

理論力学习題集

И. В. 密歇尔斯基著

哈尔滨工业大学理論力学教研室譯

人 民 教 育 出 版 社

理論力学习題集

И. В. 密歇尔斯基 著

哈尔滨工业大学理論力学教研室譯

人 民 教 育 出 版 社

本书系根据苏联国立技术理论书籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的路里耶 (А. И. Лurie) 校订, 依凡·符息伏洛道维奇·密歇尔斯基 (Иван Всеволодович Мещерский) 著“理论力学学习题集” (Сборник задач по теоретической механике) 1952 年第十八校正版译出的。

本书由哈尔滨工业大学理论力学教研室译。参加翻译校对工作的有: 吕茂烈、黄文虎、尹昌言、吴瑞华、谈开孚、童秉纲、李国樞、陶城、王鐸等同志。参加翻译工作者并有刘古等同志。

理 論 力 学 习 題 集

И. В. 密歇尔斯基著

哈尔滨工业大学理论力学教研室译

北京市书刊出版业营业许可出字第 2 号

人民教育出版社出版 (北京景山东街)

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

统一书号 K13010·329 开本 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张 13 $\frac{3}{4}$

字数 333,000 印数 23,501—25,500 定价 (8) ¥1.50

1955 年 7 月新 1 版 1964 年 12 月北京第 11 次印刷

第十四版序

密氏‘理論力學習題集’一書是由彼得堡工學院的一部分理論力學教師，按照 И. В. 密歇爾斯基的意見並由密氏負責校訂而初步編寫成作為該院講授力學的參考書用的。這本書在我國高等學校中已經逐漸地廣泛的流行起來了。自 1914 年本書第一版問世之日起，當密氏在世時即已再版至八次之多；而且在第一個鉛印版本之前已經有了幾個石印版本問世。

1914 年本書第一版中所載各習題的編者是：Л. В. 阿蘇爾，И. И. 卡脫可夫斯基，А. А. 果列夫，К. М. 杜別格，И. В. 密歇爾斯基，В. Ф. 米特凱維奇，Е. Л. 尼古拉依，К. Э. 列里赫，Л. Л. 塔該也夫，В. В. 塔克林斯基，А. И. 杜鐸羅夫斯基，А. К. 費捷爾曼，В. Д. 夏特羅夫等等。曾參加以後各版整理工作的，還有 Е. К. 米特羅波里斯基和 М. Л. 佛蘭克。

1936 年本書開始刊行密氏逝世後所出的版本(第十版)。它是由列寧格勒工學院理論力學教研組同仁整理付印的。本教研組同仁又在列寧格勒其他各高等學校理論力學教師們的幫助下，完成了第十一版至第十三版的整理工作，第十三版是在 1938 年出版的。

參加這個工作的有：М. И. 阿基莫夫，М. И. 巴齊，В. А. 貝爾革，Н. К. 哥爾欽，Ю. В. 多爾戈連柯，А. С. 開里從，Ю. Г. 科爾尼洛夫，А. И. 魯里葉，К. В. 密里可夫，Н. Н. 納烏戈爾娜雅，П. И. 聶留賓，Н. П. 聶羅諾夫，Е. Л. 尼古拉依，В. Ф. 別金，П. Н. 謝苗諾夫，А. А. 斯米爾諾夫，С. А. 索洛可夫，А. И. 契克馬略夫。

本書第十四版有了相當大的改動。習題的數目增至 1140 條，題中文字都經過了校訂，有一些題目被去掉了，所有答案也都經過重新驗

算。擴充得最多的是質點及質點系動力學部分，其中特別是拉格朗日方程及微振論的部分。

第十四版的整理工作也是由列寧格勒工學院理論力學教研組同仁來做的。靜力學部分由 G. A. 索洛可夫校訂，運動學部分由 H. H. 納烏戈爾娜雅和 A. C. 開里從校訂，質點動力學部分由 A. C. 開里從校訂，質點系動力學由 M. H. 巴齊校訂，拉格朗日方程及微振論部分則由 Г. Ю. 章聶里則來校訂。

