第二届和平利用原子能国际会议文献

可控制热核反应

1

中国科学院原子核科学委員会編輯委員会編輯
科 学 出 版 社 出 版

目　　录

P/2　　泽塔装置的一些理論問題……(1)

P/1708　在收縮放电中一个不稳定性的液态导体模型……(12)

P/1765　放电中的热核反应率……(15)

P/1861　静止的收縮放电……(22)

P/2300　等离子区高頻振盪的理論……(24)

P/2347　放电管中一个适用的氣載荷装置……(39)

P/2348　全金属的放电管壁……(42)

泽塔装置的一些理論問題†

湯普遜 (W. B. Thompson)* 爱德华 (S. F. Edwards)**
胡巴德 (J. Hubbard)* 罗伯茨 (S. J. Roberts)*

这篇文章分成三部分. 第一部分探討这样一种假說的后果,即泽塔(ZETA)装置产生了一个由捕陷軸向場所稳定的收縮放电. 在这种情况下, 稳定性是通过表面电流层的磁場方向迅速改变的后果,因而重要的是电流应被限制在一薄层中. 这就要求放电是由很热的、完全电离的气体构成,否則,場將迅速地混合起来,而稳定性也就丧失了.

第二部分考虑了当平衡条件破坏时將会发生的事. 这并不一定造成气体在壁上的損失,因为有一种不稳定性相应于气体的一种整体的运动,而这运动着的气体可以仍然是被約束的. 在这个过程中由部分捕陷軸向場所产生的部分稳定性和壁中因气体中的运动电流而感应的鏡象电流都是重要的. 与这一种系統相联系的数学問題是最繁杂的,但是一个特别簡化了的問題已由湯普遜和爱德华利用分析方法、罗伯茨和柯蒂士(A. Curtis)利用数字計算技术研究过了.

第三部分里討論了輸运系数, 这在放电的加热和保持稳定状态中起着重要作用. 关于这些量的数值并沒有完全一致的意見,而在某些重要的情况下新的現象变得很重要. 在这里,等离子体內电場的漲落关系很大,我們发展了一种分析方法,这方法表現了場漲落的作用.

1. 泽塔装置的加热

在这一部分里我們試图只利用最簡单的电离、焦耳加热和磁压縮的概念对泽塔装置中发生的过程給出一个理論的描述.

下面我們把放电过程分成三个阶段来考虑. 首先是电离和加热的初始阶段, 它一直持續到軸向电流大到足以把放电完全自壁上拉开为止. 这发生在由軸向电流产生的方位磁場等于軸向場(180 高斯)的时候. 在一直径 50 厘米的管中, 这发生在电流 45,000 安培、脉冲开始 150 微秒以后. 其次有一收縮阶段, 这在泽塔装置中所用的相当低的电場下大約持續 2 毫秒. 最后,收縮放电为欧姆耗損所加热,电流变寬,同时方位及軸向磁場混合,直到稳定性丧失.

---

* 联合王国哈威尔原子能研究所原子能管理局 (U.K. Atomic Energy Authority, A.E.R.E. Harwell).
** 伯明罕大学数学物理学系 (Department of Mathematical Physics, Birmingham University).
† "第二届和平利用原子能国际会議文献"編号 A/CONF. 15/P/2, 联合王国,原文为英文.

第 一 階 段

在主电压脉冲加上泽塔装置之前，有很小程度的电离，这或者是由高頻放电、或者是由約2000 安培的直流电流产生的. 在任一种情况下，初始电离大約为 0.1%，由于标准的初始压力是⅛微米的氘气(大約相当 5×10^{12} 氘分子或 10^{13} 氘核/厘米^3) 我們可以期待初始离子密度約为 10^{10}/厘米^3. 这密度因为較小，可以防止初始电流到放电中心去. 最初，电流受到慣性效应的限制，而磁場滿足下列形式的方程

$$-\nabla^2 H \simeq 4\pi \frac{ne^2}{mc^2} H. \tag{1.1}$$

初始滲透深度 $l = \left(\frac{mc^2}{4\pi ne^2}\right)^{1/2}$，約为 5.3 厘米.

在和放电第一阶段相联系的計算中，等离子区中的內电場有着最重要的作用，因为它决定了粒子將要得到的能量，因而也就决定了原子的弹性散射、电离和激发截面的合适的值. 为了决定电場，首先要計算初始电流增长率之值. 这可由下式得到：

$$\frac{d}{dt}(\mathfrak{L} I) + \mathfrak{R} I = V,$$

其中 $\mathfrak{L}$ 和 $\mathfrak{R}$ 是綫路中的电感和电阻，而 V 是所加的电压. 这可用滲透深度表示为

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\mathfrak{L}_e + 2l(t)\frac{L}{R}\right) I\right] + \frac{4L}{R}\frac{dl}{dt} I = V, \tag{1.2}$$

其中 L 和 R 是圓环的长度和半径，而 $\mathfrak{L}_e$ 是和圓环外边磁場变化相联系的电感. 方程(1.2)之解是

$$I = \frac{1}{\mathfrak{L}_e} \frac{1}{[1+\alpha(t)]^3} \int [1+\alpha(t)]^2 V dt, \tag{1.3}$$

其中

$$\alpha(t) = \frac{2l(t)}{\mathfrak{L}_e}\frac{L}{R}.$$

电場強度由下面公式导出：

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t}.$$

如果我們假設最初 $\frac{\partial E}{\partial x}$ 可以用 $\frac{E}{l}$ 来代換，又由于 $\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{2}{R}\frac{\partial I}{\partial t}$，上式变为

$$E = -\frac{l}{c}\frac{2}{R}\frac{\partial I}{\partial t}. \tag{1.4}$$

因为 $L_e \simeq 3$ 微亨，而 $L \simeq 1000$ 厘米，$\alpha \simeq \frac{2}{3}\frac{l}{R}$ 再由方程 (1.3)发現在所加电动势是 2 千电子伏时初始电流增长率 $\frac{\partial I}{\partial t}$ 大約为 10^9 安培/秒. 从方程(1.4)求得內电場約为 0.21 伏/厘米.

