

135385



五位对数与 三角函数表

苏联测绘总局编

测绘出版社



统一书号: 15039·118

定价: 2.30 元

五位对数与三角函数表

苏联測繪总局 編
張 作 容 譯
赵 方 民 校

測 繪 出 版 社

1957 · 北 京

ПЯТИЗНАЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ ЛОГАРИФМОВ ЧИСЕЛ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

ГЕОДЕЗИЗДАТ

1955

本表包括自然数从1至9999的对数, $\sin$ 、 $\cos$ 、 tg 、 ctg 四种三角函数的对数及 $\sin$ 、 $\cos$ 、 tg 、 ctg 、 $\sec$ 、 cosec 六种三角函数的自然数, 均为五位数字。对于小角(近于 90° 的), 也备有二种附加的三角函数自然值表(每 $1''$ 及每 $10''$ 一载)。

本表供地形测量人员、测量院校学生之用

五位对数与三角函数表

編 者 苏联測繪总局

譯 者 張 作 容

出版者 測繪出版社

北京宣武門外永光寺西街3號

北京市書刊出版業營業登記證出字第081號

发 行 者 新 华 書 店

印刷者 地 質 印 刷 厂

北京广安門內教子胡同甲32号

印数(京)1—3,100册 1955年11月北京第1版

开本 $31\frac{1}{2} \times 44\frac{1}{2}$ 毫米 1957年11月第1次印刷

字数 310,000字 印張10張 插頁2

定价(精) 2.30元

目 录

各表用法說明.....	5
I 自然数 1 至 9999 的常用对数表.....	15
II 第一象限的正弦、余弦、正切、余切对数表, 每 1' 一載.....	35
III 0.00 至 3.009 的平方数值表.....	81
IV 0.00 至 100 的平方根表.....	87
V 1 至 359 的立方根表.....	91
VI 解平面与球面三角形的公式.....	92
VII 0—1° 的 ctg 与 cosec 自然值表, 每 1' 一載.....	95
VIII 1—10° 的 ctg 与 cosec 自然值表, 每 10' 一載.....	109
IX 0—90° 的 $\sin$ 、 cosec 、 tg 、 ctg 、 sec 与 $\cos$ 自然值表, 每 1' 一載.....	129

各表用法說明

表 I 自然数的对数 (15頁)

本表包含整数 1 至 9999 的常用对数的尾数,而各尾数都計算至五位数字,即准确至 0.00001.

15頁列有自然数 1 至 100 的对数的尾数:自然数載于 N 欄內,而与其並列的 lg 欄中,为其相对应的对数的尾数。如 lg 72 的尾数是 85733, 所以 $\lg 72 = 1.85733$ 。

大于 100 而小于 1000 的自然数,以及其对数的尾数,則按另一种方式佈置。从 16 至 33 頁,在标为 N 的第一欄內,是自然数从 100 至 999, 其对数的尾数,載于标为 0 的第二欄。尾数的头二位数字,是几个数所共有的,故只載出一次,其余的三位数字,各載在与 N 欄內数值同一列中。以下标为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的各欄,是用来求整数 1000 至 9999 的对数尾数,各欄中仅列出尾数的末三位数字,头二位数字在同一列或上几列的 0 欄中:如 (24頁) lg 547 的尾数是 73799, 故 $\lg 547 = 2.73799$ 。如果在末三位尾数之前有一个点,則尾数的头二位数字,应自下一列中取出:例如,求 3809 的对数 (21頁), 尾数的末三位为 081, 而前面有一个点,故头二位数字不应取 0 欄中的 57 而是 58, 因此, $\lg 3809$ 的尾数是 58081。

P.P. 欄是求大于 9999 的对数的尾数用的。在 P.P. 欄內的每一小表頂上的数字,是两个連續对数的差数,也叫做表差;这些小表用垂直綫分成二部份,其中一部份,自上而下载有 1, 2, 3, …… , 9 各数;另一部份为对应于表差与 0.1, 0.2, 0.3, …… , 0.9 的乘积。

表 I 的作用为解决: (A) 按已知的自然数求其对数; (B) 按已知自然数的对数求該自然数。

(A) 按已知的自然数求其对数。

(1) 已知数为整数且小于 100。这时我們可以直接从 15 頁中查得其尾数,並按通常的規則定其首数,例如 $\lg 28 = 1.44716$ 。同样,如欲求 $\lg 0.67$, 先定其首数为 $\bar{1}$, 再在 15 頁查 $\lg 67$ 的尾数,与 67 並排的是 82607, 故 $\lg 0.67 = \bar{1}.82607$ 。