A. H. 魯里葉擔任了全書的總校訂工作。

除上述各同志之外，還有 H. C. 瓦比謝維奇，H. H. 依捷里松，B. Л. 堪氏，A. H. 何洛特涅克，A. H. 威姆洛夫等人爲本版收集了許多新習題。

我們認爲必須向 И. Я. 希塔也爾曼，B. C. 謝德羅夫和 Л. B. 楊柯美斯卡雅表示真誠的謝意，因爲他們提出了寶貴的意見，使我們能够改進本書的質量。

第十六版序

這一次刊印的密歇爾斯基‘理論力學習題集’第十六版是將以前各版大加修改而成的。其中添加了許多新的習題，同時，爲了不致過於增加本書的篇幅，不得不刪去一些次要的習題。這樣一來，在本版中就包含了 1363 題，其中有 364 題是新加進來的，而在前版中全書共有 1140 題。

由於上述原因，習題的號碼也改變了，但爲了使大家便於利用目前各高等學校圖書館中藏的大量舊版本起見，在本書中第十四、十五版中的各個習題的號碼都注在括號內^{*}，當然，新加進來的習題，是只有一個號碼的。

修改最多的是質點及質點系動力學這一部分。其中新添了幾節，這

* 譯者按：因我國無此書舊版譯本，故正文中帶括弧的號碼均被略去。

幾節包括解析靜力學、可變質量體動力學、運動穩定性理論等方面的習題。

本版的整理工作仍然是由以加里寧命名的列寧格勒工學院力學教研組全體教師來擔任的。С. А. 索洛柯夫擔任了靜力學部分，Н. Н. 納烏戈爾娜雅和 А. С. 開里從擔任運動學部分，А. С. 開里從擔任質點動力學部分，М. И. 巴齊擔任質點系動力學部分，Г. Ю. 章聶里則負責整理本書中解析力學的習題和上述的新添各節。

有許多研究理論力學的同志，寄來了自己的新習題而且還提供了一些寶貴的意見與建議，這就給了本組同仁以莫大的幫助。因此我們樂於向 Г. Д. 阿南諾夫，В. Н. 布垣寧，А. Р. 沃羅比約夫，В. К. 果里茨曼，А. Н. 多庫查也夫，В. Р. 茹科娃，А. И. 匠金，Я. Л. 龍茨，К. В. 梅里可夫，Р. С. 山圖良，Н. М. 夏虎仰茨，И. Я. 希塔也爾曼，В. С. 謝德羅夫，А. А. 舒拉琴，Л. В. 楊柯芙斯卡雅各同志表示真誠的謝意。

若干新習題的題材是採自俄國及蘇聯學者 Н. Е. 茹可夫斯基，С. А. 查普雷津，И. В. 密歇爾斯基及 Е. Л. 尼古拉依等人所研究的結果。

目 錄

第一部分 剛體靜力學

I. 平面力系	1
1. 同線力	1
2. 匯交力	3
3. 平行力和力偶	22
4. 平面任意力系	33
5. 圖解靜力學	61
II. 空間力系	69
6. 匯交力	69
7. 力系之簡化	76
8. 任意力系之平衡	79
9. 重心	97

第二部分 運動學

III. 點的運動	104
10. 點運動的軌跡和方程式	104
11. 點的速度	107
12. 點的加速度	111
IV. 剛體的簡單運動	120
13. 剛體繞固定軸的轉動	120
14. 剛體簡單運動的變換	124
V. 點運動的分解和合成	131
15. 點複雜運動的運動方程式和軌跡	131
16. 點之速度的合成	134

