

中学 数学教材教法

全国部分师专《中学数学教材教法》协编组

陕西科学技术出版社

中学数学教材教法

全国部分师专《中学数学教材教法》协编组

陕西科学技术出版社

中学数学教材教法

全国部分师专《中学数学教材教法》协编组

陕西科学技术出版社出版

(西安北大街131号)

陕西省新华书店发行 陕西省印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张17.5 字数448,000

1983年1月第1版 1983年1月第1次印刷

印数1—10,000

统一书号: 7202·62 定价: 1.70元

编写说明

《中学数学教材教法》是师专数学系科一门重要的必修课，对培养合格的初中数学教师起着重要作用。

为了给师专《中学数学教材教法》课程提供一部适合师专特点的教材，陕西省高教局和福建省教育厅高教处于1980年5月协商邀请黑龙江、陕西、山东、福建和广东部分师专进行协编工作。由五省九校组成的协编组1980年8月集中于厦门，完成教材初稿。后经福建、陕西部分学校试用，在广泛征求意见的基础上，进行了多次修改。1981年5月在西安召开的有十二省二十七所师专参加的审稿会议对修改稿进行了审订。审订稿经各兄弟学校试用后，又根据教育部全国师专教学工作座谈会（天津，1981.11）精神，内容加以修订充实。最后于1981年12月在福建宁德定稿。

参加协编单位有哈尔滨师专、西安师专、泰安师专、福州师专、宁德师专、龙岩师专、集美师专、福清师专和海南师专。本书各篇分别由岳瑛、何履端（总论）；高希尧、卢如翰（代数）；张鉴源、周诚询（几何）负责编撰工作。参加编写执笔工作的还有蒋省吾、江家庆、刘荣洽、李铭心、林维谋、胡连三、章士藻等。杨克仁同志在协编组织方面作了不少工作。

参加审订单位有河北省廊坊师专、陕西省渭南师专、咸阳师专、安康师专、榆林师专、山东省烟台师专、北镇师专、菏泽师专、临沂师专、江苏省南通师专、盐城师专、镇江师专、浙江省金华师专、安徽省宿州师专、湖南省湘潭师专、衡阳师专、广东省肇庆师专、南昌铁路局教育学校、郑州铁路局教师进修学校、陕西省教育学院、西安市教师进修学院等。

在编写和审订过程中，陕西师大魏庚人教授曾予以指导，并担任了审稿会议顾问。他还将自己书稿提供选用。东北师大刘孟德、马忠林、华东师大余元希、陕西师大李珍焕诸位教授在审稿会议期间也曾予以指导和帮助。北京师大钟善基教授对审稿会议的筹备工作也曾予以指导和帮助。谨此一并表示衷心感谢。

由于我们水平有限，加之时间仓促，缺点错误在所难免，恳切希望批评指正。

协 编 组

1981年12月于宁德

序 言

中国教育学会数学教学研究会理事长 魏庚人
陕西师范大学教授

全国部分师专协编的《中学数学教材教法》两年多来经过各方面的努力，终于要出版了，值得庆贺。

《中学数学教材教法》（《初等数学研究与教法》）是高等师范院校数学系科的一门主课，通过这门课程的教学，可使学生熟悉《中学数学教学大纲》，明确中学数学教学目的，初步掌握中学数学教学应遵循的一般规律，了解中学数学教师的日常工作，具有分析教材和处理教材的初步能力，为今后从事中学数学教学工作打下必要的基础。这门课程在师范院校应受到足够的重视。但是由于种种原因，这门课程长期以来被忽视了，建国三十多年来一直没有编写出一本适合我国教育实际的成熟的教材。近几年来情况有了可喜的变化，这门课程越来越受到广大师生的重视。北京师院等十三院校协编组首先编写出版了《中学数学教材教法》（总论）（人民教育出版社，1980），现在全国部分师专协编的《中学数学教材教法》又正式出版，就是明证。

全国部分师专协编的这部教材，结构紧凑，内容简明扼要，论证严谨，文字精炼，结合师专和中学实际，符合师范教育的要求，该书1981年内部刊印后，全国有69所师专订购试用，反映良好，现又经修订出版，可作为师专数学系科《初等数学研究与教法》课程的代用教材，对中学数学教师亦有参考价值。

能亲眼看到全国有这么多热心中学数学教学研究的人，齐心

协力，为共同创造中国式的中学数学教材教法取得成效，精神上感到无比安慰。这部书虽然还存在问题和缺点，但随着教育的改革，经过反复试用修改，相信它一定会在四化建设中作出应有的贡献。

