

高等数学 (同济五版)

学习指导与习题

QUANJIE

全解

雷发社 黄璞生 主编

陕西科学技术出版社

学好高等数学的良师益友

- 各节内容精要
- 课后习题全解
- 常考题型分析
- 考研题目精解



高等数学 (同济五版)

学习指导与习题全解

主编	雷发社	黄璞生	
编者	金海红	杜建丽	侯奠社
	李毅君	郝修清	杨艺芳
	王建刚	付瑞琴	刘孝艳

陕西科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(同济五版)学习指导与习题全解/雷发社等编。—西安:陕西科学技术出版社,2003.8

ISBN 7-5369-3645-1

I.高... II.雷... III.高等数学—高等学校—教学参考资料 IV.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 032572 号

出版者 陕西科学技术出版社
西安北大街 131 号 邮编 710003
电话(029)7211894 传真(029)7218236
<http://www.snstp.com>

发行者 陕西科学技术出版社
电话(029)7212206 7260001

印刷 陕西宝石兰有限责任公司印装

规格 880mm×1230mm 1/32 开本

印张 19.5 印张

字数 906 千字

版次 2003 年 8 月第 1 版
2003 年 8 月第 1 次印刷

定价 30.00 元

版权所有 翻印必究
(如有印装质量问题,请与我社发行部联系调换)

前 言

高等数学是高等工科院校的一门非常重要的基础课,也是硕士研究生入学考试全国统一命题的必考课程。同济大学《高等数学》(第五版)教材自出版以来,被越来越多的高等工科院校所采用。该教材在以前版本的基础上作了较大的改动,调整了部分章节的内容,增加了部分习题。为了帮助广大同学学好《高等数学》这门课程,为学习大学的后续课程以及考研打好坚实的基础,我们根据多年的教学经验和历届考研辅导留给我们的深刻体会,结合学生反馈的信息,编写了《高等数学(同济五版)学习指导和习题全解》一书。

本书按照高等数学(同济五版)教材的章节顺序,分为十二章,每章均设计了四个版块:

一、各节内容精要 列出了该节的基本概念,重要的定理公式,突出考点的核心知识,使同学们对本节的内容一目了然。

二、各节习题全解 对课后习题以及各章总习题全部作了详细解答。对一些较难的题目,从分析题目的条件入手,结合所学知识,作了较详细的解答,有的题目还给了几种解法,以帮助同学们提高分析问题和解题的能力。

三、各章常考题型选讲 精选了部分常考题型,这些题目覆盖了本章的内容,题型典型、解法灵活,解题方法富于技巧。通过这些题目帮助同学们对本章内容进行全面复习。

四、考研全题精析 对 1991—2002 年的考研题目,按章分类列于各章

后面,给出了较为详细的分析和解答,用以提高同学们的知识水平和综合解题能力。

本书从指导教学、学习和考试、考研的角度出发,通过对大量涉及广泛、类型众多、综合性、技巧性强的习题的解答,揭示了高等数学的解题方法、解题规律和解题技巧。这对于提高同学们分析问题的能力,理解基本概念和理论,开拓解题思路,全面增强数学素质,将会收到良好的效果。对于课后习题,希望同学们在学习过程中应先经过独立思考,自己动手,给出解答,然后再对照检查,不要依赖于本书给出的解答。

我们恳切希望本书能够对广大工科院校的在校本科生、专升本学生及有志考研的学生在学习高等数学课程中有所帮助,成为同学们的知心朋友。由于水平有限,书中疏漏不妥之处,在所难免,恳请各位读者及同行不吝赐教。

