中国奥赛新教程

ZHONG GUO AO SAI XIN JIAO CHENG

数学大考卷

八年级 初二

奥赛训练技巧研究室

中国和平出版社

中国奥赛新教程（修订版）

数学

大考卷

八年级

（初二）

丛书主编：曾鹤鸣
本册主编：王美德

______学校______年级______班组

姓名______学号______

中国和平出版社

中国奥赛新教程——数学大考卷(八年级)

奥赛训练技巧研究室　编

*　*

中国和平出版社出版发行

(北京市西城区百万庄大街8号　100037)

电话：88375626　88377258(欣)

北京密云胶印厂印刷　新华书店经销

2003年7月第1版　2003年10月第2次印刷

787×1092　1/16　9印张

ISBN7-80154-847-7/O·25　定价：40.00(共四册)

《中国奥赛新教程》编委会

主　编： 曾鹤鸣

副主编： 顾庆元

编　委： 汪　军　周　延　李　键　万金陵
刘诗权　施　建　管　元　肖连奇
黄德明　罗继远　尤　可　赖晗之
曾　文　王　忠

（以上排名不分先后）

前言

“奥林匹克”本是世界规模最大及规格最高的体育竞赛运动会的名称，后被教育界借用为数理化等学科领域高水平的考试竞赛名目，参加者主要由各地教育部门逐级选拔或推荐而来，一般都是各学校在某学科方面成绩特别优秀的学生，作为参加者来说，这本身就是一种不凡的荣誉。奥林匹克学科竞赛十分注重参加者的创造性与独立思维，加上考题本身的构思巧妙与趣味，因此，不仅对于参赛学生有指导意义，同时对于广大的中小学生在推进素质教育，提高有关学科的学习能力与创新意识方面也大有裨益。所以此活动在我国举办以来，就一直受到广大师生的欢迎，引起了他们的极大兴趣。而每届获得优秀名次者，基本都会被全国重点大学(如北京大学、清华大学、复旦大学、南京大学等)提前录取，这样就更激发了学生们的参与热情。同时，这项活动的开展也得到了广大家长的积极支持。毫无疑问，组织编写这么一套专门应对“奥赛”的新颖而别致的教学辅导练习教材，是一件十分必要且有实际意义的教育工作。

鉴于奥林匹克学科竞赛的特色与要求，也为了便于使用者参加国际比赛与交流，这套奥林匹克练习教材主要围绕数学、物理、化学三门学科设计。此外，既考虑循序渐进的教学规律，又着眼自然科学水平的提高，和有必要“从娃娃抓起”，所以这套练习教材设计为小学、初中两个大类，共二十册(教材、练习各半)。具体划分为：

1. 小学共八册，皆为数学，从三年级开始，至六年级，每年级二册，一为教材，二为练习。

2. 初中共十二册，其中初一(即七年级)单设数学一门学科，两册(含教材、练习各一)；初二(即八年级)设数学、物理两学科，四册(含教材、练习各二)；初三(即九年级)设数学、物理、化学三门学科，六册(含教材、练习各三)。

各练习册主要提供精心设计的多组合、多层次的若干套系统的综合练习题库，并附部分有较大参考价值的国内外相关考卷；各教材则偏重在国家统编教材水平上的提高、加强与适当延伸，目的在于培养学生的创造性与发散性思维。

本套练习教材编撰阵营强大而权威。全套书由中国目标教学专业委员会常务理事、硕士研究生导师曾鹤鸣先生担任主编。其他各册编写者，分别由有关重点学校及教研机构的各学科既有教学成就，同时又有奥林匹克学科竞赛指导经验的教师与研究人员担任。为了确保整套书的质量，从一开始的编写纲目与内容设计，到具体的每册书的编写定稿，均请国内著名的奥林匹克学科竞赛指导专家担任编审。这一切都给本套书增色不少，在此特向他们表示衷心感谢。

为了拓宽大家的思路与眼界，本套书的各册之后，还附录了近几年有较大参考价值的部分国内外“奥赛”考卷，现一并向资料的提供者以诚挚的谢意。

鉴于本书的水平和编辑质量，我们完全有理由相信，这套书将一定会受到广大读者的喜爱，本书将陪伴广大师生一道充满信心地去迎接各类“奥赛”的挑战，等待他们的将是频频飞来的捷报！

