

张奠宙 李士锜 主编

数学教育研究前沿

第一辑

华东师范大学出版社

数学教育研究与 写作析评

张国杰 王光明 著



张奠宙 李士锜 主编

数 学 教 育 研 究 前 沿 · 第 1 辑

数学教育研究 与写作析评

张国杰 王光明 著



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育研究与写作析评/张国杰,王光明著. —上海:华东师范大学出版社,2003.5

(数学教育研究前沿.第1辑/张奠宙,李士铸主编)

ISBN 7-5617-3269-4

I. 数... II. ①张... ②王... III. ①数学教学-教学研究-中小学②数学教学-论文-写作

IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 017384 号

数学教育研究前沿·第1辑

数学教育研究与写作析评

著 者 / 张国杰 王光明

组 稿 / 倪 明

特约编辑 / 陈信漪

封面设计 / 高 山

版式设计 / 蒋 克

出版发行 / 华东师范大学出版社

电话 021-62865537 传真 021-62860410

门市(邮购)电话 021-62869887

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 / 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印 刷 / 华东师范大学印刷厂

开 本 / 890 × 1240 32 开

印 张 / 4

插 页 / 4

字 数 / 105 千字

版 次 / 2003 年 5 月第一版

印 次 / 2003 年 5 月第一次

书 号 / ISBN 7-5617-3269-4 / G · 1715

本辑定价 / 50.00 元(本册 10.00 元)

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

总 序

——建设有中国特色的数学教育理论

数学教育的历史和数学本身的历史一样长。当人类结绳记事的时候,就有把数量大小、先后次序传授给下一代的教育。在埃及的纸草、巴比伦的泥板、中国的竹简上,都留下了数学的痕迹,那是当时让儿孙们去认读的文书。中国隋唐时期设明算科,凭数学知识居然可以到朝廷去做官,更是数学教育史上一件盛事。

至于现代的学校数学教育,自然始于西方。中国实行学校制度,普遍开设数学课程,当是辛亥革命推翻清朝以后的事,至今也就百年。不过,中国数学教育的发展似乎并不落后。近百年来,先学日本,继学欧美,再学苏联,可谓博采众长。经过大跃进、调整巩固、文革动乱、拨乱反正,自己也慢慢摸索出一条发展中国数学教育的路子来了。依照国际数学水平测试的结果,中国学生的数学成绩不仅远超发展中国家,而且也优于发达国家。个中原因,现在还没有非常认真地总结过。一个不争的事实是,儒家文化、考试文化、考据文化等因素,是影响中国数学教育成功的因素之一。那么,在实践中获得成功的中国数学教育,是否可以产生一种理论呢?似乎还不能给出一个明确的结论。

数学教育作为一种理论,大约是20世纪60年代以后的事。那时荷兰数学家弗赖登塔尔担任国际数学教育委员会主席。他主张数学教育研究应当像数学研究一样,要明确前人做了些什么,现在有什么问题,我用什么方法研究,得到了什么新的结果。1968年第一次



国际数学教育大会召开,算是现代数学教育研究的肇始。

如果说,中国在数学教育的实践上取得了引人注目的成就,那么在数学教育研究上则相对落后。长期以来,是把数学教育研究等同于国家数学教学大纲的说明书(“教材教法”),或者走“一般教育学+数学例子”的研究道路。数学解题理论只到波利亚为止。发表的文章中,除了解题的以外,往往是介绍国外的东西,或者综合性地加以报导,并未参与研究或进行评论。至于自己的主张,则往往只是“浅谈”、“初议”、“思考”、“感想”而已。其中不乏真知灼见,却因缺乏“科学”的方法,淹没在泛泛而谈的论述之中。

我们在 20 世纪 80 年代就想改变这一现状,编写过《数学教育研究导引》一书,试图介绍一些数学教育研究的范本。此书发行一万册,后常见在不少文章中引用其中的观点,大概还算有些影响。十几年过去了,我国的研究工作有了一些进展,于是就有出版这套《数学教育研究前沿》丛书的计划。蒙华东师范大学出版社领导和倪明同志的支持,历时三载,现在终于和大家见面了。作为这套书的编辑者,我们是力求展现中国式的数学教育研究,尽量把学术含量较高的作品收集起来。其中有在美国、新加坡、德国以及香港和内地大学所做的博士论文,也有针对中国现状所做的调查报告、专题研究,意在积累和展示中国数学教育学者的研究成果,为建设中国特色的数学教育理论提供一些基础。