(2) 已知整数大于 100 而小于 1000。設求 $\lg 598$; 先在 N 欄找到 598 (25頁), 在与 598 同列的 0 欄中, 查得尾数的最后三位数字, 即是 670; 其头二位 77, 是从該欄前几列里取得, 我們得到 77670, 即是 $\lg 598$ 的尾数; 因而 $\lg 598 = 2.77670$ 。

(3) 已知整数大于 1000 而小于 9999。設求 $\lg 3697$, 先在 (21頁) N 欄中, 找得已知数的头三位 (369); 沿此水平列向右找, 至标为 7 的欄中; 查得 785, 並在其前面写出在 0 欄中取得的头二位数字 56, 我們就得到所求对数的尾数是 56785, 因此 $\lg 3697 = 3.56785$; 同理 $\lg 36.97 = 1.56785$ 。

(4) 已知整数大于 9999。設求 $\lg 527687$; 懂得了如何求四位数的对数, 我們可將已知数从左向右每四位用逗点隔开; 即是 $\lg 5276,87$ 。显然, 数值 5276,87, 大于 5276 而小于 5277, 所以 $\lg 5276,87$ (24頁) 大于 $\lg 5276 = 3.72230$, 而小于 $\lg 5277 = 3.72239$, 因此, 欲求 $\lg 5276,87$, 就應該在 $\lg 5276$ 的数值上, 增加与 0.87 相应的值, 該值我們用字母 z 表示。但較大的与較小的自然数 (5276 与 5277) 間的差数等于 1, 而其相应对数的差数等于 9 (十万分一單位); 此外, 我們从代数学里得知, 大于 1000, 其差別不大于 1 的自然数, 它們的对数之差与相应的自然数之差大約成比例, 所以 $1:0.87 = 9:z$ 从而 $z = 0.87 \times 9 = 7.83$ (十万分一單位)。

由此可見, 應該在較小的对数里增加 7.83 (十万分一單位), 或簡單用 8 (十万分一單位), 因而

$\lg 5276.87$ 的尾数, 等于 $0.72230 + 0.00008 = 0.72238$; 因为 $\lg 527687$ 的首数是 5, 故 $\lg 527687 = 5.72238$.

z 值可利用 P.P. 欄内标为 9 的小表而求出; 可見: 对应 0.8 应该增加 7.2, 对 0.07 应增加 0.63, 即总共为 7.83 (十万分一單位), 或簡單用 8 (十万分一單位). 其演算如下:

自然数	尾数	
5276	72230	
0.8	7.2	表差=9
0.07	0.63	
$\lg 5276.87$	$=3.72238$	

(5) 按已知自然数的对数求該自然数。

(1) 在表中能查得該对数的尾数者。設求与对数 2.83487 相应的自然数。首先查出与該对数的尾数相应的自然数, 然后按其首数在查出的自然数中, 确定小数点的位置。为了求出与尾数 83487 相应的自然数, 在 0 欄中查尾数的头二位数字, 即 83; 在查到这二位数字后 (27 頁), 再在 83 的右边其他載有末三位数字的各欄中, 查 487。可見, 487 在标为 7 的欄里, 而在与 487 同一列的 N 欄中的数值是 683。所以与尾数 83487 相应的自然数是 6837; 首数 2 指明: 应將 6837 的左边三位数字与右边的分开; 因此所求的数是 683.7。

(2) 在表中不能直接查到該对数的尾数者。設求与对数 3.46142 相应的自然数。先在 0 欄中 (19 頁) 查得尾数的头二位数, 即是 46, 尾数的剩余部份 (142), 就要在載有末三位数的其他各欄中去查, 所有这些三位数都是补充以 46 为首的尾数的, 但这些数中, 沒有 142, 而有小于 142 的数 135 和大于 142 的数 150, 即得已知的尾数介于二个尾数 46135 及 46150 之間, 尾数 46135 对应的自然数为 2893, 而 46150 对应的为 2894, 所以所求的自然数將等于較小的数加上零数, 此零数我們用字母 z 表示。为了計算 z , 要注意: 較大与較小的对数的差数 (即表差), 等于 $46150 - 46135 = 15$ (十万分一單位), 而与此值相应的自然数的差数等于 1 (因 $2894 - 2893 = 1$); 較小对数的尾数 (46135) 与已知尾数 (46142) 的差数等于 7 (十万分一單位), 与它們相对应的自然数的差数是 z 。又因为大于 1000 的二个自然数相差不超过 1 时, 則自然数之差与其相应的对数之差約成比例:

$$1 : z = 15 : 7 \quad \text{从而} \quad z = \frac{7}{15} = 0.47.$$

所以与已知对数的尾数相应的自然数是 $2893 + 0.47 = 2893.47$ 。由該对数的首数为 3, 可知应有四位整数, 因此所求的数为 2893.47。即是

$$3.46142 = \lg 2893.47$$

利用 P.P. 欄内的小表, 也可以求出 z 值, 做法如下: 先算出表差, 在上例中等于 15, 再在标为 15 的小表右方, 查 7 或較小于 7 的数, 而查得 6.0, 同一列是 4, 所以 z 值的第一位小数是 4; 自 7 減去查得的 6 得差数 1; 把 1 增大 10 倍得 10, 仍在同一小表右边查 10 或与 10 最接近的数值, 而得 10.5, 与該数相应的是 7, 因此可見, z 的第二位小数是 7; 故 $z = 0.47$ 。其演算如下: 以字母 u 表未知数, 而有

	$\lg u = 3.46142$	自然数
对于	135	2893
第一位差数	7	
对于	6	4
第二位差数增大 10 倍	10	
对于	10.5	7
		$u = 2893.47$

註: 表 1 各頁下面有附表, 其用法在 8 及 9 頁中已有說明。

表 I 三角函数的对数 (35 頁)

在每一頁的上面与下面均載有度数，如果我們留意了这些表，則可以看出，上面的是从 0 至 45°，而下面的則从 45°至 90°。每一頁均用垂直綫分为若干部份；从左边第一欄及最后一欄，都載出 (') 分数；标为 sin、tg、ctg、cos 的各欄內，各为该度分数的正弦、正切、余切、余弦的对数。如果取上面的度数，則分数应取該頁左边的值，而 sin、tg、ctg、cos 应讀取上面的；如果取下面的度数，則分数应取右边的值，而 sin、tg、ctg、cos 应讀取下面的。

在 sin 欄右的 d 欄中，載有表差，即为二个相連續的正弦对数的差数，同样在 cos 欄右的 d 欄中，为余弦对数的表差，而介于 tg 与 ctg 欄之間的 d.c. 欄，則是正切余切对数所公用的表差。从 3° 开始，在每頁之旁，均設有一欄，在此欄內表明：对于每 1'', 2'', 3'', ………, 9'' 应是全部表差的若干值。

角度在 0——90° 之間的正弦及余弦，都是正的小数；从 0——45° 的正切及 45°——90° 的余切，同样也是正的小数，所以它們的对数都是負的。为了避免負的首数，在上述情形中，将对数的首数增加 10，不变其尾数，所以在計算时这种情况不应忽略。

用表 I 可解决下列二类問題：

(A) 由已知角值，查該角值的三角函数的对数。

例 I 求 $\lg \sin 25^\circ 12'$ 。

查得上面标有 25° 的一頁 (61 頁)，在最左的一欄中，查到 12'，与 12' 同一列並在上面标有 sin 的欄中，即为 $\lg \sin 25^\circ 12'$ ，所查得的对数是增加了 10 的，因而

$$\lg \sin 25^\circ 12' = 9.62918 - 10 = \overline{1}.62918.$$

例 II 求 $\lg \operatorname{ctg} 72^\circ 48'$ 。

查得下面标着 72° 的一頁 (53 頁)，在最右一欄里查到 48'，所求的对数是在与 48' 同一水平列而在下面标着 ctg 的欄里，这里查得，9.49073，因而

$$\lg \operatorname{ctg} 72^\circ 48' = 9.49073 - 10 = \overline{1}.49073.$$

例 III 求 $\lg \operatorname{tg} 52^\circ 13' 48''$ 。

在表中沒有 52° 13' 48'' 的角值，而有二个近似值，一个比它大的等于 52° 14'，另一个比它小的等于 52° 13'，取比它小的角，即 52° 13' 的正切的对数，查得

$$\lg \operatorname{tg} 52^\circ 13' = 0.11058.$$

因为所取的角值比已知角小 48''，所以所取的对数也应小于求得的值，因而，要得到 $\lg \operatorname{tg} 52^\circ 13' 48''$ 的对数，就应将所取的对数 0.11058 增加与 48'' 相应的数值；在 d.c. 欄中，看出介于所取的对数 (即是 0.11058) 与較大近似的对数之差为 26 (十万分一單位)，与此相应的角度差 (52° 14' 与 52° 13')，等于 1' 或 60''，因而，对于 60'' 佔有 26 (十万分一單位)，而 48'' 佔有多少則不曉得，假設它为 z 。而我們已知，介于表中兩連續角值間的三角函数，其対数之差与相应的角值之差約成比例；故得：

$$60'' : 48'' = 26 : z \quad z = \frac{26 \times 48}{60} = 20.8 \text{ (十万分一單位)}, \text{ 或簡單用 } 21 \text{ (十万分一單位)},$$