本册由王美德、周健、肖增鹏、谢忠明、郭和平、刘兆俊、陈永达、彭胜林、邱建涛、黄有如、吴峰编写，全书由王美德统稿、修改。

2003年7月

目录

第一讲　实数与完全平方数

【A卷】

一. 填空题

1. 已知 $a_i=(i=1\cdots 2001)$ 均为正数，又 $P=(a_1+a_2+\cdots+a_{2000})\cdot(a_2+a_3+\cdots+a_{2001})$，$Q=(a_1+a_2+\cdots+a_{2001})\cdot(a_2+a_3+\cdots+a_{2000})$，则 P 与 Q 的大小关系是 P________Q.

2. 已知正整数 n 不超过 2001，并且能表示成不少于 60 个连续正整数之和，那么这样的 n 的个数是__________.

3. 已知 $M=(\sqrt{5}+\sqrt{3})^6$ 的小数部分为 P，则 $M(1-P)=$__________.

4. 已知实数 x,y 满足条件 $2x^2-6x+y^2=0$，则 x^2+y^2+2x 的最大值是________.

5. 设实数 S,t 分别满足 $19S^2+99S+1=0$，$t^2+99t+19=0$，并且 $S\cdot t\neq 1$，则 $\dfrac{S\cdot t+2S+1}{t}=$__________.

6. 计算：$\sqrt{14+6\sqrt{5}}-\sqrt{14-6\sqrt{5}}=$__________.

7. 当 a 取 0~5 的所有实数值时，满足 $3b=a(3a-8)$ 的整数 b 的个数是________.

8. 三个互不相等的有理数，既可以表示为 1、$a+b$、a 的形式，又可以表示为 0、$\dfrac{b}{a}$、b 的形式，则 $a^{1992}+b^{1997}=$________.

9. 设 $N=24\times25\times26\times27+1$，则 N 是__________的平方.

10. 计算：$(\dfrac{1997^2-2003)(1997^2+3994-3)\times1998}{1994\times1996\times1999\times2000}=$________.

二. 选择题

1. 下列四个命题：

(1)正整数和负整数统称整数；　　(2)质数和合数合成正整数；

(3) a 的倒数是 $\dfrac{1}{a}$；　　(4)不等式 $x^2\geqslant 4$ 的解是 $x\geqslant\pm2$.

真命题的个数是(　　)

(A)0 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个

2. 要使$(x-1)(x+3)(x-4)(x-8)+m$为完全平方式,则m等于( )

(A)12 (B)24 (C)98 (D)196

3. 计算$(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots\cdots(1-\frac{1}{9^2})(1-\frac{1}{10^2})$的值为( )

(A)$\frac{11}{20}$ (B)$\frac{13}{20}$ (C)$\frac{11}{13}$ (D)$\frac{13}{14}$

4. 当x在允许的范围内取值时,式子$\sqrt{\frac{3}{5}-x}$表示的实数的最小值是( )

(A)$\frac{3}{5}$ (B)0 (C)1 (D)2

5. 若实数$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$的整数部分为$a$,小数部分为$1-b$,则$\frac{a+b}{a-b}$等于( )

(A)$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ (B)$\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ (C)$-6+5\sqrt{2}$ (D)$6-5\sqrt{2}$

6. 如果$\sqrt{-a}$是整数,则a满足( )

(A)$a>0$,且a是完全平方数 (B)$a<0$,且$-a$是安全平方数

(C)$a\geqslant0$,且a是完全平方数 (D)$a\leqslant0$且$-a$是完全平方数

7. 已知a是$\sqrt{1997}$的整数部分,b是$\sqrt{1991}$的小数部分,则$\frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{181}+4\sqrt{11})\cdot b}$=( )

(A)$\frac{1}{5}$ (B)$\frac{1}{4}$ (C)$\frac{2}{5}$ (D)$\frac{2}{11}$

8. 对所有正整数n,下列各数中恒不是完全平方数的是( )

(A)$3n^2-3n+3$ (B)$4n^2+4n+4$ (C)$5n^2-5n-5$ (D)$7n^2-7n+7$

9. 若n是大于1的整数,则:$P=n+(n^2-1)^{\frac{1-(-1)^n}{2}}$的值( )

(A)一定是偶数 (B)一定是奇数 (C)是大于2的偶数 (D)奇偶性不定

10. 有99个大于1的自然数,它们的和为300,若把其中9个数各减去2,其余90个数各加上1,则所得的99个数的乘积必为( )

(A)奇数 (B)偶数 (C)质数 (D)完全平方数

三.**解答题**

1. 当x为何有理数时,代数式$9x^2+23x-2$的值恰为两个连续正偶数的乘积?