本丛书的主题及其结论固然可以供大家参考,但我们更愿意推荐的是作者使用的一些研究方法。近年来我国的数学教育研究在方法方面已经有所改进,但从选题的范围,到探索论据的途径和角度,直至提炼结论的恰当程度,仍大有提高之处。纵观近几年国际上的数学教育研究,方法上正在经历变动,更加强调定性分析与定量分析的完善结合。要尽快提升我们研究的水平,关注和学习研究的方法在当前显得尤为重要。借鉴丛书提供的优秀的方法范例,能使我们的一些课题研究以及博士、硕士论文的写作有更严谨的、规范的参照坐标。



收录本丛书前两辑的均是薄本子,约10万字。我们希望研究的课题适当小一些,谈的问题精一些,并做到言之有物,言必有据。这是我们的编辑意图。范良火的《教师教学知识发展研究》,因英文版的篇幅较大,为反映全貌,保留它的完整性,全文照译,单独作为第三辑。

数学教育研究的目的,是揭示数学教育的基本原理、特有规律,把隐藏在大量实践背后的因果线索理清楚,并上升为理论。这里,不能仅仅停留在若干教育学、心理学的一般规律上,更不能只满足于符合一些时髦的口号。弗赖登塔尔的“数学现实论”、“数学再创造论”、“数学形式化原则”;波利亚的“合情推理”学说;范·希尔的“几何学习5水平”界说;杜宾斯基的APOS数学概念教学观;徐利治的数学方法论;陈重穆的“淡化形式、注重实质”;张景中院士研究的“Z+Z”数学教育软件等等,都具有浓厚的数学品味和理论价值。从本丛书的成果中,我们也看到了这样的特点。作者们并没有停留在“建构主义”、“个性发展”、“尝试探索”一类的教育学口号之上,而是针对数学教育情境,由下而上,比较扎实地就某个专题进行探究。一位数学教育名家说过,数学教育研究应当“上通数学,下达课堂”,大概是不错的。

现在我们还有许多重要的事情要做。例如,数学“双基”教学模式,数学练习的变式方法,数学训练中的熟能生巧,数学解题教学中的中国式设计,数学课程的中国特色,以及中国数学教育的原始资料的积累等等,都有待于今后的努力开拓。建设有中国特色的数学教育理论,任重而道远。愿我们大家积极地进取开拓,在不远的将来,在世界数学教育论坛上能够多听到中国的声音。中国应该为国际数学教育事业作出自己的贡献。

张奠宙 李士铨

2002.9.7



前 言

要把这本小册子纳入“数学教育研究前沿”丛书,我们的思想压力是不小的。不必讳言,作为交叉学科的数学教育,目前无论在数学界还是在教育界,都还被“看不上眼”。原因当然是多方面的。但若把数学教育当做一个学科来看待,它的发展也确实不够成熟。我们既然在数学教育层次较高的刊物《数学教育学报》编辑部兼职工作了七八年,接触了上千篇数学教育研究论文和稿件,那就有责任把我们所认识到、感受到的数学教育研究之成绩与不足写出来,为这门新兴学科的健康发展尽上一点微薄之力。

为此,我们给这本书定下的基调是:实话实说,闲话少说,大话不说。

对数学教育科研的析评,无疑是数学教育科研的一个重要环节,它在促进数学教育科学发展的过程中起着十分重要的作用。然而这个课题涉及的面很宽很广,我们只能选取几个侧面来析评,但思考却是力求审慎的。比如,对于“青浦经验”的研究与分析,早已有不少论著,特别是杨章宏先生从模型化思想的高度来评析青浦数学教改实验^①,是颇有新意的,但我们只选取了“实践筛选法”这一个侧面来剖析。深刻性是谈不上的,但对广大数学教师却是非常实用的。又如,我们认为目前把数学教育作为一个系统似乎还不到时候,因此,本书未提及系统科学方法,而把篇幅放在了多元分析等更迫切更需要的