因为电子的平均自由程大約为 $\frac{1}{10^{-16} \times 10^{13}} = 10^3$ 厘米，一个电子在碰撞时的能量約为 210 电子伏. 氫中的电子在这个能量下的截面是 (Massey 和 Burhop, p. 170)[1]：

---

1) Massey H. S. W. and Burhop E. H. S., Electronic and Ionic Impact Phenomena Clarendon Press, Oxford, 1952.

弹性散射	$\sigma_e \simeq 0.153\ \sigma_0$,
激发	$\sigma_{ex} \simeq 0.51\ \sigma_0$,
电离	$\sigma_i \simeq 0.68\ \sigma_0$,

其中 $\sigma_0 \simeq 0.8 \times 10^{-16}$ 平方厘米[1].

这里我們假定氖分子的电离截面是一个原子电离截面的二倍而分解截面接近于激发截面.

作第一次碰撞所需要之时間近似为 $\frac{1}{3}$ 微秒，而电离以一初始速率 $\frac{dn}{dt} \simeq \frac{1}{\tau} n$ 进行. 因为 $\tau = 1$ 微秒，电离很快上昇，我們必須討論电导率变化很快的系統中的电場. 我們必須解

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{4\pi\sigma(t)}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{1.5}$$

用 $s = \int \frac{c^2}{4\pi\sigma(t)} dt$ 代換变数 t，方程(1.5)簡化为

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial H}{\partial s}. \tag{1.6}$$

然而，表面上的边界条件却变得麻煩了一些，解近似地是

$$\left.\begin{aligned} H(x,s) &= H(0,t)(1 - \operatorname{erf} x/2\sqrt{s}), \quad \text{当 } x/2\sqrt{s} \text{ 小时}; \\ &= H(0,\tau)e^{-x^2/l_0^2}(l_0/x)^4, \quad \text{当 } x/2\sqrt{s} \text{ 大且 } t/\tau \text{ 大时}, \end{aligned}\right\} \tag{1.7}$$

其中 $l_0 = \left(\frac{c^2\tau}{4\pi\sigma(\tau)}\right)^{1/2}$ 是 $t = \tau$ 时的滲透深度，等于 25 厘米.

任何时刻表面附近的場是由表面場的瞬时值决定的，而等离子区深处的場則主要是电导率变大之前早期遺留下来的.

同时，可以解下面方程来估計粒子能量：

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\langle v_{\parallel}\rangle + \frac{1}{\tau_1}\langle v_{\parallel}\rangle &= \frac{e}{m} E, \\ \frac{d}{dt}\langle v_{\perp}^2\rangle &= \frac{f}{\tau}\langle v_{\parallel}^2\rangle, \end{aligned}\right\} \tag{1.8}$$

其中 f 是經历一次碰撞后可用于垂直場运动的能量的剩余部分，τ_1 是碰撞时間，而 $v_{\perp}$ 及 $v_{\parallel}$ 是速度垂直和平行于場的分量.

由方程(1.8)，在时間 t 内平均能量 $\varepsilon = \frac{1}{2} m\langle v_{\parallel}^2\rangle + \frac{1}{2} m\langle v_{\perp}^2\rangle$ 是

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &\simeq \frac{1}{2}\frac{e^2}{m} E^2(x,\tau)\tau^2 f e^{-t/\tau} \quad \text{中心附近}, \\ &\simeq \frac{1}{2}\frac{e^2}{m} E^2(x,\tau)\tau_1^2(1+f) \quad \text{边緣附近}. \end{aligned}\right\} \tag{1.9}$$

把适当的数值代入方程(1.7)及(1.9)，我們发現，在气体电离了約 10% 时，离子得到的能量平均約 150 电子伏，电子在經历了多次非弹性碰撞后得到的能量近似地为 80 电子伏. 甚至在电場降低以后，粒子也还能把电离度增加到 50%，同时离子温度降至 20 电子伏. 这发生在最初

1) 原文作 0.8×10^{16} 平方厘米，疑是誤印——譯者.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

60 微秒，此后方位場上昇至可和軸向場相比拟之值，滲透深度降低了，粒子沿着磁力綫的直接加速相对說来变得不重要了；然而温度由于焦耳加热而繼續上昇，所以

$$T = T_1\left[1 + \frac{H_\theta^2(0)}{8\pi nkT_1}\sqrt{\frac{3}{4}\frac{t}{t_p}}\right], \tag{1.10}$$

其中

$$t_p = \frac{4\pi\sigma_1}{c^2} l_0^2, \quad \sigma_1 = \sigma(T_1).$$

因为 $H_\theta(0) = 180$ 高斯，$T_1 \simeq 15$ 电子伏，由方程(1.10)我們发現，最終温度大約是每粒子 20 电子伏，最終滲透大約是 1.6 厘米.

第 二 階 段

在第二阶段中，放电由于方位場增加而收縮. 因为崩潰时間大約是 1 毫秒，而流体磁波的速度近似为 10^7 厘米/秒，发生了崩潰还能保持压力平衡. 和磁压力相比而忽略气体压力，我們就能得到关系式

$$\frac{R}{r}\mathcal{E} = \frac{2cL}{RH_{z0}}\int E(t)dt.$$

如果我們引入一个平均过的电場 $\langle E\rangle$ 及一长度 R^*，以使外部电感可以写作 $L\ln R^*/R$，我們就得到了 t 时刻等离子区柱体的半径 r 的表式：

$$\frac{R}{r}\ln\frac{R^*}{r} = \frac{1}{t_c}\int\frac{E(t)}{\langle E\rangle}dt, \tag{1.11}$$

其中 $t_c = \dfrac{RH_{z0}}{2c\langle E\rangle}$.

因为电压在大約 2 毫秒内由 1 千伏/米降至零，最終半径 $r_f \simeq \frac{1}{3}R$，而 $I\max \simeq 150$ 千安. 同时，温度由于絕热崩潰昇至約 80 电子伏.