把較小的对数 (0.11058) 增加 21 (十万分一單位)，就得所求的对数 0.11079，因而

$$\lg \operatorname{tg} 52^\circ 13' 48'' = 0.11079.$$

可以不用比例的方法，以求 z 值，我們可利用該頁旁边标着 26 的小表，从該小表里可以看出，对于 4'' 佔有 1.73，因而 40'' 佔有 17.3，8'' 佔有 3.47，所以 48'' 共佔有 $17.3 + 3.47 = 20.77$ ，或簡單用 21

(十万分一單位), 演算式如下:

$$\begin{array}{rcl}
 \lg \operatorname{tg} 52^{\circ} 13' & = 0.11058 & \text{表差} = 26 \left\{ \begin{array}{l} 40'' \cdots \cdots 17.3 \\ 8'' \cdots \cdots 3.47 \end{array} \right. \\
 + 48'' & + 21 & \\
 \hline
 \lg \operatorname{tg} 52^{\circ} 13' 48'' & = 0.11079 & 48'' \cdots \cdots 20.77
 \end{array}$$

例IV 求 $\lg \cos 72^{\circ} 52' 29''$, 查表 (53頁) 得:

$$\begin{array}{rcl}
 \lg \cos 72^{\circ} 52' & = 1.46923 & \text{表差} = 41 \left\{ \begin{array}{l} 20'' \cdots \cdots 13.7 \\ 9'' \cdots \cdots 6.15 \end{array} \right. \\
 + 29'' & - 20'' & \\
 \hline
 \lg \cos 72^{\circ} 52' 29'' & = 1.46903 & 29'' \cdots \cdots 19.85
 \end{array}$$

也可以取較大的近似角, 即 $72^{\circ} 53'$ 的余弦对数, 但查出以后应作 $31''$ 的改正, 因 $72^{\circ} 53' - 72^{\circ} 52' 29'' = 31''$, 把改正值加在 $\lg \cos 72^{\circ} 53'$ 的数值上:

$$\begin{array}{rcl}
 \lg \cos 72^{\circ} 53' & = 1.46882 & \text{表差} = 41 \left\{ \begin{array}{l} 30'' \cdots \cdots 20.5 \\ 1'' \cdots \cdots 0.68 \end{array} \right. \\
 - 31'' & + 21 & \\
 \hline
 \lg \cos 72^{\circ} 52' 29'' & = 1.46903 & 31'' \cdots \cdots 21.18
 \end{array}$$

(B) 由已知三角函数的对数求相应的角。

每一种三角函数的对数, 均列有二欄, 其中一欄为另一欄的繼續, 例如, 余弦对数在一欄中从 0° — 45° , 而留意另一欄則从 45° — 90° , 所以找已知的对数要利用二个欄。当解决上述問題时可能发生: (1) 已知的对数在表中能查到者; (2) 已知的对数在表中不能查到者。

例I $\lg \operatorname{tg} x = 1.12813$, 求 x 。

为了要得到表内的正弦对数, 把已知数增加 10, 得 9.12813, 在上面标为 tg 的欄中, 查 9.12813, 先注意首数 (9) 与小数点后第一位 (1), 然后再留意剩下的几位数, 在 43 頁里查得与已知对数相同的数值, 因 $\operatorname{tg} \textcircled{2}$ 标在上面, 故度数取自上面的, 而分数取自与该对数同列左边的, 得 7° 及 $39'$, 因而 $x = 7^{\circ} 39'$ 。

例II $\lg \cos x = 1.43546$, 求 x 。

把已知的对数加 10, 再查表内对数 9.43546, 先注意左边的首数 9 与小数点后第一位 4, 然后再留意剩下的几位, 在 51 頁左欄中查到此数。因为 $\cos$ 标在此欄的下面, 故应取下面的度数 (74°), 而分数取自该水平列右边的 ($11'$); 因而, $x = 74^{\circ} 11'$ 。

例III $\lg \sin x = 1.52767$, 求 x 。

把已知的对数增加 10, 查表内对数 9.52767, 先注意首数 9 与小数点后第一位 5, 然后再留意剩下的几位, 看出 (55 頁) 该已知的对数在表中沒有, 而有二个最近似的数值 9.52740 与 9.52775, 一个比它大, 一个比它小。