① 杨章宏. 教育实验研究. 杭州:浙江教育出版社,1998. 228~237



具体方法上。

反之,对于规范性较差的“双微”(微型调查与微型实验)我们却不吝笔墨,不仅专辟一章,而且列举了大量案例进行介绍与析评。我们的想法是,要使数学教育有较大的发展,就必须让广大一线数学教师都来关心数学教育科研,而为他们提供参与的机会就不是“平常小事”了。此外,尽管文风与写作技巧并不属于数学教育研究本身,但我们仍然较集中地剖析了这方面的主要问题,不留情面地揭示“不良倾向”,苦口婆心地陈述“提高措施”,这实在是我们真诚的心愿:希望数学教育研究与写作水平迅速提高,以给人们带来更多的物质力量与精神享受。

对数学教育科研课题、方法及成果的析评,肯定是见仁见智的。尽管我们有着建设数学教育科学大业的强烈责任感和使命感,也想尽可能对主要事实、对有代表性的研究方法作出客观评析,以求从历史的回顾中来思考现实,从现实的分析中提出建议并推测未来。但囿于我们的视角和水平,点评不当、展望不力甚至存在错误与疏漏都是在所难免的,希望广大读者批评指正。

如同文学评论对文学创作的推动一样,数学教育科研析评的作用也是十分重要的,但在20世纪我国开展数学教育科研析评确是比较薄弱的。本书提出的一些论点和看法,不一定是科学的结论,更不可能是定论。我们希望这本小册子能成为引玉之砖,引起数学教育界对数学教育科研析评的重视,不断有更多的专家、学者、爱好者参加到这一工作中来。

我们斗胆地摘取了一些诗词来作为每章的主标题,贴切否妥当否,作为尝试也请大家评说一番。

张国杰策划了本书,并撰写了第1章第1、2节和第2、4、6章;王光明参与讨论并撰写了第1章第3节和第3、5、7章。我们共同把这本小册子献给诱人的新世纪。

作者

2000年9月7日



目 录

总 序

前 言

1. 春来江水绿如蓝

——改革开放 20 年来的数学教育研究 (1)

1.1 20 年成就一瞥 (1)

1.2 从几个侧面看不足 (3)

1.3 对几项专题研究的微观分析 (11)

2. 问渠哪得清如许

——几个成功实验在研究方法上的新意 (17)

2.1 青浦实验 (17)

2.2 GX 实验 (20)

2.3 MM 教育方式 (22)

2.4 935 实验 (24)

2.5 JSJ 课题 (25)

2.6 并非结束语 (28)

3. 天涯处处有芳草

——我国比较数学教育研究概况与析评 (29)

3.1 概况 (29)



3.2 现状析评 (37)

3.3 建议 (44)

4. 小诗有味似连珠

——关于“微型调查”与“微型实验” (46)

4.1 “双微”的回顾 (46)

4.2 “双微”案例及简要析评 (47)

4.3 “双微”的推广 (56)

5. 君有奇才我不贫

——发挥数学特长,合理运用数学方法 (59)

5.1 数学教育研究中运用数学方法的现状与分析 (60)

5.2 呼吁与建议 (64)

5.3 案例 (69)

6. 独留巧思传千古

——关于“文风”与“写作技巧” (76)

6.1 注意防止不良倾向 (76)

6.2 努力提高写作水平 (83)

7. 嬉笑怒骂皆文章

——展望新世纪的数学教育研究与写作 (90)

7.1 新世纪教育及数学教育的发展展望 (90)

7.2 新世纪数学教育研究与写作展望 (97)

主要参考书目 (113)

人名索引 (115)





春来江水绿如蓝

——改革开放 20 年来的数学教育研究

“数学教育”这个词是什么时候在中华大地上流行起来的？

有人认为：13 世纪中叶杨辉的《习算纲目》不只是一份珍贵的古代数学教学计划，也是一篇数学教育工作的经验总结；也有人指出：波利亚 (George Polya, 1887~1985) 的《怎样解题》(How to Solve It) 1944 年最终成书，而我国 1948 年就有了周佐严先生的中译本，这本数学教育的世界名著与我们并未失之交臂；特别需要注意的是：解放后只经过十余年的努力，我国的中学数学教育就已经基本形成了自己的课程体系与教学模式……