17. 牽連運動爲移動時點之加速度的合成	139
18. 牽連運動爲繞固定軸之轉動時點之加速度的合成	143
VI. 剛體的平面運動	152
19. 平面圖形及其上點的運動方程式	152
20. 平面運動中物體各點的速度 瞬時速度中心	155
21. 定瞬時中心軌跡與動瞬時中心軌跡	167
22. 平面運動中物體之點的加速度 瞬時加速度中心	171
23. 剛體平面運動的合成	178
VII. 剛體繞固定點的轉動	184
24. 剛體繞固定點的轉動	184
25. 剛體繞相交軸轉動的合成	189

第三部分 動力學

VIII. 質點動力學	200
26. 根據已知運動求力	200
27. 運動之微分方程式	207
28. 質點動量變化定理 質點動量矩變化定理 中心力作用下的運動	220
29. 功與功率	224
30. 質點動能變化定理	228
31. 雜題	233
32. 振動	241
33. 相對運動	251
IX. 質點系動力學	256
34. 動力平衡學	256
35. 虛位移原理	263
36. 動力學普遍方程式	270
37. 質點系慣性中心運動定理	278
38. 質點系動量改變定理	283
39. 質系動量變化定理 剛體繞固定軸轉動的微分方程式 迴轉儀基本理 論	286

40. 質系動能變化定理	304
41. 絕對剛體的平面運動	316
42. 轉動着的絕對剛體對轉動軸的壓力	321
43. 雜題	326
44. 碰撞	330
45. 變質量系動力學	337
46. 解析靜力學	340
47. 拉格朗日方程式	346
X. 振動理論	369
48. 具有一個自由度之系統的微振動	369
49. 具有幾個自由度之系統的微振動	387
50. 運動的穩定性	405

第一部分 剛體靜力學

I. 平面力系

1. 同線力

1. 在某點上作用下列諸力： $P_1=10$ 公斤， $P_2=20$ 公斤， $P_3=12$ 公斤與 $P_4=18$ 公斤。

求在下列情況下這些力的平衡力：

1) 如所有已知四力作用在同一直線上，並朝向同一面；

2) 如 P_1 、 P_2 兩力朝向一面，而其餘兩力朝向反面。

答：1) 60 公斤；2) 0。

2. 固定的鈎子上掛一彈簧秤，秤上掛一重 10 公斤的秤錘。

1) 如將彈簧秤從鈎子上取下，則應加多大的力方能支持此彈簧秤？

2) 現如取去秤錘，而由另一人以手拉彈簧秤，手所加的拉力亦為 10 公斤，如此則彈簧秤的讀數將為如何？（彈簧秤本身重量略去不計）

答：10 公斤。

3. 重各為 10 公斤與 5 公斤的兩重錘掛在同一繩子的兩不同位置上，較大的重錘在較小重錘的下面。問繩子的張力等於多少？

答：10 公斤與 15 公斤。

4. 一鉛垂均質圓柱立於堅固的基礎上，圓柱高 $h=5$ 公尺，重

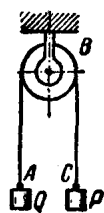
$Q=3$ 噸；圓柱上有荷載 $P=4$ 噸。求圓柱對基礎的壓力，並求在離圓柱頂端與底面各為 $l_1=l_2=0.5$ 公尺處兩斷面上的內壓力。

答： $N=7$ 噸； $N_1=4.3$ 噸； $N_2=6.7$ 噸。

5. 一拖輪用一列拖帶法拖帶三條駁船。三駁船的大小各不相同。在某瞬時拖輪螺旋槳的牽引力為 1800 公斤。水對於拖輪的阻力為 600 公斤；水對前面駁船的阻力為 600 公斤；對第二駁船的阻力為 400 公斤，而對後面駁船的阻力為 200 公斤。所用的船纜足以承受 200 公斤的張力。如運動為直線等速運動，問拖輪拉第一駁船，第一駁船拉第二駁船，第二駁船拉最後的駁船各需船纜幾條？