2. a、b、c、d均为整数,求证:a^2+b^2与c^2+d^2之积必为两个整数的平方和.

3. 如果 a、b、c 都是正整数，并且它们满足等式 $\sqrt{a-2\sqrt{b}}=\sqrt{b}-\sqrt{c}$，试求 a 的可能值.

4. 若 $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ 的整数部分为 a，小数部分为 b，求 a^2-ab+b^2 的值.

5. 试证：$\sqrt{2}$ 是无理数.

6. 试将 $x^4+x^3+x^2+x+1$ 表示成两个多项式的平方差.

7. 设 n 为奇数，把任意一个 n 位数 $\overline{a_1a_2\cdots a_n}$ 的各位数字重新排列得到一个新的 n 位数，$\overline{b_1b_2\cdots b_n}$，求证这两个 n 位数之和不可能是 $\underbrace{99\cdots\cdots9}_{n\text{个}9}$.

8. 证明下列两个命题：

(1) 49、4489、444889、……、$\underbrace{44\cdots4}_{n\text{个}4}\underbrace{88\cdots8}_{(n-1)\text{个}8}9$ 都是完全平方数.

(2)11,111,1111,…,$\underbrace{11\cdots1}_{n\text{个}1}$都不是完全平方数.

【B卷】

一. 填空题

1. $\sqrt{3}$的小数部分记作m,则$m^2+m+\sqrt{3}=$________.

2. 如果$x-y=\sqrt{2}+1$,$y-z=\sqrt{2}-1$,那么$x^2y^2+z^2-xy-yz-zx=$__________.

3. 已知$\sqrt{1008}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$,且$0<x\leq y$,满足上式的整数对$(x,y)$的个数是_______.

4. 一个正整数与55的差是完全平方数,这个数与34的和仍是完全平方数,则这个正整数是________.

5. 若设$\sqrt{39-\sqrt{432}}$的整数部分为a,小数部分为b,则$\dfrac{11}{a+b}+\dfrac{11}{a+4-b}=$_________.

6. 四个连续偶数的和等于1996,则其中最大数与最小数的平方差是_________.

7. 如果实数x,y满足$2x^2-6xy+9y^2-4x+4=0$,则$\sqrt[x]{y}$ ________.

8. $\dfrac{1}{19\times21}+\dfrac{1}{21\times23}+\dfrac{1}{23\times25}+\cdots+\dfrac{1}{97\times99}=$________.

9. 正整数x的首位数字是2,末位数字是5,对调x的首、末两位数后得到y,y恰好是x的2倍加2,若$x\leq10000$,则$x=$________.

10. 如果关于x的实系数一元二次方程$x^2+2(R+3)x+R^2+3=0$有两个实数根α,β,那以$(\alpha-1)^2+(\beta-1)^2$的最小值是________.

二. 选择题

1. a、b、c都是正实数,已知$f=a+b+c$,$g=\dfrac{bc}{a}+\dfrac{ac}{b}+\dfrac{ab}{c}$,则$f$与$g$的大小关系是(　)

(A)$f>g$　　(B)$f<g$　　(C)$f\leq g$　　(D)$f\geq g$

2. 下列三个命题

(1)若α、β是不相等的无理数,则$\alpha.\beta+\alpha-\beta$必为无理数.

(2)若α、β是不相等的无理数,则$\sqrt{a}+\sqrt[3]{\beta}$必为无理数.

(3)若α、β是不相等的无理数,则$\dfrac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$必为无理数.