但是，真正能称得上规模性的数学教育科学研究并取得大面积的成果的，却无疑是改革开放以来的 20 年。



1.1

20 年成就一瞥

我们不妨从学术活动、书刊出版、调查实验、人才培养等几个侧面做一次快速扼要的扫描。

▲ 中国教育学会数学教学研究会成立 (1982)，到 1999 年底已举行了九届年会。

▲ 全国高师数学教育研究会成立 (1985)，到 2002 年底也已举行九届年会。

▲ 数学教育高级研讨班于 1992 年制定了“数学素质教育设计要点”，到 2002 年底已开研讨会 11 次。



▲ 21 世纪中国数学教育展望课题组成立(1992)。

▲ 我国代表进入国际数学教育委员会(ICMI)执行委员会(张奠宙 1995,王建磐 1999)。

▲ 国家数学课程标准开始研制(1999)。

* * *

▲ 波利亚的《怎样解题》、《数学与猜想》、《数学的发现》等中译本相继出版,印数逾十万册(1982~1984)。

▲ 公开发行的中学数学教育类期刊从 6 种(1972)增加到 24 种(1985)。

▲ 多套数学教育丛书出版,如:湖南教育出版社的《数学·我们·数学》;江苏教育出版社的《数学方法论丛书》;广西教育出版社的《数学教育丛书》;华东师范大学出版社的《中学数学应用丛书》等(1989~1998)。

▲ 高层次的学术刊物《数学教育学报》创刊(1992),主编为王梓坤院士。

▲ 兼综述与导读于一身的引导性、资料性图书《数学教育研究导引》出版(张奠宙等,1994)。

▲ 曹才翰主编的《数学教育研究丛书》获第三届全国图书奖提名奖(1997)。

▲ 智能教育软件《数学实验室——立体几何》面世(张景中等,1998)。

* * *

▲ 大型调查研究“我国经济和社会的发展对数学基础知识和技能的需要”历时三年才完成(1984~1986)。

▲ 全国初中数学教学调查(1987)。

▲ 国家教委向全国推广基础教育改革的重大成果“青浦数学教改经验”(1992)。

▲ 《数学教育学报》倡导“双微”(微型调查与微型实验),并着力推荐 GX、MM、935、JSJ 等数学教育改革实验(1997~2000)。



▲ 全日制普通高中数学新教材试验在江西、山西、天津三省(市)展开(1997~2000)。

* * *

▲ 北京师大、华东师大、辽宁师大等高师院校数学系获“教材教法研究”硕士研究生授予权(1981)。

▲ 1989 年我国中学生代表队首次在国际数学奥林匹克竞赛(IMO)上夺冠,此后一直名列前茅。

▲ 上海(1991)、北京(1994)等地先后举行“中学生数学知识应用竞赛”,推动了中学生数学建模活动的健康发展。

▲ 苏步青数学教育奖开始运作(1992),到 1999 年已颁奖四次。

▲ (数学)教育硕士、数学教育研究生课程班在全国 16 所高师院校面向在职中学教师招生(1996),并逐步扩大到更多的院校和地区。

▲ 挂靠教育系,但以基础数学教授为第一导师的数学教育博士研究生招生(华东师大、南京师大,1999)。

▲ “园丁工程”开始实施,国家级中学数学学科带头人培训班在北京师大、华东师大、东北师大、陕西师大、华中师大、西南师大等校开班(2000)。

.....

以上所列显然只是 20 年成就中极小的一部分,它不足以概括数学教育的全貌,但是从中展现出的绚丽景色,就是白居易老先生在世也不会反对我们引用他的诗句来形容、来抒情吧——数学教育改革“日出江花红胜火”,数学教育科研“春来江水绿如蓝”!