計算中完全忽略了焦耳加热. 如果把密度和温度变化取作时間的函数，就可以把它包括进去. 我們引入变量 $\frac{1}{2}\xi^2 = \int_0^r \frac{\rho}{\rho_0} r dr$ 及 $s = \int_0^t \frac{c^2}{4\pi\sigma(t)}\frac{\rho}{\rho_0}dt$，其中 ρ_0 是初始密度. 这样我們发現 H_z/ρ 及 $H_\theta/\rho r$ 满足以 ξ 及 s 为变数的簡单的微分方程，其中，由方程(1.11)，s 可以写作 r 的函数：

$$s = \frac{c^2}{4\pi\sigma_1} t_c \frac{R}{r}\ln\frac{R^*}{r}.$$

我們可以計算出压縮过程中磁能的耗損并发現足以使每个气体粒子能量增加大約 50 电子伏. 虽然这几乎使气体温度增加一倍，它在动力学上只有可忽略的效果，动力学仍然是由磁場效果所决定的.

这样，在崩潰的終了我們有大約每个粒子 130 电子伏特的能量，这相当于 1.4×10^6 °K 的温度.

第 三 階 段

在第三阶段中，由于欧姆耗損，增加了更多的热量. 如果热損失可忽略，而且热传导率很

高，我們可由下面表式求出溫度的增加

$$\left(\frac{T}{T_2}\right)^{5/2}\left(\frac{T}{T_2}-\frac{7}{5}\right)+\frac{2}{5}=\left[\frac{2}{3\beta}(1.5+1.62\,b_i^2)\right]^2 t/t_2,$$

其中

$$t_2=\frac{4\pi\sigma_2}{c^2}l_0^2\quad[\sigma_2=\sigma(T_2)],$$

$$\beta=\frac{8\pi}{[H_0(r_f)]^2},$$

$$b_i=\frac{H_z}{H_0(r_f)}.$$

因为 $\beta=0.4$，$t_2=0.25$ 秒，$b_i\simeq 1$，我們发現，在 0.2 毫秒內，T 增加了 $0.3\,T_2$，在此时間內，場滲透了总半径的 1/10.

軸射能量損失

在上面所做的溫度估計中，我們考慮了未电离的氣的輻射損失，但沒有考慮到軔致輻射能量損失和存在的杂質的輻射．其中的第一項是可以忽略的，因为它近似地不大于 2×10^{-3} 瓦特/厘米^3，这相应于約 100 电子伏/电子/秒，但是第二項就严重多了．主要的杂質是氧和氮，可能还有鋁，这些原子在溫度为 100 电子伏左右是不完全电离的．然而氧和氮在 50 微秒內很快地电离到K层，此时激发能級太高，而在 100 电子伏不易被激发．这样，这些原子輻射出的能量是在和电离竞爭过程中輻射出去的，并且看来对氧来說不会大于 400 伏特/原子，对氮来說 250 伏/原子．

由于这些杂質所造成的能量損失近似为 $650c$ 电子伏/电子，其中 c 是氧和氮的浓度．对鋁說来，情况就很不一样．此处 Al X 及 Al XI 的浓度大約是鋁总数的 0.4 及 0.25．这两种离子有位置很低的能級[1]，最強譜綫的能量为 37 电子伏及22电子伏．这些能級的激发时間的数量級为十分之几微秒，因此每个电子的能量損失近似为 $4\times10^3\,c_{鋁}$ 电子伏/毫秒．所以如果鋁的浓度較 1% 超过很多，就会构成严重的能量損失源．

由下述的观察得到了总輻射損失的估計，即空气浓度在 10% 以下的变化并不严重影响溫度，但当浓度为 20% 时則改变得很厉害．这提供了脉冲輻射的能量的数量級是 150 电子伏/电子．但是，如果計算了由焦尔加热得到的能量，保持溫度不变为 100 电子伏，发現脉冲中近似为 180 电子伏/电子，这样就补償了那項輻射損失．这样真实的溫度或許是在 10^6 °K 的范围．这和多普勒 (Doppler) 在 OIV 及 OV[2] 中的測量并不一致，但是既然这些离子的寿命很短，他們是不是处在热平衡是可怀疑的，并且它們的运动或許是径向电位 ϕ 的效果，它和溫度有 $\phi=(\kappa T/e)\ln(n/n_0)$ 的关系．可以容易地設想一个能給出粒子所需要作的运动的过程．

估計溫度的另一方法是比較电流通道的表观电阻（近似为 1.6×10^{-3} 欧姆）与假設在 10^6 度下电离的、电流限制在 1.5 厘米的表面层的气体的估計值（电阻值近似为 0.8×10^{-3} 欧姆），这里并沒有严重的歧离．

---

1) C. W. Allen, Astrophysical Quantities, Athlone Press, London, 1955.

2) P. C. Thonemann, E. P. Butt, R. Carruthers, A. N. Dellis, D. W. Fry, A. Gibson, G. N. Harding, D. J. Lees, R. W. P. McWhirter, R. S. Pease, S. A. Ramsden and S. Ward, Production of High Temperatures and Nuclear Reactions in a Gas Discharge. *Nature*, **181**, p. 219, 1958.

逸 散 离 子

其次一个必須考虑的問題是中子的产生，它远远超过 10^6 度时的热核通量，也远远超过多普勒温度 2—3 × 10^6 度时的热核通量，因之我們必須認为中子并非来自热核反应．在气体压力貢献很小、而压力平衡存在于方位磁場和軸向場之間的裝置中，电流沿着場綫有一相当大的分量，因此能够加速粒子．然而由于速度受到碰撞的限制，对大多数粒子說来，只能产生很低的速度，但是如果电場足够強，粒子就开始逸散，这就是說，能从电場得到大量能量，因为碰撞截面随着速度的增大而減小．即使在弱場中，一些沿着适当方向以足够大的速度运动的粒子也会沿着場綫而逸散．吉布逊（Gibson）和东曼（Thonemann）[1]已討論过电子的情况，但是对离子說来也可发生类似的过程．这里并沒有眞正的逸散，因为离子的速度終归要受到和电子碰撞的限制，但是这只在离子速度和散乱电子速度可以比拟时才发生（在我們情况下是～400 千电子伏的离子）．弱場的意义在計算完动力阻抗之后就会了解．我們发現，具有約十倍于平均能量的粒子中有相当的一部分可以逸散．这比例近似是存在粒子的 4 × 10^{-6}，并且只有那些处在磁場变化区的粒子有可能逸散．无論如何，我們在放电中可以很容易地找到 10^{14} 个快粒子．这些粒子能在 1/2 毫秒的时間內得到約 20 千电子伏的能量，并能产生近似为 10^9 中子/秒的通量，这和观測到的通量相去不远．在放电的早期，电場更強一些，逸散离子更容易出現．这样我們可以有足够的逸散离子以产生观測到的中子通量．