答：各需 6、3、1 條。

6. 重物 $Q=30$ 公斤由一平衡錘維持平衡，此平衡錘繫於跨過滑車之繩索 ABC 的一端。繩索重 5 公斤。如不計繩索的剛性，並且滑車的摩擦力和半徑也略去不計，試求在下列各種情況下重量 P 之值，並求在繩索兩端 A 與 C 上繩索所受之拉力 F_A 及 F_C 以及在繩索中點之斷面 B 上的內力 F_B ：



題 6 附圖

- 1) 當 A 、 C 兩點在同一高度時，
- 2) 當 A 點位於最高位置時，
- 3) 當 A 點位於最低位置時。

答：

- 1) $P=30$ 公斤； $F_A=30$ 公斤； $F_B=32.5$ 公斤； $F_C=30$ 公斤；
- 2) $P=25$ 公斤； $F_A=30$ 公斤； $F_B=27.5$ 公斤； $F_C=25$ 公斤；
- 3) $P=35$ 公斤； $F_A=30$ 公斤； $F_B=32.5$ 公斤； $F_C=35$ 公斤。

7. 一人重 64 公斤，站在礦井底上，藉一根跨過固定滑車的繩索拉住 48 公斤的重物，問：1) 此人對井底的壓力等於多少？2) 此人用這種方法所能拉住的最大重量為多少？

答：1) 16 公斤；2) 64 公斤。

8. 列車以等速沿水平直線軌道開行；如不計機車在內，則列車的重量為 180 噸。如列車運動時所受的阻力等於列車對軌道壓力的 0.005 倍，問機車拉力等於多少？

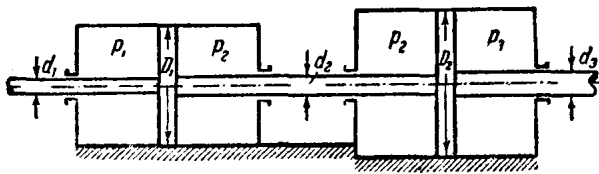
答：900 公斤 = 8.82 斯敦。

9. 客運列車由下列幾個部分組成：機車、重為 45 噸的煤水車、重為 20 噸的行李車廂以及 5 輛重量各為 48 噸的乘客車廂。如列車運動所受的阻力可假定為列車重量的 $\frac{1}{200}$ 倍，並且在計算中假定此阻力按重量之比例分布於列車之每節車廂上，又假定列車之運動為等速運動，問各個車廂吊鉤之拉力以及機車之拉力各等於多少？

答：機車拉力為 1525 公斤； $T_6 = 240$ 公斤； $T_5 = 2.240$ 公斤 = 480 公斤，依此類推。

10. 一蒸汽機具有兩個前後串接的汽缸。設活塞直徑為： $D_1 = 320$ 公厘， $D_2 = 600$ 公厘；活塞軸的直徑為： $d_1 = 60$ 公厘， $d_3 = 100$ 公厘；蒸汽的平均壓力為： $p_1 = 9.5$ 公斤/公分²， $p_2 = 2.5$ 公斤/公分²， $p_3 = 0.1$ 公斤/公分²，試求活塞杆所傳出之力的平均值。

答：12.1 噸。



題 10 附圖

2. 匯交力

11. 在正六邊形的中心作用六力，其大小各等於 1、3、5、7、9 及 11 公斤，諸力分別朝向各頂點。求合力與平衡力之大小與方向。

答：12 公斤，平衡力之方向與所給 9 公斤之力之方向相反。

12. 如沿 OA 、 OB 與 OC 諸線之力各為： $P_1 = P_3 = 141$ 公斤，

$P_2 = 100$ 公斤，求鋼板 $mnpqr$ 傳於桿 MN 上之力。

諸力方向如圖所示。

答：100 公斤，並沿 OB 而朝向與 P_2 相反的一面。

13. 分解 8 公斤的力為各等於 5 公斤的兩力。這力是否可分解為兩個各等於 10 公斤、15 公斤、20 公斤等等之力？可否分解為兩個各等於 100 公斤之力？

