \div 3 = 16$ （个），每一份是16个。

3份里1份是16个，2份是2个16个，3份是3个16个，是48个。

48个是总数，其中的 $\frac{1}{3}$ 是16个， $\frac{2}{3}$ 是 (16×2) 个， $\frac{3}{3}$

是 (16×3) 个，即 48 个。

从这个分析过程，可以看出学生不仅在理解的基础上正确解答了这道题，而且又为学习包含应用题打下基础。

例如：有 48 个乒乓球，每 16 个分给 1 个班，可以分几个班？

通过迁移学生很容易进行分析：1 个 16 是 1 个班。由 1 个 16 是 1 个班导出，看 48 个里面有几个 16 就可以分几个班， $48 \div 16 = 3$ （班）。

等分应用题的教学是学生认识几分之一的起步。它有利于学生认识和理解单位“1”，为学生以后学习分数和分数应用题打下基础。

第二节 倍数关系应用题教学时的渗透

一、倍数关系三类一步应用题和两步应用题教学时的渗透

量率对应是分数应用题、百分数应用题知识结构中的一个基本概念。正确理解和运用这个基本概念，对学生学习分数应用题、百分数应用题是至关重要的。为了帮助学生理解和运用这个概念，在倍数关系三类一步应用题和两步应用题的教学中，应该渗透有关的知识。

1、倍数关系三类一步应用题教学时的渗透

倍数关系三类一步应用题，即是：求一个数的几倍是多少，求一个数是另一个数的几倍，已知一个数的几倍是多少

求这个数。这三类一步应用题都是学生在一年级学习的。在学生学习这三类一步应用题的过程中，要渗透量率对应这个基本概念。

例1 校园里有杨树45棵，柳树的棵数是杨树的3倍。

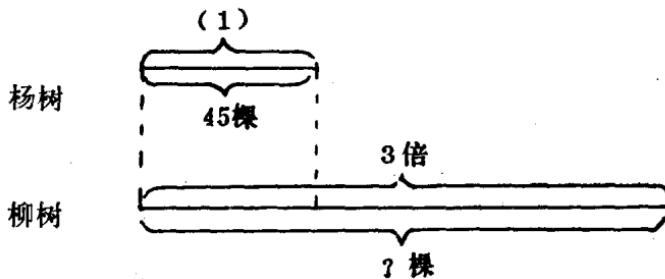
(1)

柳树多少棵？

①审题：略。

②画批：见例题中的符号。

③分析：45棵是杨树的棵数。柳树的棵数是杨树的3倍，这句话的意思是：柳树和杨树比，杨树的棵数为1倍，柳树的棵数为3倍。用线段图表示如下：



画线段图要让学生明白必须首先确定谁是1倍的数，把表示1倍数的线段画在上面，表示几倍数的线段画在下面。每条线段上面写的是倍数，下面写的是棵数（如上图所示）这样把1倍与1倍的数对应，3倍与3倍的数对应，为学生学习分数应用题的量率对应奠定基础。这里的倍与倍量对应同分数应用题中的量率对应本质是一致的。学生在这里把对应关系弄清楚了，到学习分数应用题时就较为容易了。

为了帮助学生打好基础，在画线段图的基础上还应重视指导学生说理：1倍是45棵，45棵是1倍的数。3倍是3个45棵，即是 $45 \times 3 = 135$ （棵），135棵是3倍的数。要求学生在说理时要对照线段图，以便加深对“对应量”的认识：



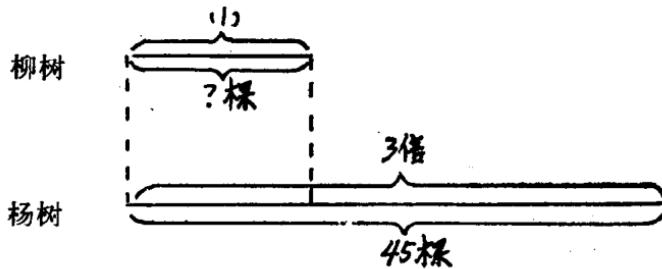
例2 校园里有杨树45棵，是柳树的3倍。柳树多少棵？

(1)

①审题：略

②画批：见例题中的符号。

③分析：45棵是杨树的棵数。杨树的棵数是柳树的3倍，就是柳树的棵数是1倍，杨树的棵数是3倍。用线段图表示如下：



④对照线段图说理：3倍是45棵，45棵是3倍的数。3倍是45棵，1倍即是 $45 \div 3 = 15$ （棵）。15棵是1倍的数。柳树的棵数是1倍，柳树是15棵。照线段图说理，主要目的是认识对应量：



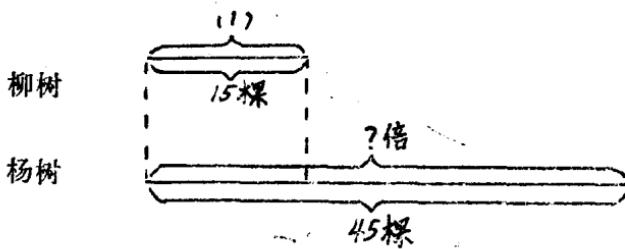
$$45 \div 3 = 15 \text{ (棵)} \cdots \cdots 1 \text{ 倍的数}$$

例 3 校园里有杨树45棵，柳树15棵。杨树是柳树的几倍？ (1)

①审题：略

②画批：见例题中的符号。

③分析：45棵是杨树的棵数，15棵是柳树的棵数。求杨树是柳树的几倍，是以柳树的棵数为1倍，也就是15棵是1倍的数。45棵里有几个1倍的数，杨树就是柳树的几倍。用线段图表示如下：



④对照线段图说理：柳树15棵是1倍的数，也就是1倍的数是15棵。杨树45棵，45棵里有几个15棵，杨树棵数就是柳树棵数的几倍。 $45 \div 15 = 3$ ，45棵里有3个15棵，所以杨树是柳树的3倍，45棵是3倍的数，3倍的数是45棵。照线段图说理，主要目的是认识对应量：

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ 倍} & & 3 \text{ 倍} \\ \uparrow \downarrow & & \uparrow \downarrow \\ 15 \text{ 棵} & & 45 \text{ 棵} \end{array}$$