真命题的个数是(　)

(A)0个　　(B)1个　　(C)2个　　(D)3个

3. 已知 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，且满足 $a^2+b^2+c^2+50=6a+8b+10c$，则此三角形的形状是(　　)

(A)等边三角形　(B)直角三角形　(C)斜三角形　(D)无法确定

4. 已知 $m=1999+1998\times1999+1998\times1999^2+\cdots+1998\times1999^{1998}+1998\times1999^{1999}$，$n=1999^{2000}$，则 m 与 n 满足的关系是(　　)

(A)$m=n+1999$　(B)$m=n+2000$　(C)$m=n$　(D)$m=n-2000$

5. 当 $a<b<c$ 时，$\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}+\frac{1}{c-a}$ 为(　　)

(A)正数　(B)负数　(C)0　(D)不能确定

6. 一个正整数的算术平方根为 $x(x>1)$，则与此相邻的两个正整数的算术平方根为(　　)

(A)$x-1,x+1$　(B)$\sqrt{x-1},\sqrt{x+1}$　(C)$\sqrt{x^2-1},\sqrt{x^2+1}$　(D)x^2-1,x^2+1

7. 化简：$\dfrac{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}}{\frac{1}{101^2-1^2}+\frac{1}{102^2-2^2}+\cdots+\frac{1}{150^2-50^2}}$ 的值为(　　)

(A)100　(B)$\frac{1}{100}$　(C)$\frac{1}{200}$　(D)200

8. 已知 $a=1990x+1989$，$b=1990x+1990$，$c=1990x+1991$，那么 $a^2+b^2+c^2-ac-bc-ca$ 的值是(　　)

(A)0　(B)1　(C)2　(D)3

9. 10 个不相等的有理数，每 9 个的和都是“分母为 22 的既约真分数(分子与分母无公约数的真分数)”，则这 10 个有理数的和是(　　)

(A)$\frac{1}{2}$　(B)$\frac{11}{18}$　(C)$\frac{7}{6}$　(D)$\frac{5}{9}$

10. 连续正整数 a、b、c、d、e 之和为完全立方数，b、c、d 之和为完全平方数，则 c 的最小值为(　　)

(A)100　(B)225　(C)375　(D)675

三. 解答题

1. 若 $A=1998^2+1998^2\times1999^2+1999^2$，求证：A 是一个完全平方数。

2. 设 a、b、c、d 是实数，且 $ad-bc=1$，$a^2+b^2+c^2+d^2-ab+cd=1$，求 $abcd$ 的值.

3. 从 1~100 的正整数中，每次取出不同的两个正整数相加，使它们的和小于 100，那么共有多少种不同的取法？

4. 已知 n 为正整数，且 $4^7+4^n+4^{1998}$ 是一个完全平方数，求 n 的值.

5. 两个正整数的和比积小 1997，并且其中一个是完全平方数，求较大的数与较小的数的差.

6. 设 x 为 5 位的以上的完全平方数，它后 4 位数字（按原来顺序）也组成一个完全平方数 y，$y\neq0$，且删去 x 的末四位数后仍得到一个完全平方数，求 x 的最大值.

7. 如图 1-1，锐角$\triangle ABC$ 中，$PQRS$ 是它的内接矩形，且 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{矩形PQRS}}=n$，其中 n 为不小于 3 的正整数.求证：$\frac{BS}{AB}$为无理数.

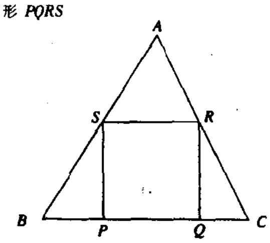

图 1-1

8. 若 a、b、c 是实数，且$A=a^2-2b+\frac{\pi}{2}$，$B=b^2-2c+\frac{\pi}{3}$，$C=C^2-2a+\frac{\pi}{6}$，则 A、B、C 中至少有一个是正的.

第二讲　分式

【A卷】

一. 填空题

1. 已知$\frac{2m-n}{n}=\frac{1}{3}$，那么$m:n=$__________.

2. 当$x=$_____时，分式$\frac{x^2+2x-3}{x+3}$的值为零.

3. 计算$(1+\frac{2}{x}-\frac{x+1}{x-2})\div\frac{x+4}{x^2-2x}=$__________.

4. 方程$\frac{x-4}{x-5}-\frac{x-5}{x-6}=\frac{x-7}{x-8}-\frac{x-8}{x-9}$的解是__________.

5. 如果分式方程$\frac{1}{x-3}+7=\frac{x-4}{3-x}$有增根，则增根是__________.

6. 已知$\frac{M}{x^2-y^2}=\frac{2xy-y^2}{x^2-y^2}+\frac{x-y}{x+y}$，则$M=$__________.