2. 等离子体湍流

第一节中所呈現的等离子体图象在下述一点上和实驗严重地相矛盾．我們已在放电中加入了探測綫圈来測量磁場，并且发現，虽然軸向場是陷捕的，方位場却深入到放电区去，并給出一个均匀的体电流，而不是表面电流层．第一节里忽略了第一阶段中气体的运动，而这是应当发生的，因为早期电导率低到能够使电离了的气体扩散通过軸向場；但这只在最初几微秒內是可能的，而且在电导率达到一个高到能够使軸向場陷捕气体之前，很难看出軸向电流密度如何可能超过 5 安培/厘米^2．压縮能使它放大，但体电流仍占总电流的一小部分．

此外，观測到的場状态的表观稳定性是不清楚的．泰勒（Tayler）[2]曾研究对有限电流通道稳定性的影响，并指出所观測的場应当是不稳定的，因之我們必須考虑到泽塔中的放电实际上是不稳定的这样一个可能性．不稳定性不一定意味着向壁上的大量損失，因为不稳定性的增长既可能受到非綫性效果，也可能受到象电流的限制．如果这受到限制的不稳定性眞的增加，等离子体的运动就决定于和不稳定平衡状态的小的无規則的歧离，并且可以期待表現出某些湍流的特性来．如果等离子体是湍流的，則場的大量混合和离子迅速得到能量就都不足为奇了．更进一步說，由于初始条件无規則的本性，我們应当寻求关于运动的統計的知識．要处理这个問題，完全需要流体磁湍流的知識，而这是沒有的，因此我們只限于討論运动的一个簡单模型．如果等离子区作为整体运动而不改变其截面（只考虑 m＝1 型），我們就可以不管流体力学的問題，而只要去理解在导电管中蠕动电流通道运动的統計性質．

最簡单地处理問題的方法是除去軸附近以外，还把壁看作起决定性作用的，这相当于把放

---

1) Gibson, A., Runaway Electrons: Tergo Congresso Internazionale Sui Fenomeni D'ionizzazione nec' Gas. p. 365, 1957.

2) Tayler, R. J., 未发表.

电看作是直的．这样我們就可以討論軸向电流通道的运动，它自軸处以某一初速度散开．然后通道就在壁之位場中运动，当通道位于任何位置时，这势位正比于該处的电感．如果平均能量已知时我們要求系統的統計性質，可以利用統計力学的方法，并求得发現电流通道处在 r 附近单位体积內的几率为

$$P(r)rdv = \exp\left(-\frac{I^2L(r)}{\kappa T}\right),$$

其中 κT 是能量平均值，而 $L(r) = \log(1 - r^2/R^2)$ 是电流通道在距中心 r 处的自感和在軸上自感的比值．这可以写成

$$P(r)rdv \simeq \frac{\gamma + 1}{\pi R^2}(1 - r^2/R^2)^\gamma rdr,$$

其中 γ 是和 1 相差不多的常数．它是估計放电受到 $\sin kx$ 形的扰动时所获得的能量得到的．作用力为

$$F = I^2ak^2\sin kx\ln 2/kr_0 - I^2\frac{a\sin kx}{R^2 - a^2\sin^2 kx},$$

并且当位移 y 由下式給出时它改变符号：

$$y^2 = R^2\left[1 - \frac{1}{k^2R^2}\ln 2/kr_0\right].$$

故所得之能量为

$$\sim\frac{1}{2}I^2\left[\frac{1}{2}(k^2R^2\ln 2/kr_0 - 1) - \ln(k^2R^2\ln 2/kr_0)\right].$$

这必須对容許譜求平均以得到：

$$\gamma \simeq \left\{\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}k_0^2R^2\ln\frac{2}{k_0r_0} - 1\right) - \frac{1}{2}\ln(k_0^2R^2\ln\frac{2}{k_0r_0})\right\},$$

其中 k_0 是 k 的适当的平均值，如果各方式是独立的，它恰好就是 $k_{\max}$，即 k 的最大可能值．

可以更加仔細地处理这个問題，即考虑曲綫的形状．和弯曲电流通道相联系的能量取决于曲綫的形状，所以我們如果把配分函数写作 $\exp(-\mathscr{H}/kT)$，$\mathscr{H}$ 一定决定于电流通道所在的曲綫 $r(s)$ 的形状．配分函数因此是通道形状的泛函．实际上，位能可以写为

$$V(r(s)) = \frac{H_z^2}{8}r_0^2\int ds\left[\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2\right]^{1/2} -$$

$$- \frac{I^2}{2}\int\frac{d\boldsymbol{r}_1d\boldsymbol{r}_2}{|r_{12}|} + I^2f(r_1),$$

其中这些項表示了由于軸向陷捕場而引起的张力，沒有壁时的自感还有表示壁之象效应的項．要处理它，我們可以将 $r(s)$ 作富氏变換，并展开 V 而保持主項．我們写出

$$y(x) = \sum y_k\sin kx, \qquad z(x) = \sum z_k\cos kx.$$

于是 $V(y_k) = -\sum_k[(aK_0(kr_0) - b)k^2 - c](y_k^2 + z_k^2) +$

$$+ d\sum_{k,j}(y_k^2y_j^2 + z_k^2z_j^2) + \cdots,$$

其中 r_0 是放电半径，它必須是有限的，以避免自感中有奇点；而 K_0 是改正的第二类貝塞尔函数．

泛函分布函数的形状为

$$P(y)d^Fy = \exp\left\{\sum_k F(k)(y_k^2 + z_k^2) - d\sum_{k,j}(y_k^2y_j^2 + z_k^2z_j^2) + \right.$$
$$\left. + \cdots\right\}\Pi dy_k\,dz_k.$$