取較小的近似值, 即是 9.52740, 得出与此对数相应的角值为 $19^{\circ} 41'$, 小于所求的角。这対数 (9.52740) 与已知的对数相差 27 (十万分一單位), 所以应把 $19^{\circ} 41'$ 加上与 27 (十万分一單位) 相应的秒数。从对数表查得, 上述較大与較小的对数的差数是 35 (十万分一單位) (参看 d 欄), 而相应的角值差为 $1'$ 或 $60''$, 因而, 对应于 35 (十万分一單位) 应该是 $60''$, 設对应于 27 (十万分一單位) 应该是 z'' , 显然, 介于表中兩連續角值的三角函数, 其对数的差数与相应的角值的差数, 大約成比例, 而得

① $29''$ 的改正数要减去, 是因为余弦的值, 随角度的减小而增加, 因此取 $\lg \cos 72^{\circ} 52'$ 其对数比应得的为大。对于余切也是一样。

② 因为 $\lg \operatorname{tg}$ 是負数, 所以該角小于 45° 。

35: 27=60": x'' , 从而 $x'' = \frac{27 \times 60}{35} = 46.3''$,

或简单地用 46", 因为对于五位对数, 限于整秒数。

把 46" 加于较小的角值 ($19^{\circ}41'$) 上, 便得 $x = 19^{\circ}41'46''$ 。

也可以利用旁边的小表, 求出较小的角值应增加的秒数。在此例中, 用标为 35 的小表。在该小表的右边; 即诸小数中, 找数值 27 或比它小而最近似的值, 但在右栏各数中最大的数仍与 27 相差很大, 所以我们把该小表的全部数值增大 10 倍, 则可以查到与 27 最近似而小于它的是 23.3, 与此对应的是 40" (切记, 我们已把 2.33 增大 10 倍)。27 减去 23.3 得 3.7; 仍在该小表的右边查 3.7 或与 3.7 最近似的数, 查得 3.5 对应于 6"; 因而对于 27 (十万分一单位) 应该是 46"。

计算式如下:

	$\lg \sin x = \overline{1.52767}$	
較小的近似数	740..... $19^{\circ}41'$	
	27	表差=35
对于	23.3 40"	
	3.7	
对于	3.5 6"	
	$x = \dots\dots 19^{\circ}41'46''$	

例 IV $\lg \operatorname{ctg} x = \overline{1.22947}$. 求 x . 在 45 頁里查得:

	$\lg \operatorname{ctg} x = \overline{1.22947}$	表差=76
較小的近似数	901 $80^{\circ}23'$	
	46	
对于	38 30"	
	8	
对于	7.6 6"	
或用較大的近似数	$x = 82^{\circ}23' - 36'' = 82^{\circ}22'24''$	
	977..... $80^{\circ}22'$	表差=76
	$\lg \operatorname{ctg} x = \overline{1.22947}$	
	30	
对于	25.3..... 20"	
	4.7	
对于	5.07..... 4"	
	$x = 80^{\circ}22'24''$	

当角值近于零, 在求角值的正弦及正切的对数时, 利用比例的方法求其改正值, 是不够准确的, 因为在这里表差的改变是很急剧的; 在反解问题时也是同样。而近于 90° 角的余弦及余切的对数也是如此。在这种情况下, 可利用表 I 各頁脚下的小表, 表内载有度分秒数换算成秒的数值, 和这些数值同列的有 S 及 T 二栏, 栏内载有正弦及正切的五位数字的对数, 头几位数 (4.865), 是属于第一栏及第二栏所公用的。欲求小于 3° 的 $\sin$ 及 tg 的对数, 必须先把角值化为秒数, 先查该秒数的对数, 再加上在小表中 S 或 T 栏内应得的对数, 应该得的对数是与已知角值或其近似的角值在同一列。该对数是查 S 栏还是查 T 栏, 就要看我们所要求的是 $\lg \sin$ 或是 $\lg \operatorname{tg}$ 而定。

例 I 求 $\lg \sin 1^{\circ}9'46''$ 。

由 37 頁可見, 沒有这个角值而有近似的 $1^{\circ}10' = 4200''$, 与此秒数同一列的 S 栏内是 4.68554, 因为 $1^{\circ}10' = 4200''$, 则 $1^{\circ}9'46'' = 4200'' - 14'' = 4186''$ 。但

$$\begin{array}{rcl} \lg 4186 & \cdots \cdots \cdots & = 3.62180 \\ 1^{\circ}10' & \cdots \cdots \cdots & 4.68554 \\ \hline \lg \sin 1^{\circ}9'46'' & & = 8.30734 \end{array}$$

例 I 求 $\lg \operatorname{ctg} 89^{\circ}53'23''.8$.