7. 若$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+1}=1$，则$xy=$__________.

8. 若$m-\frac{1}{m}=3$，则$\frac{1}{m^2}+m^2=$__________.

二. 选择题

1. 计算$(1+\frac{1}{x-1})\div(1+\frac{1}{x^2-1})$的结果是(　)

(A)1　(B)$x+1$　(C)$\frac{x+1}{x}$　(D)$\frac{1}{x-1}$

2. 下列各式正确的是(　)

(A)$\frac{b+m}{a+m}=\frac{b}{a}$　(B)$\frac{a+b}{b+a}=0$　(C)$\frac{ab-1}{ac-1}=\frac{b-1}{c-1}$　(D)$\frac{x-y}{x^2-y^2}=\frac{1}{x+y}$

3. 甲、乙两班学生参加植树造林，已知甲班每天比乙班多植5棵，甲班植80棵树所用的天数与乙班植70棵树所用的天数相等，若设甲班每天植树x棵，则根据题意列出的方程是(　)

(A) $\frac{80}{x-5}=\frac{70}{x}$ (B) $\frac{80}{x}=\frac{70}{x+5}$ (C) $\frac{80}{x+5}=\frac{70}{x}$ (D) $\frac{80}{x}=\frac{70}{x-5}$

4. 如果分式$\frac{x^2-4}{x^2+x-6}$的值为零,那么x的值是( )

(A)-2 (B)2 (C)±2 (D)4

5. 使分式$\frac{5}{x-3}=\frac{5x}{x^2-3x}$自左至右变形成立的条件是( )

(A)$x<0$ (B)$x>0$ (C)$x\neq3$ (D)$x\neq0$ 且 $x\neq3$

6. 化简分式$(x-y+\frac{4xy}{x-y})(x+y-\frac{4xy}{x+y})$的结果是( )

(A)x^2-y^2 (B)y^2-x^2 (C)x^2-4y^2 (D)$4x^2-y^2$

7. 一队学生去春游,预计共需费 120 元后来又有 2 人参加进来,总费用不变,于是每人可少分摊 3 元,原来这队学生人数是( )

(A)8 (B)10 (C)12 (D)30

8. 将分式$\frac{1}{x-y}-\frac{y}{x^2-2xy+y^2}-\frac{x}{x^2-y^2}$通分并化简后,分子的和为( )

(A)$2y^2$ (B)y^2 (C)$-2y^2$ (D)$-y^2$

三. **解答题**

1. 计算$(x+\frac{1}{x})(x^2+\frac{1}{x^2})(x^4+\frac{1}{x^4})(x-\frac{1}{x})$

2. 解方程$\frac{x}{x+1}-\frac{2}{x^2-1}=1$.

3. 化简并求值:$\frac{1+x}{x^2+x-2}\div(x-2+\frac{3}{x+2})$,其中$x=3$.

4. 已知$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{3}$,求代数式$(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{b-a}-\frac{2ab}{a^2-b^2})\div(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})$的值.

5. 编一道可化为一元一次方程的分式方程的应用题,并解答,编题要求:

(1)联系生活实际,其解符合实际.

(2)列出的方程只含两项分式,不含常数项,分式的分母中均含有未知数,并且可化为一元一次方程.

(3)题目完整,题意清楚.

6. 蓄水池装有甲、乙、丙三个进水管,甲、乙两管一齐开放,1 小时可注满半池水;乙、丙齐开,1 小时可注满$\frac{2}{3}$池水;甲、丙齐开,1 小时 12 分可注满全池;如果三管齐放,几分钟可注满全池的$\frac{1}{3}$?

【B卷】

一. 填空题

1. 计算$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=$________.

2. 已知$x+\frac{1}{x}=3$,则$x^4+\frac{1}{x^4}=$________.

3. 分式方程$\frac{x}{x-1}+\frac{k}{x-1}=\frac{x}{x+1}$有增根$x=1$,则$k$的值为________.

4. 已知$a^2-3a+1=0$,则$2a^2-5a-2+\frac{3}{a^2+1}$的值是________.

5. 计算$\frac{1}{m-n}-\frac{1}{m+n}-\frac{2n}{m^2+n^2}-\frac{4n^3}{m^4+n^4}$的结果是________.