1982年春于西安

目 录

第一篇 总 论

第一章 中学数学教学目的.....	(1)
第一节 中学数学教学目的.....	(1)
第二节 确定中学数学教学目的的依据.....	(1)
第三节 对教学目的的理解.....	(3)
第二章 中学数学教学内容.....	(7)
第一节 教学内容的确定.....	(7)
第二节 教学内容的编排.....	(9)
第三节 《中学数学教学大纲》简介.....	(10)
第三章 中学数学教学原则.....	(14)
第一节 要用辩证唯物主义观点阐述教学内容.....	(14)
第二节 要坚持理论联系实际.....	(15)
第三节 要注意严谨性与学生的接受能力相结合.....	(16)
第四节 要体现具体与抽象的辩证关系.....	(18)
第四章 数学教学的方法.....	(21)
第一节 启发式教学法.....	(21)
第二节 数学教学的具体方法.....	(23)
第五章 “双基”教学与形式逻辑.....	(28)
第一节 数学概念的教学.....	(28)
第二节 数学命题的教学.....	(46)
第三节 数学中的推理和证明.....	(60)
第四节 基本技能的培养.....	(76)
第六章 培养能力与发展智力.....	(79)
第一节 运算能力的培养.....	(79)
第二节 逻辑思维能力的培养.....	(88)

第三节	空间想象能力的培养	(93)
第四节	解题能力的培养	(98)
第五节	自学能力的培养	(107)
第六节	发展智力	(112)
第七章	中学数学教学工作	(115)
第一节	备课	(115)
第二节	上课	(135)
第三节	学生学习情况的检查与分析	(149)
第四节	课外工作	(153)
第五节	教学研究	(156)

第二篇 代 数

第一章	数	(159)
第一节	数的概念的扩展	(159)
第二节	有理数的教学	(191)
第二章	式	(197)
第一节	解析式及其分类	(197)
第二节	代数式的恒等变形	(200)
第三节	指数式与对数式	(229)
第四节	三角式与反三角式	(238)
第五节	代数式教学中的两个问题	(254)
第六节	指数与对数的教学	(258)
第三章	函数	(262)
第一节	函数概念	(262)
第二节	初等函数及其分类	(268)
第三节	初等函数的研究	(275)
第四节	函数及其图象的教学	(285)
第四章	方程	(289)
第一节	方程的基本概念	(289)
第二节	方程的同解和变形	(291)
第三节	分式方程与无理方程	(305)

第四节	方程组·····	(315)
第五节	简单超越方程·····	(325)
第六节	布列方程解应用题的教学·····	(333)
第五章	不等式·····	(343)
第一节	不等式的概念和基本性质·····	(343)
第二节	解不等式·····	(344)
第三节	不等式的证明·····	(356)
第四节	不等式教学探讨·····	(365)

第三篇 几 何

第一章	几何公理体系与中学几何的逻辑结构·····	(369)
第一节	几何学研究的对象及其发展简史·····	(369)
第二节	欧几里德《几何原本》简介·····	(374)
第三节	希尔伯特公理体系·····	(377)
第四节	非欧几何简介·····	(383)
第五节	中学几何的逻辑结构·····	(388)
第二章	中学平面几何内容简介及教学·····	(390)
第一节	直线形·····	(390)
第二节	相似形·····	(398)
第三节	圆·····	(403)
第三章	几何证明·····	(407)
第一节	几何证法·····	(407)
第二节	三角法·····	(427)
第三节	坐标法·····	(439)
第四节	关于几何证明的教学·····	(449)
第四章	几何计算·····	(457)
第一节	长度、面积、体积、角度的概念·····	(457)
第二节	线段与角(弧)的计算·····	(458)
第三节	面积的计算·····	(465)
第四节	体积的计算·····	(472)
第五节	几何计算的应用·····	(476)

第六节	关于几何计算的教学	(482)
第五章	轨迹与作图	(484)
第一节	轨迹	(484)
第二节	作图	(498)
第三节	关于轨迹与作图的教学	(516)
第六章	中学立体几何内容简介及教学	(520)
第一节	空间直线与平面	(520)
第二节	中学“直线与平面”部分教材的教法探讨	(537)

第一篇 总论

第一章 中学数学教学目的

第一节 中学数学教学目的

教学方法是实现教育目的和具体教学任务的手段，教学方法取决于教学内容与教学对象，而教学内容又取决于教学目的，因此，全面地正确地理解教学目的，对于教师提高教学质量，胜利地完成教学任务，具有重要意义。