编者

2003.7

目 录

第一章 函数与极限	(1)
第一节 映射与函数	(1)
内容精要	(1)
习题 1—1 解答	(1)
第二节 数列的极限	(7)
内容精要	(7)
习题 1—2 解答	(7)
第三节 函数的极限	(10)
内容精要	(10)
习题 1—3 解答	(10)
第四节 无穷小与无穷大	(12)
内容精要	(12)
习题 1—4 解答	(13)
第五节 极限四则运算法则	(15)
内容精要	(15)
习题 1—5 解答	(15)
第六节 极限存在准则与两个重要极限	(17)
内容精要	(17)
习题 1—6 解答	(17)
第七节 无穷小的比较	(20)
内容精要	(20)
习题 1—7 解答	(20)
第八节 函数的连续性与间断点	(21)
内容精要	(21)
习题 1—8 解答	(22)
第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性	(24)
内容精要	(24)
习题 1—9 解答	(24)
第十节 闭区间上连续函数的性质	(27)
内容精要	(27)

习题 1—10 解答	(27)
总习题一解答	(28)
●常考题型选讲	(33)
●1991—2002 年考研全题精析	(36)
第二章 导数与微分	(43)
第一节 导数概念	(43)
内容精要	(43)
习题 2—1 解答	(43)
第二节 函数的求导法则	(47)
内容精要	(47)
习题 2—2 解答	(48)
第三节 高阶导数	(54)
内容精要	(54)
习题 2—3 解答	(55)
第四节 隐函数的导数 由参数方程所确定的函数的导数	(57)
内容精要	(57)
习题 2—4 解答	(58)
第五节 微分	(63)
内容精要	(63)
习题 2—5 解答	(64)
总习题二解答	(69)
●常考题型选讲	(74)
●1991—2002 年考研全题精析	(78)
第三章 中值定理与导数的应用	(85)
第一节 中值定理	(85)
内容精要	(85)
习题 3—1 解答	(85)
第二节 洛必达法则	(90)
内容精要	(90)
习题 3—2 解答	(90)
第三节 泰勒公式	(93)
内容精要	(93)
习题 3—3 解答	(93)
第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性	(97)
内容精要	(97)

习题 3—4 解答	(98)
第五节 函数的极值与最大值最小值	(107)
内容精要	(107)
习题 3—5 解答	(107)
第六节 函数作图	(114)
内容精要	(114)
习题 3—6 解答	(114)
第七节 曲率	(118)
内容精要	(118)
习题 3—7 解答	(118)
总习题三解答	(120)
●常考题型选讲	(127)
●1991—2002 年考研全题精析	(132)
第四章 不定积分	(146)
第一节 不定积分的概念与性质	(146)
内容精要	(146)
习题 4—1 解答	(146)
第二节 换元积分法	(149)
内容精要	(149)
习题 4—2 解答	(150)
第三节 分部积分法	(155)
内容精要	(155)
习题 4—3 解答	(155)
第四节 几种特殊类型函数的积分	(159)
内容精要	(159)
习题 4—4 解答	(160)
总习题四解答	(165)
●常考题型选讲	(174)
●1991—2002 年考研全题精析	(179)
第五章 定积分	(184)
第一节 定积分的概念与性质	(184)
内容精要	(184)
习题 5—1 解答	(185)
第二节 微积分基本公式	(190)
内容精要	(190)

习题 5—2 解答	(190)
第三节 定积分的换元法和分部积分法	(195)
内容精要	(195)
习题 5—3 解答	(196)
第四节 反常积分	(203)
内容精要	(203)
习题 5—4 解答	(204)
总习题五解答	(206)
●常考题型选讲	(211)
●1991—2002 年考研全题精析	(216)
第六章 定积分的应用	(231)
第二节 定积分在几何学上的应用	(231)
内容精要	(231)
习题 6—2 解答	(232)
第三节 定积分在物理学上的应用	(244)
内容精要	(244)
习题 6—3 解答	(244)
总习题六解答	(248)
●常考题型选讲	(252)
●1991—2002 年考研全题精析	(255)
第七章 空间解析几何与向量代数	(263)
第一节 向量及其线性运算	(263)
内容精要	(263)
习题 7—1 解答	(263)
第二节 数量积、向量积、混合积	(267)
内容精要	(267)
习题 7—2 解答	(267)
第三节 曲面及其方程	(271)
内容精要	(271)
习题 7—3 解答	(271)
第四节 空间曲线及其方程	(274)
内容精要	(274)
习题 7—4 解答	(274)
第五节 平面及其方程	(277)
内容精要	(277)