答：假如沒有規定分解的方向，那末都是可以的。

14. 沿叉樑方向作用一力 $Q = 250$ 公斤，叉樑與水平線成 $\alpha = 45^\circ$ 之角。問此處沿水平拉桿方向所產生的內力 S 以及沿鉛垂方向作用於牆上的力 N 各等於多少？

答： $S = N = 177$ 公斤。

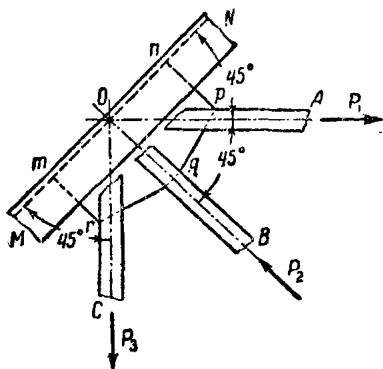
15. 兩拖拉機以等速沿直線運河之兩岸開行，用兩船纜拖一駁船。兩船纜的張力各為 80 公斤與 96 公斤；兩纜間的夾角為 60° 。如駁船平行於河岸而運動，求當駁船運動時所受水的阻力 P ，並求船纜與河岸所成之夾角 α 及 β 。

答： $P = 153$ 公斤； $\alpha = 33^\circ$ ； $\beta = 27^\circ$ 。

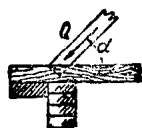
16. 三個彈簧秤的吊環 A 、 B 與 C 釘在水平木板上。彈簧秤的鉤子上各繫一繩子，將三繩子拉緊，並將自由端在 D 點連結。已知彈簧秤上的讀數分別為 8、7 與 13 公斤，求繩子所成之角 α 與 β （如圖所示）。

答： $\alpha = 27.8^\circ$ ； $\beta = 32.2^\circ$ 。

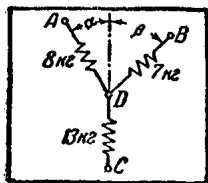
17. 桿 AC 與 BC 彼此以鉸鏈相連結，同時



題 12 附圖



題 14 附圖

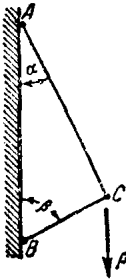


題 16 附圖

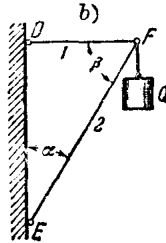
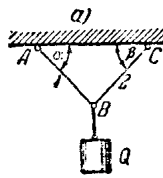
各以鉸鏈連結於鉛垂牆上。在鉸鏈栓 C 上作用鉛垂力 $P=1000$ 公斤。

如桿與牆之交角為 $\alpha=30^\circ$, $\beta=60^\circ$, 求兩桿對鉸鏈栓 C 之反作用力。

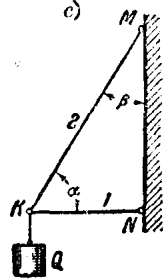
答: 866 公斤; 500 公斤。



題 17 附圖



題 18 附圖



18. 和上題一樣, 圖 a 、 b 與 c 也是表示諸桿以鉸鏈彼此連結並連結於天花板與牆上的簡圖。在鉸鏈栓 B 、 F 與 K 上各掛重物 $Q=1000$ 公斤。

求在下列各種情形下的桿的內力:

a) $\alpha=\beta=45^\circ$;

b) $\alpha=30^\circ$, $\beta=60^\circ$;

c) $\alpha=60^\circ$, $\beta=30^\circ$ 。

沿桿之方向的內力(拉力或壓力)稱為桿之應力。為了區別起見, 壓力用負數表示。

答: a) $S_1=S_2=707$ 公斤;

b) $S_1=577$ 公斤; $S_2=-1154$ 公斤;