已知 $\operatorname{ctg} 89^{\circ}53'23''.8 = \operatorname{tg} (90^{\circ} - 89^{\circ}53'23''.8) = \operatorname{tg} 6'36''.2$. 則 (36頁)

$$\begin{array}{rcl} \lg 396.2 & \cdots \cdots \cdots & 2.59791 \\ 390'' & \cdots \cdots \cdots & 4.68558 \\ \hline \lg \operatorname{tg} 6'36''.2 & & = 7.28349 \end{array}$$

因而 $\lg \operatorname{ctg} 89^{\circ}53'23''.8 = \overline{3.28349}$.

在反解問題時，即是當我們從表 I 中看出 $\sin$ 與 tg 的對數對應的角值小於 3° 時，同樣 $\cos$ 與 ctg 的對數相應的角值大於 87° 時，我們可如此做：先在表 I 中查出已知對數近似的角值，再在表 I 各頁的腳下查所找到的或近似的角值，記下同列 S 欄或 T 欄內的對數（要看我們所查的是 $\lg \sin$ 或是 $\lg \operatorname{tg}$ 而定），將這對數從已知對數（加了 10 的）減去，得二對數的差數，由此差數，求得相對應的自然數，就是所求角值的秒數，然後再化為度分秒。

例 I $\lg \operatorname{tg} x = 2.41500$ ，求 x 。

把已知的對數加 10 得 8.41500，從表 I 中查相對應的角值。在 37 頁里查得與已知對數近似的對數是 8.41321，相應的角值是 $1^{\circ}29'$ 。現在從表 I 各頁腳下查 $1^{\circ}29'$ ；這裡沒有這個角值而有與其近似的角值（24 頁） $1^{\circ}28'20''$ ，在 T 欄內與它相應的是 4.68567。從已知的對數 8.41500 減去這個對數，得差數 3.72933，從此差數 3.72933，求所對應的自然數，得 5362。因此所求角值的秒數是 5362，所以

$$x = 5362'' = 1^{\circ}29'22''.$$

例 I 當 $\lg \cos x = \overline{3.84579}$ 時，求 x 。

設 $y = 90^{\circ} - x$ ，則 $\lg \cos x = \lg \sin y = \overline{3.84579}$ 。在 36 頁中查得： $y = 24'6''$ ，故 $x = 89^{\circ}35'54''$ 。

注意：如果角值的正弦其數值與 1 相差很小時，則其對應的角值近於 90° ，些么，在表 I 中求相應的角值是不方便的，因為當角值近於 90° 時，其正弦以及其正弦的對數都變化得很慢，在表中常常可以看到幾個相同的對數，不知道從相應的幾個角值中，取那一個才恰當，為了避免這種不易確定的情況，可利用下列公式解決這類的問題：

當已知正弦數值近於 1 時：

$$\sin \left(45^{\circ} - \frac{x}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(90^{\circ} - x)}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{2}}.$$

當余弦數值近於 0 時：

$$\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}.$$

例 若 $\sin x = 0.99986$ ，求 x 。得

$$\sin \left(45^{\circ} - \frac{x}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - 0.99986}{2}} = \sqrt{0.00007}.$$

$$\lg \sin \left(45^{\circ} - \frac{x}{2} \right) = \frac{\lg 0.00007}{2} = \overline{3.92255}, \text{ 從而 } 45^{\circ} - \frac{x}{2} = 28'46'',$$

或 $x = 89^{\circ}2'28''$ 。

同樣也可以利用下列近似的公式：

$$\sin x = x (\cos x)^{\frac{1}{3}} \quad \text{及} \quad \operatorname{tg} x = x (\cos x)^{-\frac{2}{3}}.$$

表Ⅱ 平方数值表 (81頁)

在本表的N欄中，其数值具有小数二位，而第三位則載于每一頁的上端和脚下，具有四位小数的平方数，是这样佈置的：头二位数字是几个平方数所共同的，則載于 N^2 欄中，而剩下的三位数字則分列在 0, 1, 2, 3, ……9各欄中。P.P. 欄是作为求取在表中沒載出的平方数而用的。

从下列的例子中可以看出本表使用的方法与表 I 相似：

例 I 求 0.495 的平方。在 81 頁中查得 0.2450。

例 II 求 2.46378 的平方。

从 85 頁得 $(2.463)^2 = 6.0664$

表差 = 49

在标为 49 的小表里：

对于7	……34.3
对于8	…… 3.72

因而 $(2.46378)^2 = 6.0702$

例 III 求 $(8.934)^2$ 。

8.934 在表中沒有，所以把它縮小10倍，得 0.8934； $(0.8934)^2$ (82 頁) 等于 0.7981。

$(8.934)^2 = (0.8934)^2 \times 100 = 79.81$ 。

用本表可反解問題，即由已知数求其平方根，其做法如用表 I 从已知对数求其自然数一样。

例 IV 求 $\sqrt{6.75}$ 。

运算过程如下：

已知数 6.75

表差 = 52

較小的近似数 (86 頁) $\frac{6.7496 \dots \dots 2.598}{4}$

在标为 52 的小表中近似的数 5.21

因而 $\sqrt{6.75} = 2.5981$

表IV 平方根表 (87頁)