实现这一分析的可能性取决于下面的事实：对于足够大的 k，$b > aK_0(kr_0)$；而对于足够小的 k，$c > k^2(aK_0(kr_0) - b)$。因此，只有在 k 的有限范围内存在着不稳定性，而在固定的 k、值由 d 表示的非线性墙壁项終将起决定性作用。由于这些效果势位 V 除去在 k 及 y_k，z_k 的有限范围外都是正无限大，这就意味着这种場的状态存在着一种平衡螺綫。这样的状态在这一点上是更接近于人为的，因为在模型里只有軸向陷捕場，而沒有外部軸向場。为了求得找到通道中心处在固定点 $Y(x)$，$Z(x)$ 的几率，我們必須估計泛函积分

$$\int\delta(Y - y)\delta(Z - z)P(y, z)d^Fyd^Fz,$$

但是这估計不是直接的，选择的进程是在 P 阶段把問題綫性化。我們引入近似 $V = V_0$，并在最初規定 V_0 选作 J 的泛函，这泛函的平均值是我們要求的，这样，对 $P(V_0)$ 求平均值，就給出了正确的数值，即

$$\langle J|0\rangle = \frac{\int J\exp(-V_0)}{\int\exp(-V_0)} = \langle J\rangle = \frac{\int J\exp(-V)}{\int\exp(-V)}.$$

如果我們写成 $V = V_0 + V - V_0 = V_0 + V'$，展成 V' 的級数，并只保留綫性項，我們得到了 V_0 的积分方程

$$\langle J|0\rangle\cdot\langle V|0\rangle = \langle JV|0\rangle.$$

利用 V_0 的二次型解出积分方程，发現解取决于含 d 的項。如果总和 $y_k^2\sum_{j\neq k}y_j^2$ 远大于 y_k^4（这在許多方式都是激发了时是可能的），我們可以用 $\sum y_j^2$ 的平均值来代替 $\sum y_j^2$，并得到如下形式的径向分布函数的表式：

$$P(r)rdr\sim\exp(-Kr^2/R^2),$$

其中

$$K = \left(\frac{8d}{N\kappa T}\right)^{\frac{1}{2}}\left[1 - \frac{1}{2}\frac{1}{N\kappa T}\left(\frac{8d}{N\kappa T}\right)^{\frac{1}{2}}\int F(k)dk\right] =$$
$$= \frac{2I}{\sqrt{\langle E\rangle}}\left[1 - \frac{I}{\sqrt{\langle E\rangle}}\frac{\{\langle(I^2\ln K_0(kr_0) - H_z^2r_0^2)k^2R^2\rangle + I^2\}}{\langle E\rangle}\right].$$

为了研究螺动放电的性質，我們进行了計算实驗。在 k 的大部分范围内作用于放电上的力正比于曲率，并指主法綫的方向，即

$$F(r(s)) = CI^2\frac{d^2r}{dl^2}n + F_{\text{壁}}.$$

这里量 C 并不真是一个常数，但是如果包括了一个軸向場，它在曲率大时就变成負值。我們可以在大的曲率出現时就把它去掉来表現这一效应。如果我們要求在 $r(s,t)$ 处电流通道的一个单元的运动，可以写出

$$\rho_0\frac{d^2r(s)}{dt^2}ds = CI^2\frac{d^2r}{dl^2}n\frac{dl}{ds}ds + F_{\text{壁}}.$$

墙壁力可以写成簡单的形式：每平行墙壁位移单位距离为$\frac{I^2}{2}\left\{\frac{1}{R-\rho}-\frac{1}{R+\rho}\right\}$[其中$\rho=(0, y, z)$]，方向是沿着墙壁法綫在垂直于电流通道平面上投影的方向．这些方程用分析法来处理会特别困难，但用一个計算机作数值处理則是十分簡便的（这計算机要有足够大的儲存，以便能儲存所需的知識，来足够准确地表示出曲綫的位置和速度，从而决定曲率）．

运算由于計算有不稳定性而变得复杂起来，这不稳定性在某些情况下变得很重要，甚至掩过了分析的短波长不稳定性．它是可以識别的，因为它随着計算的阶数而增加，而物理的不稳定性則随着时間的消逝而增加．所以改变計算阶数的大小，不稳定性就可以改变．要消灭数学上的奇点及曲率很大时物理上的奇点，应用了一个平滑公式以使$r(s)$中出現的最高級諧波衰減．应用了这样一个平滑公式，并經过相当粗略的积分过程，就发現了一个結果既不和运算阶数、也不和平滑公式本性有关系的区域，在这样的区域里，数值解确实表示运动近似方程的一个解看来是合理的．

利用这一过程，我們以300或100个点在5到15倍特征不稳定上昇时間之內跟随了长度为L，在半径为$L/10$的圆柱內的电流通道的运动．选了几个无規則的小数目来表示初始位置和速度最初四个富氏分量的振幅和位相作为初始条件，并用了平滑公式来衰減所有超过15級的諧波．应用了这些条件，曲綫并沒有表示出尖銳的曲折，而保持很好的平滑性．結果是由下述方法得到的：

a）計算在每十分之一时間阶段內通道的径向分布函数；

b）在每一阶段将300或100个坐标点在一个屏上示波，照相，并利用胶卷来显示計算出来的运动．

一些典型情况的結果表示在图1和图2中．

在計算的最后分布函数并未完全稳定，而在距中心約$\frac{1}{3}R$处有一前后振盪的峯．这峯值分布函数并不象高斯形，但用分析方法所能得到的就是高斯形的．这是因为高斯型只有在能量几乎均匀分布于各种方式之中时才出現，而在我們計算中或者还沒有达到足够的能量分布．

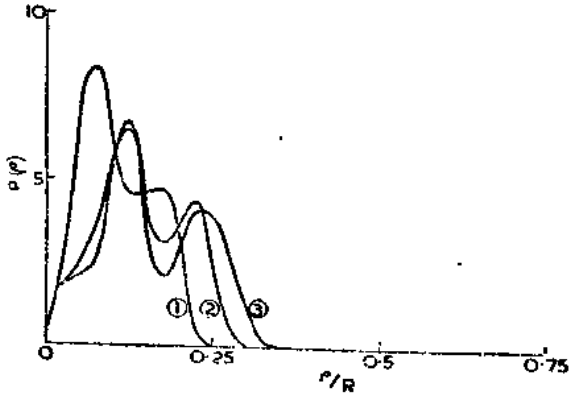

图1．在下列諧阶段內时間罢开中几率分布$P(\rho)$（对10个时間阶段平均）和半径ρ/R的关系：①190—200时間阶，②290—300时間阶，③390—400时間阶