习题 7—5 解答	(277)
第六节 空间直线及其方程	(280)
内容精要	(280)
习题 7—6 解答	(281)
总习题七解答	(286)
●常考题型选讲	(292)
●1991—2002 年考研全题精析	(298)
第八章 多元函数微分法及其应用	(303)
第一节 多元函数的基本概念	(303)
内容精要	(303)
习题 8—1 解答	(303)
第二节 偏导数	(307)
内容精要	(307)
习题 8—2 解答	(307)
第三节 全微分及其应用	(310)
内容精要	(310)
习题 8—3 解答	(310)
第四节 多元复合函数的求导法则	(311)
内容精要	(311)
习题 8—4 解答	(312)
第五节 隐函数的求导公式	(317)
内容精要	(317)
习题 8—5 解答	(317)
第六节 微分法在几何上的应用	(322)
内容精要	(322)
习题 8—6 解答	(322)
第七节 方向导数与梯度	(326)
内容精要	(326)
习题 8—7 解答	(326)
第八节 多元函数的极值及其求法	(329)
内容精要	(329)
习题 8—8 解答	(330)
总习题八解答	(334)
●常考题型选讲	(340)
●1991—2002 年考研全题精析	(347)

第九章 重积分	(362)
第一节 二重积分的概念与性质	(362)
内容精要	(362)
习题 9—1 解答	(362)
第二节 二重积分的计算法	(365)
内容精要	(365)
习题 9—2 解答	(367)
第三节 三重积分	(382)
内容精要	(382)
习题 9—3 解答	(383)
第四节 重积分的应用	(391)
习题 9—4 解答	(391)
总习题九解答	(400)
●常考题型选讲	(408)
●1991—2002 年考研全题精析	(416)
第十章 曲线积分与曲面积分	(427)
第一节 对弧长的曲线积分(第一类曲线积分)	(427)
内容精要	(427)
习题 10—1 解答	(427)
第二节 对坐标的曲线积分(第二类曲线积分)	(431)
内容精要	(431)
习题 10—2 解答	(432)
第三节 格林公式及其应用	(436)
内容精要	(436)
习题 10—3 解答	(436)
第四节 对面积的曲面积分(第一类曲面积分)	(441)
内容精要	(441)
习题 10—4 解答	(442)
第五节 对坐标的曲面积分(第二类曲面积分)	(446)
内容精要	(446)
习题 10—5 解答	(446)
第六节 高斯公式 通量与散度	(449)
内容精要	(449)
习题 10—6 解答	(450)
第七节 斯托克斯公式 环流与旋度	(452)

内容精要·····	(452)
习题 10—7 解答·····	(453)
总习题十解答·····	(456)
●常考题型选讲·····	(464)
●1991—2002 年考研全题精析·····	(473)
第十一章 无穷级数 ·····	(486)
第一节 常数项级数的概念和性质·····	(486)
内容精要·····	(486)
习题 11—1 解答·····	(486)
第二节 常数项级数的审敛法·····	(489)
内容精要·····	(489)
习题 11—2 解答·····	(490)
第三节 幂级数·····	(493)
内容精要·····	(493)
习题 11—3 解答·····	(494)
第四节 函数展开成幂级数·····	(496)
内容精要·····	(496)
习题 11—4 解答·····	(497)
第五节 函数的幂级数展开式的应用·····	(499)
习题 11—5 解答·····	(499)
第七节 傅里叶级数·····	(502)
内容精要·····	(502)
习题 11—7 解答·····	(502)
习题 11—8 解答·····	(507)
总习题十一解答·····	(510)
●常考题型选讲·····	(517)
●1991—2002 年考研全题精析·····	(527)
第十二章 微分方程 ·····	(543)
第一节 微分方程的基本概念·····	(543)
内容精要·····	(543)
习题 12—1 解答·····	(543)
第二节 可分离变量的微分方程·····	(545)
内容精要·····	(545)
习题 12—2 解答·····	(546)
第三节 齐次方程·····	(550)