在N欄中为 0 至 10 各整数并附一位小数，以及10至 100 各整数。上述所有数值的后一位数字，載于每一頁的上端和脚下。这些数的平方根都有四位小数，安排如下：几个平方根所共同的整数載于 $\sqrt{N}$ 欄中，其余的四位数字，則列在1, 2, 3, ……9 各欄里。本表沒有P.P. 欄，是因为在求那些不載于表里的各数的平方根时，可以直接地用比例的方法得出改正数。

例 I 求 $\sqrt{2.85}$ 。

在 87 頁中查得 1.6882。因而 $\sqrt{2.85} = 1.6882$ ，

其最大誤差不超过0.00005，

例 I 求 $\sqrt{5.6945}$ 。

表差 = 21

在 88 頁中查得 $\sqrt{5.69} = 2.3854$

($21 \times 0.45 = 9.45$)

改正数 $\frac{45}{9.45}$

因此 $\sqrt{5.6945} = 2.3863$ 。

利用这个平方根表及下列的公式，可以求一数的平方根至多位小数：

$$\sqrt{N} = \frac{a}{2} + \frac{N}{2a} \pm \frac{x^2}{2a},$$

式中 a ——在表中查得的根的数值

x ——第一次接近之誤差

可以先假设：

$$\sqrt{N} = \frac{a}{2} + \frac{N}{2a},$$

算出后的誤差等于 $\frac{x^2}{2a}$ 。

例 II 求 $\sqrt{21}$ 。

查 (89 頁) 表 $\sqrt{21} = 4.5826 \pm x$,

式中 $x \leq 0.00005$ 。

按上述公式：

$$\sqrt{21} = 2.2913 + \frac{21}{9.1652} = 2.2913 + 2.2912756950 = 4.5825756950, \text{ 其誤差为 } \frac{(0.00005)^2}{9.1652}$$

即准确至小数后第10位。

表 V 立方根表 (91 頁)

本表中之数值，及其立方根的排列，与上述各表的排列相似，如求 $\sqrt[3]{273} = 6.5265$

表 VI 解三角形之公式 (92 頁)

本表用作解直角与斜角三角形的，平面与球面的三角形。

註 負数的对数的表示方法規定如下：取其数值的对数，不記其負号，而在右下方标以小 n 字，例如： $\lg(-36) = 1.55630n$ ，因而如果 $\lg A = a$ ，則 $\lg(-A) = a_n$ ；反之，如果 $\lg x = 1.20412n$ ，則 $x = -0.16$ 。

由各数相乘除时的符号規律表明：(1) 如果帶有小 n 字的二个对数相加或相減，則应將二对数进行加減而不管其符号，其結果亦不写上小 n 字；(2) 如遇对数相加或相減，而仅其中之一有小 n 字者，可不管其符号进行演算，但在結果中应附上小 n 字。

表Ⅶ, Ⅷ, Ⅸ

自然三角函数表 (95頁, 109頁, 129頁)

基本的表 (表Ⅸ, 129頁) 包含具有五位小数的六种三角函数 ($\sin$, cosec , tg , ctg , $\sec$, $\cos$), 每隔 $1'$ (旧象限分划制的) 一載。仅 ctg 与 cosec 从 0 至 18° 的范围内, 只有小数三位或四位, 但在此范围内的数值, 有效数字仍不小于 5 位。

在各函数旁, 載有各函数的表差, 但 ctg 与 cosec 函数的表差在 $0-10^\circ$ 范围内, 沒有載出, 因为必須在上述范围内, 插入这些函数时, 利用表Ⅶ与表Ⅷ較為方便。

为減輕插值工作 (如果不使用计算机), 在该頁中所有能遇到的表差, 均列出比例部份小表, 为便于利用該比例部份小表, 每当展开一頁时, 其中一部份的小表要供兩边 (左右版) 使用, 故將这些小表載于書的頁根部份 (裝釘綫二旁)。在 150, 151 及 152 頁 (20° , 21° , 22°), 由于地方不足, 沒有在各頁上把所有必需的比例部分小表都列出来, 而將其一部分移至鄰頁。