3. 輸 运 系 数

如果放电是湍流的，等离子体中的局部場可以和热平衡时的場非常不同．因为正是这局部場决定了粒子軌道的歧离，因此也就决定了輸运性質，我們应当发展一种能表現这些微場作用的討論輸运过程的方法，因此这方法应能被推广至热平衡以外的情况中去．在接近这个問題时，我們考虑了一个特殊簡单的問題，电子通过強磁場而扩散，但是在处理时用了能够表現这些微場作用的方法，并特别小心地处理了力的长程分量．

磁場看作如此之強，溫度如是之高，而密度又如是之低，以致拉摩半径$\frac{\langle v\rangle}{\omega H}$远小于德拜长

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

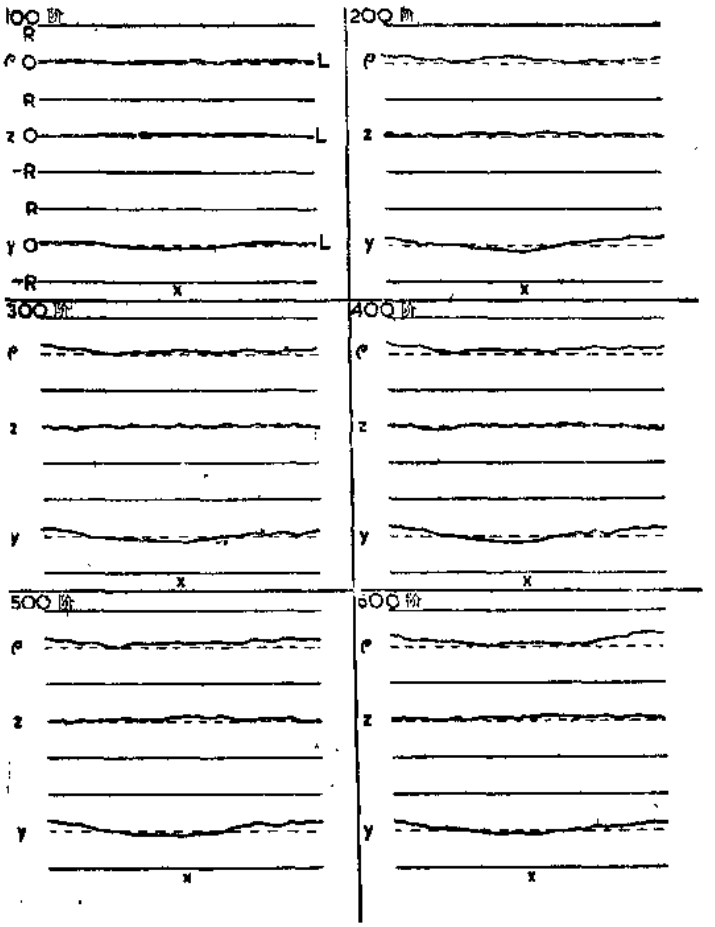

图 2　放电中不稳定性的时间展开

度 $\frac{\langle v\rangle}{\omega_p}$，即迴轉磁化頻率 $\frac{eH}{mc}$ 远大于等离子体頻率 $\omega_p=\left(\frac{4\pi ne^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$，或 $nmc^2<\frac{H^2}{4\pi}$. 由此引入的很大的簡化在于：在合理的近似內，粒子絕热地在一有漲落的微場內运动，即 $v=(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})c/H^2$. 为了要得到扩散，我們要求 $\frac{d}{dt}\langle\delta x^2\rangle$ 的平均值、单位时間內粒子位置的均方歧离. 写下下式，我們就可得到此值：

$$\dot{x}=v(x,t)=-c\frac{\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{E}(x,t)}{H^2},$$

这可以写成

$$\dot{x}=-\frac{c}{H^2}\sum_{k,\omega}\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{E}_{k,\omega}e^{i(\omega t-k\cdot x)}$$

我們取近似，在指数中我們可以写下

$$x(t)=x_0+v_{\parallel}t$$

其中 $v_{\parallel}$ 是粒子运动沿磁場的分量. 于是

$$\delta x=\frac{c}{H^2}\sum\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{E}_{k,\omega}\frac{e^{i(\omega-k_{\parallel}v_{\parallel})t-ik\cdot x_0}}{i(\omega-k_{\parallel}v_{\parallel})}.\tag{3.1}$$

假設 $\boldsymbol{E}_{k,\omega}$ 平行于 $\boldsymbol{k}$，即只有庫仑場是重要的，t 很大时使(3.1)式自乘并取电場分布的系綜平

均，就得到

$$\langle \delta x^2 \rangle = t \frac{e^2}{H^4} \sum_{k,\omega} (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{k})^2 \langle E^2_{k\omega} \rangle \delta(\omega - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v}). \tag{3.2}$$

这归結为計算 $\langle E^2_{k\omega} \rangle$ 的問題，即电場譜的問題．直到現在分析还是和粒子分布无关，因此对湍流及平衡情况同样适用．然而对于湍流系統，我們还沒有計算 $\langle E^2_{k\omega} \rangle$ 高頻成分的任何办法，在現阶段只考虑了处于热平衡的系統．在这种情况下，我們可以借助于广义尼奎斯特定理[1]，并将漲落場譜写作

$$\langle E^2_{k\omega} \rangle = \kappa T R(\omega, k),$$

其中 $R(\omega,k)$ 是等离子体的导納，这是由复介电常数 $\varepsilon(\omega,k) + i\sigma(\omega,k)$ 通过下式給出的：

$$R(\omega,k) = \frac{4\pi}{\omega} \frac{\sigma(\omega,k)}{\varepsilon^2 + \sigma^2}.$$

計算等离子体（由不相互作用粒子組成）对所加电場的响应，可以得到介电常数的表式．如果波矢量很小，而且阻尼很小，場譜主要由因 $\varepsilon(\omega,k)$ 消失而产生的峯决定，这些峯表現了等离子体集体运动（等离子体振动）对譜的貢献．如果碰撞阻尼趋于零，就必需很小心地算出在共振处的极限过程，这样就发現了一个自然寬度，即这些粒子沿等离子体波行过时所产生的阻尼的一种后果．这表現了如玻姆（Bohm）和淄斯（Pines）[2]所描述的由一个簡单的快粒子产生等离子体振动波的反过程．在波数非常大时，阻尼項也非常大，漲落場主要决定于由于粒子自由运动而产生的粒子密度的变化，因此就还原为描述由于一般碰撞扩程的扩散的霍茲馬克場（Holtzmark）．