中学数学教学的目的是：使学生切实学好从事现代化生产和进一步学习现代科学技术所必需的数学基础知识；培养学生正确迅速的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力，从而逐步培养运用数学来分析和解决实际问题的能力。在数学教学中，要向学生进行思想教育，激励学生为实现社会主义现代化学好数学的热情，培养学生的辩证唯物主义世界观。

第二节 确定中学数学教学目的的依据

确定中学数学教学目的的依据，主要有下列三方面：

一、中学教育的双重任务

中学教育有双重任务，它要为国家培养劳动后备力量和为高级学校培养合格的新生。

数学是学习一切自然科学和现代科学技术必不可少的基础知识，也是用现代化手段研究社会科学的一种必备的基础知识。不论生产部门还是研究部门，对数学的要求都越来越高。因此，加强中学数学基础内容，不论对学生毕业后从事生产劳动，还是进一步学习，都有十分重要的意义。

二、数学学科的特点

数学是研究现实世界空间形式与数量关系的学科，数学的显著特点是：高度的抽象性，严谨的系统性，广泛的应用性。

数学是由于人类生产实践的直接需要而产生的，由于生产实践不断的发展，得到了迅速地发展和广泛地应用。

由于数学的实践性非常强，因此，数学最容易体现科学的哲学观点。在数学的教学目的中，应该而且容易对学生进行唯物主义的思想教育。

数学的研究与成果，表示在抽象的形式中，它是一切自然科学的基础。纯粹数学的对象，是现实世界的空间形式及数量关系，为研究这些形式及关系的纯粹情形，就应该把它们与其内容相分裂，把内容暂置不管。这样就得到不能测量的点，没有厚度及宽度的线，各个 a 与 b ， x 与 y ，常数及变数……。这就是数学抽象性的由来及其意义。恩格斯说数学是“一种研究思想事物（虽然它是现实的摹写）的抽象的科学”（《自然辩证法》），这是对数学抽象性的深刻概括。数学的这种抽象性，使形式逻辑在数学的理论整理和加工过程中，表现了一定的积极作用，所以数学是一门具有严密逻辑系统的学科。中学各科，特别是几何学，是按比较严格的演绎系统组成的，主要的数学事实都是用逻辑方法加以叙述和论证的。又由于数学内容具有高度的抽象性和严谨的系统性，逻辑因素表现得极为明显，这就使得数学教学在培养诸能力中占主要地位的逻辑思维能力方面，要比其他学科起着更大的作用。

三、学生的年龄特征

中学教育的对象是青少年，青少年正处在长身体、长知识、形成世界观的时期，也是智力发展的重要时期，它们具有可塑性大、上进心强、求知欲旺盛、精力充沛、神经活动反应快而灵敏等特点。但是，他们的理解能力还有一定的局限性，这些都是青少年的年龄特征，确定中学数学的教学目的，必须从这些特点出发，对青少年的接受能力，既不能作过低的估计，也不应有过分的夸大。

第三节 对教学目的的理解

一、对“必需的数学基础知识”的理解

普通中学是基础教育，必须加强基础知识的教学，所谓数学学科的基础知识，是指数学学科的初步知识，而不是指数学学科的逻辑基础；它是进一步学习各门数学的理论课程及相邻学科和参加生产劳动的实际工作所必须的最初步的最基本的知识。按这种理解，可以认为中学数学全部内容都是数学基础知识。

基础知识的范围不是绝对的、一成不变的，基础知识是对专门知识而言的，并且也随着科学技术的发展而不断地扩大和改变。《大纲》和现行中学教材里，是以精简传统的中学数学内容，增加新的数学内容，渗透一些新的数学思想和方法，来加强中学数学的基础知识的。

二、对三种能力的理解

(一) 对“正确迅速的运算能力”的理解

运算的意义不仅仅局限于加、减、乘、除、乘方、开方等代数运算，还应该包括代数和三角中的函数运算，以及极限、微分、积分等分析运算，几何里的平移、旋转、对称、伸缩等变换

(也可称为“几何运算”), 逻辑代数里的“与”、“或”、“非”的“逻辑运算”等。对于运算作出广义的理解, 就不会片面地认为运算只是算术和代数运算。培养正确和迅速的运算能力, 就不应只局限在算术和代数教学中, 而应当是整个中学数学教学中的任务。