1.2 从几个侧面看不足

数学教育改革与科研的蓬勃发展,自然也带来了诸多不足,尽管其中的大多数是前进中的问题,但为了数学教育事业的健康发展,对之作一番剖析与反思当是十分必要的。



1.2.1 纯思辨的“理论研究”需要向理论与实践相结合的方向发展

理论与实践,本是科学研究的两翼,侧重某一方面不仅是允许的,具体到某个研究者更是必然的。例如数学研究常被分为基础研究(纯数学)与应用研究(应用数学),两者各有侧重也各有所成。然而数学教育是一门理论性与实践性都十分强烈的新兴交叉学科,完全忽略了实践是极易产生偏差的。对此我们不妨以布鲁纳(J. Bruner, 1915~)的“发现教学法”为例对比几篇论文。

(1) 有些作者从布鲁纳的原始论文“发现行为”和专著《教育过程》出发,结合数学家发现数学命题以及数学教学的特点,论述了在数学课上使用发现法的一般步骤与优缺点,进而提出教学要“展示数学思维过程”,要引导学生“像数学家那样思维”等等。这些研究^①不仅对数学教学有重要的现实指导意义,也是对发现教学法的理论加深。这样的研究是应该肯定的。

(2) 马鞍山市第13中学冯建国老师通过两次对比实验^②,用数字和实例说明发现法为什么可以使学生产生“兴奋感”,又为什么有利于迁移能力的提高,同时还指出发现法不宜在差班和数学程度极不整齐的班级中使用,否则将会产生好生更好差生更差的两极分化……冯老师的工作较好地体现了一般教育理论与数学教学实践如何相结合。尽管这一实验研究还可以再进行下去,但无疑是应当受到赞扬的。

(3) 然而也有个别作者,从纯思辨的角度想当然地对发现教学法搞起了所谓的“分类”。他们不去调查,不搞实验,把科学研究的一般原则简单地搬过来,提出了诸如归纳发现教学法、类比发现教学法、演绎发现教学法等等的“课型”。对于这种纯思辨的移植与演绎,

① 如:黄波.充分展示数学思维过程是启发式教学的核心.数学教育学报,1994(1)

② 冯建国.从两次实验看发现法的利弊.中学数学教学(合肥),1984(1)



人们当然有理由怀疑它的实用价值。而我们更担心,这种研究会不会走进繁琐哲学的死胡同。如果有人继续把它细分下去,提出什么完全归纳发现教学法、不完全归纳发现教学法等等,那么数学教育研究将被引导到什么地方去?

不幸的是,我们的担心最近又一次被证实并非杞人忧天。一位作者在培养学生提出问题能力的探索中,又祭起类似法宝,思辨出一系列提问的“类型”:回忆型提问,理解型提问,运用型提问,分析型提问,综合型提问,评价型提问……看来这真是顽疾难治啊!

不必讳言,搞调查做实验,既费时又费力,而且还常常受到基层单位支持不够、开展活动的财力不足等诸多困惑。但是第一手的材料,第一线的实践,恰是建立具有中国特色的数学教育理论必不可少的基础。缺少了它们,数学教育改革是难以深入发展的。然而,我们又坚信这种忽略了实践的状况会逐渐有所变化的。以《数学教育学报》为例,在1995年全年刊发的87篇文章中,纯理论的探讨约占57%,而调查实验只占10%;但到了1999年全年刊发的107篇文章中,前者已降为40%,后者却上升到25%。再联系到各地中等数学杂志刊发稿件的变化总趋势,可以说,理论与实践相结合的道路是越走越宽阔的。

1.2.2 调查、实验及报告的撰写要注意克服模式化的倾向

教育调查和教育实验都属于实证性研究,也都具有验证某种假设的作用,充当“论据”的功能。但一般说,调查偏重于发现问题而实验更倾向于探索解决问题的具体办法,两者在操作难度上是确有差别的。从这个角度看,调查多于实验应属正常。我们测算了一下,当前数学教育科研中调查与实验约呈3:1的状态。