由格特森施坦（Gertsenshtein）[3]計算的磁場中介电常数之值可以用来計算場譜，而場譜又可用来計算扩散系数．初步的运算似乎表出它和用标准方法在強磁場极限下得到的具有同样的形状，并近似有同样的大小．

（苏大春譯　胡济民校）

1) H. Callen and J. Welton, Irreversibility and Generalized Noise *Phys. Rev.* **83**, 34 (1951).
2) Pines D. and Bohm D., Collective Description of Electron Interactions II., *Phys. Rev.*, **85**, 338 (1952).
3) Gertsenshtein M. E., Dielectric Permeability of plasma in a Stationary Magnetic Field, *J. Exp. & Theor., Phys.* **27**, 180 (1954).

在收縮放电中一个不稳定性的液态导体模型*†

达特勒(A. Dattner)， 雷勒特(B. Lehnert)， 倫德快斯特(S. Lundquist)

提　　要

为了研究收縮气体放电的不稳定性，我們作了一个成比例的放电柱液体模型. 这模型是一个自由垂直下降的水銀柱流. 这柱流輸送着直流电；我們利用它研究对于电磁干扰的稳定性. 用縱磁場和不用縱磁場时获得不同类型的不稳定性. 我們用一个每秒 3,000 幀的高速照象机进行攝照，底片显示了"香腸"的成长及側向的不稳定性. 本文討論气体放电收縮不稳定性的相似性質.

引　　言

十年来，收縮放电的稳定性問題，因为它对于研究控制聚变的重要性，得到了人們很大兴趣的鉆研. 許多工作者 (Cousins, Ware, 1951; Kurchatov 1956; Golovin, 1956; 以及其他許多人)都曾报导过实驗的結果，并指出收縮放电有傾向不稳定的显著趋势，这問題的理論方面曾由 Kruskal 和 Schwarzchild (1954), Taylor (1957), Shafranov (1957), Rosenbluth (1957) 等等討論过. 他們的討論結果指出，一个負載电流沿着管軸进行的离子气体柱不可能只由电流本身的磁場保持在局限状态中，必須用别的方法来稳定这个系統，例如用外加縱磁場及导电壁. 以上方法曾在 ZETA 机中被应用过——結果相当令人滿意.

但是为了了解問題的性質，我們希望能够很詳細地研究不稳定性的結构. 关于这一点，对于进行收縮气体放电实驗的物理学家們来說似乎是困难較多的，因为不稳定性是以高速发展的，并且它仅是来自夾杂物，而不是来自收縮气体的主体. 在本文中我們是用一个液态导体来避免这些困难的.

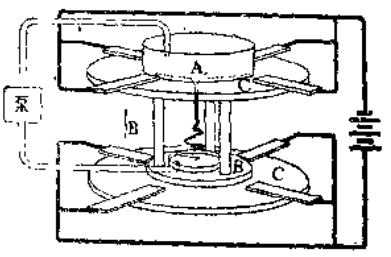

图 1. 仪器

仪　　器

在图 1 示出的是所用仪器的概图. 容器 A 貯有水銀，在他的底上有一圓孔. 液体由孔流出，产生一个直径为 4

* 瑞典斯德哥尔摩国立电力部，皇家工艺研究所，电子学系.

† "第二屆和平利用原子能国际会議文献"編号 A/CONF. 15/P/1708, 瑞典，原文为英文.

毫米、长为14厘米的圓柱形注．容器的底的构造是为了阻止涡流的形成．下面的容器B收集了下落的水銀，然后用泵将收集的水銀抽还到A．圓板C分别銲在A，B容器上，它們可以用为电流电路和水銀注之間的接头．引綫分布于板的四周，使束的附近不会有多大的磁場．图中A，B，C是銅制成的，支柱是絕緣体．电源是一个6伏的蓄电池．

整个仪器可以放在一个磁鉄內，沿軸的可变磁場可以达到8,000高斯．在实驗中所用的可变电流可以达到400安培．

实驗的进行

水銀的一个体积元由A到B經过的时間大約是0.15秒，在这时間內必須完成我們要研究的所有的过程．既然目力看不出这样快的过程，我們用了一个Eastman Kodak III型的高速照象机，它每秒可得底片3,300幅．水銀注是放在一个強的光源和照象机之間的．这样便拍出了水銀注的蔭影．

在研究一个收縮(放电)的时候，我們有时用或不用軸向磁場．用磁場的时候我們选择电流和磁強恰好使縱磁場等于或者是三倍于在水銀注边界的方位磁場．

結果的討論

图2和图3是两张有代表性的照片．图2示出沒有外加軸向磁場时出現的一种香腸式的不稳定性．这似乎是在这种情况下最普通的类型．虽然也有形变，但在大半的实例中对于軸向水銀柱却仍然維持着非常好的对称性；只是在几个个别实例中曾經观察到兼有香腸式的和紐結式的不稳定性．用200—350安培数量級的电流时，一个香腸式的不稳定性的特征成长时間，即从直径开始減小的瞬时到直径減小到二分之一的时間，大約是30—50毫秒．