(二) 对“逻辑思维能力”的理解

逻辑思维的意义不仅仅局限于“几何型”的推理证明, 它还应该包括“运算型”的推理证明——它是一种比较先进的逻辑推理形式。代数和三角中大量的推理证明, 多半即采取“运算型”的逻辑推理形式。

再者, 逻辑思维并不只局限于推理证明, 更基本的还在于概念的形成。概念的定义和分类是逻辑思维的一项基本功。

一般说来, 逻辑思维包括概念、判断、推理等基本的思维形式和比较、分类、类比、归纳与演绎、分析与综合等常用的思维方法。培养逻辑思维能力, 应当渗透到教学的各个方面与各个阶段。因此我们认为, 应当把逻辑思维能力作为全部能力培养的核心。

(三) 对“空间想象能力”的理解

空间想象的意义, 不仅仅局限于三维空间之中, 实际上, 在平面几何中, 特别在平面解析几何中, 时常要想象图形的运动。在代数和三角中, 空间想象也扮演着重要的角色。例如, 通过对函数图象的研究, 就便于掌握函数的性质。

如果我们把空间想象看作是全部数学中的形象思维, 它就和逻辑思维相辅相成了。通过逻辑思维, 由具体到抽象, 又通过空间想象, 由抽象回到具体。

三、对“从而逐步培养运用数学来分析和解决实际问题的能力”的理解

这项要求意味着不仅要给学生培养本学科的三种能力(运算

能力、逻辑思维能力、空间想象能力) 而且要培养一般能力(观察能力、记忆能力、自学能力、……), 否则, 要达到这项要求将是不可能的。

四、对“思想教育”的理解

《大纲》里的教学目的对思想教育是这样提出的:

要向学生进行思想政治教育, 激励学生为实现社会主义现代化学好数学的热情, 培养学生的辩证唯物主义世界观。

我们认为:

(一) 数学课的思想教育应通过教学来实现, 不要用“穿靴戴帽”方法空发政治理论, 不要把数学课上成政治课。

(二) 思想教育与传授知识、培养能力是相辅相成互相促进的。

中学数学也是作为实现一定阶级教育目的保证之一的教学内容, 传授知识和培养能力的过程, 必然渗透着一定阶级的世界观和方法论。因此, 数学教学的过程必然伴随着进行一定的思想教育。

学习数学, 要从事客观事物的数量关系及空间形式的研究, 并且要应用数学理论解决实际问题, 这就有助于学生辩证唯物主义观点的形成。例如, 正确讲述数学概念的物质基础及其抽象形成的过程, 阐明促使数学理论发展的原因和条件, 有助于学生历史唯物主义的观念的确立。通过阐明数学理论, 由于解决内在矛盾而得到发展, 以及数学在现实世界的应用, 就能体现出数学理论与客观实际之间的辩证关系。在教学中, 讨论数学概念之间的联系与区别的过程, 就是揭露矛盾与统一矛盾的过程。旧概念的推广, 新概念的概括, 具体地反映了矛盾统一的规律。各个数学概念的转变过程, 也就是由量变到质变的过程。例如讲梯形的面积公式与三角形的面积公式关系, 可以认为梯形的上底长度缩小为零时, 则由梯形转化为三角形。这也就表现了唯物辩证法的量

变到质变的规律。

中学数学的基础知识，都是通过实际的内容来叙述的，因此，在学习数学知识和培养能力的同时，能够经常接触到反映我国工农业各条战线，在为实现四化而取得的伟大成就的各种实际资料，鼓励学生为实现四化而学好数学的热情，使学生进一步热爱中国共产党，热爱社会主义祖国。还可以恰当地介绍中国古今数学家的伟大成就，使学生了解祖国有丰富的科学贡献，有优秀的科学家，逐步提高学生民族自尊心和自信心，此外，反映国际无产阶级革命运动的发展，揭发帝国主义的侵略性和腐朽性的数字，可以培养学生国际主义精神。

掌握数学知识和能力，都需要学生通过顽强、谨慎而持久的工作，因此，通过数学教学，可以锻炼学生坚强的意志和品格，发挥学生的独创精神，可以养成学生谨慎和意志集中的习惯，积极负责的工作态度。所有这些，都有助于培养学生的共产主义道德品质。

传授知识与进行思想教育，是互相联系，互相促进的。数学本身具有丰富的思想教育因素，只要教师在教学中能深入地挖掘这些因素，善于运用这些因素，是可以达到预期的思想教育效果的。反过来，学生为实现四化而学习的明确目的、辩证唯物主义观点和共产主义道德品质，又是学生学好数学的有力动力。