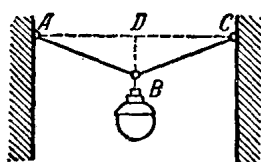
c) $S_1=-577$ 公斤; $S_2=1154$ 公斤。

19. 街燈懸掛在繩索 ABC 的中點 B 處, 繩索的兩端掛在同一水平線上的兩鈎子 A 與 C 上。如燈重 15 公斤, 繩索 ABC 全長 20 公尺, 其上之懸掛點離水平線的距離 $BD=0.1$ 公尺, 又繩索重量略去不計, 求在繩索 AB 與 BC 部分之張力 T_1 與 T_2 。

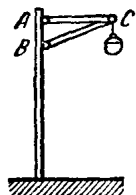
答: $T_1 = T_2 = 750$ 公斤。

20. 街燈重 30 公斤, 以水平桿與斜桿懸掛在鉛垂柱上, 水平桿 $AC = 1.2$ 公尺, 斜桿 $BC = 1.5$ 公尺。設在 A 、 B 與 C 諸點處用鉸鏈連結, 求桿 AC 與 BC 內的應力 S_1 與 S_2 。

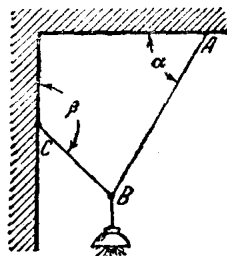
答: $S_1 = 40$ 公斤; $S_2 = -50$ 公斤。



題 19 附圖



題 20 附圖



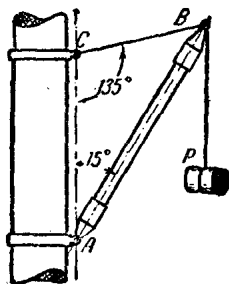
題 21 附圖

21. 電燈重 2 公斤, 用電線 AB 從天花板掛下, 繩子 BC 將電燈拉向牆的一邊。如已知角 $\alpha = 60^\circ$, 而角 $\beta = 135^\circ$; 又電線與繩子的重量略去不計, 求電線 AB 的張力 T_A 以及繩子 BC 的張力 T_C 。

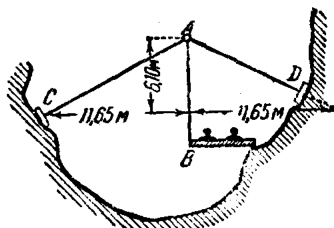
答: $T_A = 1.46$ 公斤; $T_C = 1.04$ 公斤。

22. 柱式起重機由臂 AB 與鏈索 CB 構成, 臂 AB 用鉸鏈固定於柱之 A 點上。臂之 B 端掛重物 $P = 200$ 公斤; 角: $BAC = 15^\circ$, $ACB = 135^\circ$ 。求鏈索 CB 的張力 T 與臂的內力 Q 。

答: $T = 104$ 公斤; $Q = 283$ 公斤。



題 22 附圖



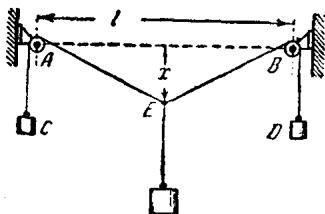
題 23 附圖

23. 通過山地的鐵路，其在山谷中的一段用圖示方法懸掛。尺寸如圖所示。設懸桿 AB 上的荷載為 $P=50$ 噸，求桿 AC 與 AD 的內力。

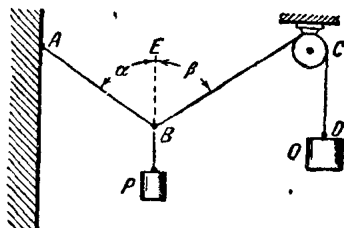
答：桿 AC 與 AD 受壓力，其內力各為 53.9 噸。

24. 兩極小之滑車 A 與 B 位於同一水平線上，距離 $AB=l$ 。滑車上套一根繩 $CAEBD$ 。繩的兩端 C 與 D 上各掛一重為 p 的重錘，而 E 點上掛重為 P 的重錘。如滑車上的摩擦、繩的重量均略去不計，求在平衡狀態下 E 點到 AB 線的距離 x 。