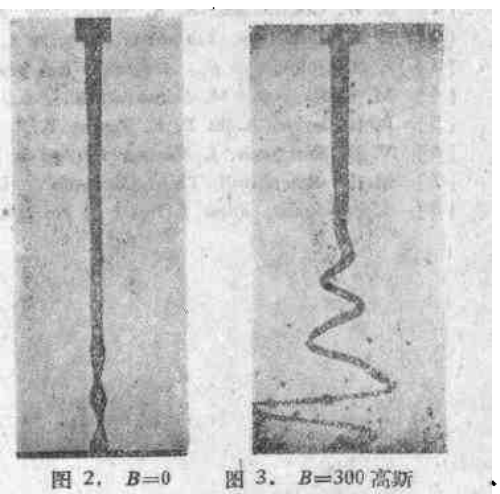

图2．$B=0$　　图3．$B=300$高斯

这样不稳定性的机械作用可以参考下面事实来作出定性的解释，就是柱的半径有局部縮小时会引起方位磁場的增加，因为$B\sim\frac{1}{r}$．其結果是引起向內的力$F\sim I.B$的增加，这又使直徑減得更多等等．在压縮的区域水銀是被向上和向下压迫的，这样使在收縮区的上下直径都增加了．在这区域的上边和下面可能有同类型的压縮出現，因而产生一串似乎近似球形的香腸．关于这一点不可忘記表面张力．图3示出在一个縱磁場內的过程．但在这条件之下，情况有所不同．要是水銀注不再与軸向平行的話，即产生一个作用于垂直于軸的电流部分的力．在垂直平面內一个半圓形的紐綫会向水平位置轉动，因为它的上部向一个方向轉，下部向相反的方向轉．一旦达到了近于水平的位置，所有的部分都要受到向外加速的力，一直等到它分裂时止．照片是正在这个时候拍的．我們可以說这注有形成这样一种形状的趋势，即这形状使它自己产生的磁場与外加的磁場平行．在电流为300安培、磁場为300高斯左右时，膨胀蜷綫的徑向速度大約是2米/秒．蜷綫的全长可以达到30厘米而不致破裂，这比一个直綫形自由下落同直徑的水銀注在分裂成微滴之前所能达到的长度还要长些．我們可以这样

解释：后者是在表面张力的作用之下分裂的，而在蜷线的情况之下张力不能足够迅速地发生作用．因为香腸型的不稳定性的过程太慢所以不易出現，但是在某些实例中也看見过沿着蜷线的香腸．

結　　論

研究的这些結果証明，在沒有外加磁場时，在水銀注中收縮式的动态与在一个电离气体中收縮式的动态非常相似．由于表面张力的稳定作用不大，因此不稳定性容易出現．

用外加磁場时情况比較复杂一点．侖德快斯特給出的場线扩散速度是

$$V=\frac{1}{\mu\sigma L_c},$$

式中　μ = 水銀的磁导常数 $= 4\pi\cdot10^{-7}\frac{\text{伏秒}}{\text{安米}}$，$\sigma$ = 水銀导电率 $= 10^6$欧姆$^{-1}$米$^{-1}$，L_c = 特征长度 $= 0{\cdot}5\cdot10^{-2}$ 米．

这样得到的 $V\approx200$ 米/秒，而扩散蜷线的徑向速度大約是 2 米/秒．因此磁力线可以由媒質中"逸出"而不会冻結在媒質中．这样的磁場沒有什么稳定作用．在将来的实驗中我們还要研究在水銀四周的导电壁的影响．

参　考　文　献

[1] S. W. Cousins and A. A. Ware, *Proc. Phys. Soc.* (London), A **64**, 159 (1951).
[2] I. V. Kurchatov, *Atomnaya Energiya* **1**, No. 3, 65 (1956).
[3] I. N. Golovin et al., *Atomnaya Energiya* **1**, No. 5, 26 (1956).
[4] M. Kruskal and M. Schwarzchild, *Proc. Roy. Soc.* (London), A **223**, 348 (1954).
[5] R. J. Tayler, A. E. R. E. Report T./R. 2262 (1957).
[6] V. D. Shafranov, *J. Nuclear Energy* **5**, 85 (1957).
[7] M. N. Rosenbluth, Third Congress on Ionization Phenomena in Gases, Venice, 903 (1957).
[8] S. Lundquist, *Arkiv f. Fysik* **5**, No. 15, 297 (1952).

（桂質廷譯　周如松校）

放电中的热核反应率†

H. 格拉德 (H. Grad)*

1. 引　　言

一个等离子区的电导率是由外加电場对于电子的麦克斯韦分布所产生的偏离算出的. 兰斯霍夫 (Landshoff)[1] 曾經根据 Chapman-Enskog 的理論用玻耳茲曼方程求出了这个問題的解, Spitzer 等[2] 用福克耳-普朗克 (Fokker-Planck) 方程也得出了解. 原則上我們可以用同样的方法来計算离子的分布,并从这个結果得出热核輸出. 但是如果这样做,离子分布的高速尾端是有决定性的, 而这不能用平常的方法来估計; 原因是用了綫性化(linearization)的方法. 我們假定电場 E 不大, 它所产生的分布 f 与麦克斯韦分布 $f^{(0)}$ 之間的偏离也是小的. "加力"的一項 $E\cdot\frac{\partial f}{\partial \xi}$ 为

$$E\cdot\frac{\partial f^{(0)}}{\partial \xi}=-\frac{E\cdot\xi}{RT}f^{(0)}$$

所代替[参考方程(12)]. 麦克斯韦分布的微扰在 $E\cdot\xi$ 小的时候、而不是仅只 E 小的时候才不会大. 碰撞的一項在玻耳茲曼或是在福克耳-普朗克的方程中是 f 的二次函数,它一般是这样綫性化的: $f=f^{(0)}+f^{(1)}$,

$$Q(f,f)\to Q(f^{(0)},f^{(0)})+Q(f^{(0)},f^{(1)})+Q(f^{(1)},f^{(0)}),$$

假定 $f^{(1)}\ll f^{(0)}$. 尽管 $f^{(1)}$ 的絕对值总是小的,我們会看到, 在分布的尾端微扰 $f^{(1)}$ 要比 $f^{(0)}$ 大得多.

若是我們利用福克耳-普朗克方程的某些特征和引入电子-离子的質量比值为一个漸近展开式,就能够避免这些困难.

2. 福克耳-普朗克方程

两个方程($i=+$和$-$)可以写为

$$\frac{e^i}{m^i}E_r\frac{\partial f^i}{\partial \xi_r}=\frac{\partial^2}{\partial \xi_r\partial \xi_s}\left(\frac{1}{2}b^i_{rs}f^i\right)-\frac{\partial}{\partial \xi_r}(a^i_r f^i)\equiv J^i, \tag{1}$$

---

* 美国紐約大学数理科学研究所。

† "第二屆和平利用原子能国际会議文献"編号 A/CONF. 15/P/1765, 美国,原文为英文.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com