为了尽可能地不用二次內插法, 而能从表中查得較小角值的 ctg 及 cosec 的数值 (与此相应的有近于 90° 的 tg 与 $\sec$), 都具有五位数字, 且角度都給出秒数, 因此附加了表Ⅶ及表Ⅷ。前一个表 (95 頁至 108 頁) 給出角度在 $0-1^\circ$ 范围内的上述函数值 (以及对应于 tg 与 $\sec$ $89^\circ-90^\circ$), 都是每 $1''$ 一載。表Ⅷ (109 頁至 128 頁) 包含同样的函数, 其范围为 $1^\circ-10^\circ$ (及相应的 $80^\circ-90^\circ$), 而是每 $10''$ 一載。这个表也列出一欄 “平均差” (d); 它的用途是: 作为心算兩相鄰函数之差数时檢查之用, 防止此时常犯的錯誤。在这些表里也載有比例部份。

例

1. 求 $\operatorname{tg} 34^\circ 26'$ 。在 (表Ⅸ) 164 頁上 34° 的标题下, 上面标有 tg 的欄里, 往下查, 其方向与最左一欄 (即用粗体字所示者) 分数值增加的方向一致。在对应于 $26'$ 的同一橫行里查得 0.68557, 即为所求值。

2. 求 $\cos 69^\circ 42' 24''$ 。在本例中, 因为角值大于 45° , 我們应找下面的标题 (69°), 查得 69° 在 150 頁, 在脚下标有 $\cos$ 的縱行里, 往上查, 其方向与最右一欄的分数值增加的方向一致, 在对应于 $42'$ 的橫列里, 查得: 0.34694。为了求出对 $24''$ 的改正值記下我們所查得的函数与較近似的角值 ($69^\circ 43'$) 相应的函数間的表差等于 28 (这表差在 $69^\circ 42'$ 函数的右方, 略高于它)。在書的裝釘綫旁找到标题为 28 的小表, 从小表中查得其改正值:

对于 $20''$	9.3
对于 $4''$	1.9
对于 $24''$	11.2

因为 $\cos$ 函数随角度量的增加而減少, 所以把改正数标以負号而加到以前查得的数值 (0.34694) 中去; 最后的结果是: $\cos 69^\circ 42' 24'' = 0.34683$ 。

3. 求 $\operatorname{ctg} 0^\circ 14' 38''$ 。因为角值在 $0-1^\circ$ 范围内, 故可利用表Ⅶ在 98 頁里查得 $\operatorname{ctg} 0^\circ 14' 38'' = 234.92$ 。

4. 求 $\operatorname{cosec} 2^\circ 4' 34''$ 。在 113 頁里 (表Ⅷ), 查得 $\operatorname{cosec} 2^\circ 4' 30'' = 27.618$ 。为进行內插, 算出数 $\cos 2^\circ 4' 30''$ 和与它同列右边函数 ($\cos 2^\circ 4' 40''$) 的差数。确信此差数与該列 “ d ” 欄內查得的 “平均差” 相等或最末一位差別不大于 1, 所以此时仅用心算得差数的最末一位, 就足够了, 在本例中表差等于 36, 利用标为 36 的比例部份小表, 得 $\operatorname{cosec} 2^\circ 4' 34'' = 27.618 - 14 = 27.604$ 。

5. 求 $\text{ctg } 1^{\circ}07'28''$ 。如上例查表Ⅷ一样，其中包含 ctg 与 cosec 角值 $1-10^{\circ}$ 范围内的数值。在标为 $\text{ctg } 1^{\circ}$ 的 110 頁里“7'”横列与“20'”縱行的交叉处，查得近似(較大的)函数值(51.049)。先以心算求表差($51.049 - 50.923 = 126$)，將它和該列 d 欄內的数值对比之后，确定 126 是对的，我們就可以在一定的角值上求得对于 8' 的改正值，因为没有标为 126 的比例部份小表，我們利用标为 120 及 60 二个小表，从以上二个小表中得出 8' 的改正值： $96.0 + 4.8 = 100.8 \approx 101$ 。最后得到： $\text{ctg } 1^{\circ}07'28'' = 51.049 - 101 = 50.948$ 。

6. 若 $\text{tg} = 8.7407$ ，求 α 。在 120 頁上查到，对于所給数值的較小的近似值是 8.7392，这个数值相对应的 $\alpha = 83^{\circ}28'20''$ 。表差为 38——即介于較大的与較小的近似函数之差。介于所給的函数值 (8.7407) 与較小的近似值 (8.7392) 之差为 15，在标为 38 的比例部份小表中，近似的差数——15.2，相对应角值的改正值为 4''，因而，最后得： $\alpha = 83^{\circ}28'24''$ 。