目前的问题还不在于调查多实验少,值得注意的是调查、实验及报告的撰写都有一种模式化的危险倾向。

(1) 某作者就中学生的××品质与数学学习成绩的相关性进行了调查研究,并较好地运用了统计分析方法,最后按问题提出、研究



方法、结果分析、讨论等四个方面撰写了调查报告,可以说文章思路清晰、表达简练、颇具启发性。但是到了另一篇就气质类型与学生××品质的相关研究中,作者仍然重复使用这一套程序进行写作,甚至连二级标题也相差无几。这就给人造成一种错觉,似乎搞此类调查只需事先设计几个表格,到时填上具体数字,算算统计指标即可“大功告成”。我们以为,如果作者认为这是自己的“风格”,那无疑会限制自己的提高与发展;若是旁及大众,供人效仿,那就贻害不浅了。

(2) 近年来许多中学数学教改实验都程度不同地引入了“自学”这一环节,于是,教师讲一讲(引导);学生读一读(自学活动);教师按课堂反馈作针对性的讲解(释疑);学生再练一练(强化、巩固)等等,就成为数学课堂教学的一种客观模式,A老师可以这样做,B老师也可以这样做,尽管效果会有些差异,但步骤却大体相似。于是出现了这样的情况:几个相距遥远、互不联系的学校都在搞数学教改实验,都取得了一定成绩,又都写成了实验报告,不同的仅是甲校有五条经验,乙校有经验六条,而丙校则将之归并为一、二、三、四……更可怕的是,几乎每位作者都宣称这是自己的“首创”,于是模式化了的“教学模式”也就堂而皇之地满天飞舞了起来。

其实,任何学科教育都服从于教育自身固有的某些规律,一些自发的数学教改实验呈现出大同小异的状况自是情理中的事。问题在于实验者必须做个“有心人”,即不能只埋头搞自己的实验,也要了解相关、相近甚至相似的他人实验;不能满足于客观地记录实验过程,更要突出自己的实验是如何在继承与借鉴中创新的。为此,我们建议撰写调查报告或实验报告不妨分两步走:第一步先写一个比较完整、比较详细的“报告”,以供结题和汇报用;然后在此基础上提炼出体会最深、与众不同、可形成特色的东西写成短而精的论文。这种摆脱了模式化的干扰而形成的文章,肯定会受到读者的欢迎与赞扬。

行为的模式化常常会导致思想的僵化,这应该看成是数学教育研究与写作的一个大忌,愿你我共同警惕。



1.2.3 高等师范院校数学系自身的课改教改应对中学数学教育的深入发展起到促进作用

高等师范院校数学系是培养中学数学教师的母机,应该为中学数学教育改革提供从理论到实践、从人才到教材等多方面的支持。

近年来,许多中学数学教师,包括从教十几年乃至二三十年的老教师,在给《数学教育学报》的来稿来信中,结合自己成长的经验,推心置腹地对高师数学系课改教改提出了不少批评和建议,我们尝试着把它归纳整理成几条,并略作评析。

一、为什么高师数学系的课程离中学数学教学的实际越来越远?

这仍是近 50 年来学术性与师范性之争的延续。争论的双方各执一端,较少有共同语言。

应该看到,高师数学系尤其是层次较高、实力较强的师范大学数学系,有着既培养中学数学教师又输送基础数学研究人员的双重任务。为了处理好这一矛盾,近年来部分院校正在积极探索“分流”的措施,实践证明这是有效的、可行的^①。但也不可否认,确有一种只追求数学的学术性而轻视数学教育的空气在弥漫,以致 40 年前出现的一种论调再次抬头。持这种观点的人认为:高校数学系毕业生参加中学教学工作的前二三年是师范学院的学生受欢迎;三五年后师范大学的毕业生唱主角;而最终成为学科带头人的是综合大学数学系毕业生。而许多中学数学特级、高级教师则针锋相对地指出:并非数学课程学得越多越深越有利于中学数学教学。

高师数学系的课改教改是一项艰巨的系统工程,既要大胆又要谨慎,但无论怎样改都不应脱离以培养中学数学教师为主要目标这一事实。因此多听听受教于高师数学系又成长为优秀中学数学教师

① 姚林. 关于高师数学教育的现状与改革的思考. 数学教育学报, 1998(4)

② 武锡环, 等. 调整课程结构办出师范特色. 数学教育学报, 1998(4)