内容精要	(550)
习题 12—3 解答	(550)
第四节 一阶线性微分方程	(554)
内容精要	(554)
习题 12—4 解答	(554)
第五节 全微分方程	(560)
内容精要	(560)
习题 12—5 解答	(561)
第六节 可降阶的高阶微分方程	(564)
内容精要	(564)
习题 12—6 解答	(565)
第七节 高阶线性微分方程	(569)
内容精要	(569)
习题 12—7 解答	(569)
第八节 常系数齐次线性微分方程	(571)
内容精要	(571)
习题 12—8 解答	(571)
第九节 常系数非齐次线性微分方程	(574)
内容精要	(574)
习题 12—9 解答	(575)
第十一节 微分方程的幂级数解法	(579)
习题 12—11 解答	(579)
总习题十二解答	(582)
●常考题型选讲	(589)
●1991—2002 年考研全题精析	(596)

【第一章】

函数与极限

第一节 映射与函数

内·容·精·要

1. 函数的几种特性

- (1) 有界性: $|f(x)| \leq M, \forall x \in X \subset D$.
 (2) 单调性: $x_1 < x_2$ 时, $f(x_1) \leq f(x_2), \forall x_1, x_2 \in D$.
 (3) 奇偶性: $f(-x) = \pm f(x), \forall x, -x \in D$.
 (4) 周期性: $f(x+L) = f(x), \forall x, x \pm L \in D$.

2. 初等函数

幂函数, 指数函数, 对数函数, 三角函数和反三角函数统称为基本初等函数. 由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数, 称为初等函数.

习题 1-1 解答

1. 设 $A = (-\infty, -5) \cup (5, +\infty), B = [-10, 3]$, 写出 $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$ 及 $A \setminus (A \setminus B)$ 的表达式.

解 $A \cup B = (-\infty, 3) \cup (5, +\infty), A \cap B = [-10, -5),$
 $A \setminus B = (-\infty, -10) \cup (5, +\infty), A \setminus (A \setminus B) = [-10, -5).$

2. 设 A, B, C 是任意三个集合, 证明对偶律: $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

证 $I = I \cap I = (A \cup A^c) \cap (B \cup B^c)$
 $= (A \cap B) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$
 $= (A \cap B) \cup (A^c \cup B^c).$

又 $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = \phi$, 所以 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

3. 设映射 $f: X \rightarrow Y, A \subset X, B \subset X$. 证明

(1) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$; (2) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

证 (1) 设 $C = f(A \cup B), D = f(A) \cup f(B)$, 若 $y \in C$, 则一定有 $x \in A \cup B$, 使 $f(x) = y$.

当 $x \in A$ 时, $f(x) = y \in f(A)$.

当 $x \in B$ 时, $f(x) = y \in f(B)$, 即总有 $y = f(x) \in f(A) \cup f(B) = D$.

即 $C \subset D$, 同理可证 $D \subset C$.

于是, $C = D$. 即 $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

(2) 若 $y \in f(A \cap B)$, 则一定有 $x \in A \cap B$, 使 $f(x) = y$.

因 $x \in A$, 所以 $f(x) = y \in f(A)$, 又因 $x \in B$, 所以 $f(x) = y \in f(B)$.

即有 $y \in f(A) \cap f(B)$.

故 $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.