6. 已知$\frac{1}{4}(b-c)^2=(a-b)(c-a)$,且$a\neq0$,则$\frac{b+c}{a}=$________.

7. 已知$a^2-3a+1=0$,则$\frac{2a^5-6a^4+2a^3-a^2-1}{3a}$的值是________.

8. 若$\frac{4}{(a+b)^2}+\frac{1}{(b+c)^2}+\frac{1}{(c+a)^2}-\frac{2}{b+c}-\frac{12}{a+b}+\frac{1}{c+a}+10=-\frac{1}{4}$，那以$\frac{1}{(a+b)^3}+\frac{1}{(b+c)^2}+\frac{1}{c+a}$ =__________.

二. 选择题

1. 若对任意实数x，分式$\frac{1}{x^2+4x+c}$总有意义，则c的值应满足(　)

(A)$c>4$　　(B)$c<4$　　(C)$c=4$　　(D)$c\geqslant 4$

2. 已知$\frac{xy}{x-y}=-\frac{1}{3}$，则$\frac{2x+3xy-2y}{x-y-2xy}$的值是( )

(A)$\frac{5}{3}$　　(B)$-\frac{5}{3}$　　(C)$\frac{3}{5}$　　(D)$-\frac{3}{5}$

3. 已知$a=22^{55}$，$b=33^{44}$，$c=55^{33}$，$d=66^{22}$，则a、b、c的大小关系是(　)

(A)$a>b>c>d$　　(B)$a>b>d>c$　　(C)$b>a>c>d$　　(D)$a>d>b>c$

4. 已知$a^2+4a+1=0$，且$\frac{a^4-ma^2+1}{2a^3+ma^2+2a}=3$，则$m$的值为(　)

(A)$\frac{19}{2}$　　(B)-19　　(C)19　　(D)$-\frac{19}{2}$

5. x、y、z满足$\frac{xy}{x+y}=2$，$\frac{yz}{y+z}=4$，$\frac{zx}{z+x}=5$，则(　)

(A)x、y、z都是正数　　(B)x、y、z中只有一个正数

(C)x、y、z都是负数　　(D)x、y、z中只有一个负数

6. 已知实数a、b、c满足$abc=8$，$a+b+c=0$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$的值是( )

(A)0　　(B)正数　　(C)负数　　(D)不确定

7. 方程$\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\cdots+\frac{1}{(x+2001)(x+2002)}=-\frac{1}{x+1}$解的是(　)

(A)$x=0$　　(B)$x=-2001$　　(C)$x=-4003$　　(D)无法求解

8. 如果$3a^2+ab-b^2=0$，$a\neq 0$，$b\neq 0$，那么$\frac{a}{b}-\frac{2b}{a}-\frac{4a^2-b^2}{ab}$的值为(　)

(A)$-\frac{1}{2}$　　(B)-1　　(C)1　　(D)0

三. 解答题

1. 把下列各式分解为部分因式

(1) $\frac{x^3-6x^2+4x+8}{(x-3)^4}$

(2) $\frac{8x^2+34x+34}{(x+1)(x+3)(x+5)}$

2. 解方程

$$\begin{cases}\dfrac{4x^2}{1+4x^2}=y\\\dfrac{4y^2}{1+4y^2}=z\\\dfrac{4z^2}{1+4z^2}=x\end{cases}$$

3. 已知$\dfrac{c}{a+b}=\dfrac{a}{b+c}=\dfrac{b}{c+a}$,试求$\dfrac{a^2b^2c^2}{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}$的值.

4. 化简:$\dfrac{a^4-(a-1)^2}{(a^2+1)^2-a^2}+\dfrac{a^2-(a^2-1)^2}{a^2(a+1)^2-1}+\dfrac{a^2(a-1)^2-1}{a^4-(a+1)^2}$.

5. 关于 x 的 n 次代数式(n 是正整数),用$f(x)$表示,如果 x 能取到它的次数加 1 个值,使$f(x)=0$,那么$f(x)$恒等于 0.

应用上面理论试证:$\dfrac{a^2(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}=x^2$.

6. 已知$\begin{cases}a^2-2a+5=\dfrac{a}{x}\\a^2-2a+5=\dfrac{a-1}{y},\end{cases}$试分析 $x-y$ 的最大值或最小值.