答：
$$x = \frac{Pl}{2\sqrt{4p^2 - P^2}}$$



題 24 附圖



題 26 附圖

25. 重為 25 公斤之重物由兩繩索維持平衡，兩繩索各跨過滑車，其上並掛重物。重物之一為 20 公斤；懸掛這重物的繩索和鉛垂線所成角的正弦等於 0.6。如滑車上的摩擦以及繩索的重量均略去不計，求另一重物的大小 p ，以及第二繩索和鉛垂線間的交角 α 。

答： $p=15$ 公斤； $\sin \alpha=0.8$ 。

26. 繩索 AB 的一端固定在 A 點處，而在 B 點則繫重物 P 和繩索 BCD ；繩索 BCD 跨過滑車，其 D 端上掛重為 10 公斤的重錘 Q 。如滑車上的摩擦略去不計，並已知在平衡狀態下繩索和鉛垂線 BE 間的交角為： $\alpha=45^\circ$ ， $\beta=60^\circ$ ，求繩索 AB 的張力 T 和重物 P 的大小。

答： $T=12.2$ 公斤； $P=13.7$ 公斤。

27. 商店用起重機 BAC 藉跨過滑車 A 與滑車 D 的鏈索吊起重物

$P=2$ 噸。滑車 D 固定在牆上，角 $CAD=30^\circ$ 。起重機之桿間的交角為： $ABC=60^\circ$ ， $ACB=30^\circ$ 。

求桿 AB 與 AC 內的應力 Q_1 與 Q_2 。

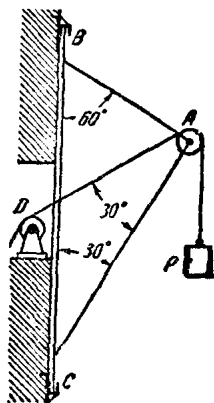
答： $Q_1=0$ ； $Q_2=-3.46$ 噸。

28. 在兩互相垂直的光滑斜面 AB 與 BC 上放一均質球 O ，其重為 6 公斤。如已知斜面 BC 與水平面間的交角為 60° ，求球對每一斜面的壓力。

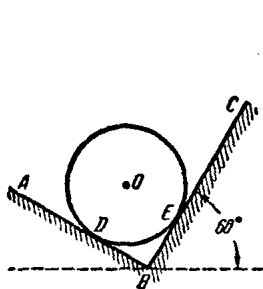
答： $N_D=5.2$ 公斤； $N_E=3$ 公斤。

29. 均質球 O 掛在繩索 AC 上，並緊靠在鉛垂光滑的牆 AB 上。繩索與牆間的交角為 α ，球重為 P 。求繩索的張力 T 和球對牆的壓力 Q 。

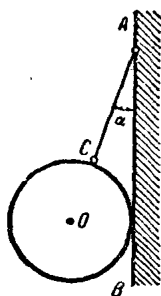
答： $T=\frac{P}{\cos \alpha}$ ； $Q=P \operatorname{tg} \alpha$ 。



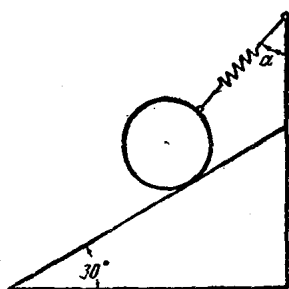
題 27 附圖



題 28 附圖



題 29 附圖



題 30 附圖

30. 重為 20 公斤的均質球擱置在光滑的斜面上，用一繩子維持平衡，繩子繫在固定於斜面之上的彈簧秤上，彈簧秤的讀數為 10 公斤。斜面對水平面的傾斜角為 30° 。彈簧秤的重量略去不計。求繩子和鉛垂線的交角 α 以及球對斜面的壓力 Q 。

答： $\alpha=60^\circ$ ； $Q=17.3$ 公斤。