4. 设映射 $f: X \rightarrow Y$, 若存在一个映射 $g: Y \rightarrow X$, 使 $g \circ f = I_X, f \circ g = I_Y$, 其中 I_X, I_Y 分别是 X, Y 上的恒等映射, 即对于每一个 $x \in X$, 有 $I_X x = x$; 对于每一个 $y \in Y$, 有 $I_Y y = y$. 证明: f 是双射, 且 g 是 f 的逆映射: $g = f^{-1}$.

证 用反证法. 若 f 不是满射的, 即至少有一个 $y_0 \in Y$, 对任 $x \in X, f(x) \neq y_0$. 又已知 $g: Y \rightarrow X$, 所以有确定的 $x_0 \in X$, 使 $g(y_0) = x_0$, 于是

$$f \circ g(y_0) = f(x_0) \neq y_0,$$

与条件“ $f \circ g = I_Y$ ”矛盾, 故 f 是满射的.

若 f 不是一一的, 即至少有 $x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2$, 使 $f(x_1) = f(x_2) = y_0 \in Y$, 于是

$$g \circ f(x_1) = g(y_0) = g \circ f(x_2),$$

与已知条件“ $g \circ f = I_X$ ”矛盾, 故 f 是一一的.

综上, f 是双射的, 且显然 g 是 f 的逆映射.

5. 设映射: $f: X \rightarrow Y, A \subset X$. 证明:

(1) $f^{-1}(f(A)) \supset A$; (2) 当 f 是单射时, 有 $f^{-1}(f(A)) = A$.

证 (1) 若 $x_1 \in A$, 则有 $f(x_1) = y_0 \in f(A)$, 又若有 $x_2 \in X \cap \bar{A}$, 也有 $f(x_2) = y_0 \in f(A)$. 则 $f^{-1}(y_0) = \{x_1\} \cup \{x_2\} \in f^{-1}(f(A))$.

注意: $x_2 \in A$, 所以 $f^{-1}(f(A)) \supset A$.

(2) 由(1)知: 当 f 是单射时, 显然有 $f^{-1}(f(A)) = A$.

6. 求下列函数的定义域:

(1) $y = \sqrt{3x+2}$;

(2) $y = \frac{1}{1-x^2}$;

(3) $y = \frac{1}{x} - \sqrt{1-x^2}$;

(4) $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$;

(5) $y = \sin\sqrt{x}$;

(6) $y = \tan(x+1)$;

(7) $y = \arcsin(x-3)$;

(8) $y = \sqrt{3-x} + \arctan \frac{1}{x}$;

(9) $y = \ln(x+1)$;

(10) $y = e^{1/x}$.

解 (1) 定义域为 $3x+2 \geq 0$, 即 $D = [-\frac{2}{3}, +\infty)$.

(2) 定义域为 $x \neq \pm 1$, 即 $D = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.

(3) 定义域为 $x \neq 0$, 且 $1-x^2 \geq 0$, 即 $x \neq 0, -1 \leq x \leq 1$, 从而 $D = [-1, 0) \cup (0, 1]$.

(4) 定义域为 $4-x^2 > 0$, 由此得 $-2 < x < 2$, 即 $D = (-2, 2)$.

(5) 定义域为 $x \geq 0$, 即 $D = [0, +\infty)$.

(6) 定义域为 $x + 1 \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, 即 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} - 1$ ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

(7) 定义域为 $-1 \leq x - 3 \leq 1$. 即 $D = [2, 4]$.

(8) 定义域为 $3 - x \geq 0$, 且 $x \neq 0$, 即 $D = (-\infty, 0) \cup (0, 3]$.

(9) 定义域为 $x + 1 > 0$, 即 $D = (-1, +\infty)$.

(10) 定义域为 $x \neq 0$, 即 $D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

7. 下列各题中, 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

(1) $f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x$;

(2) $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$;

(3) $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x\sqrt[3]{x-1}$.

(4) $f(x) = 1, g(x) = \sec^2 x - \tan^2 x$.

解 (1) $f(x)$ 与 $g(x)$ 不相同, 因它们的定义域不相同;

(2) $f(x)$ 与 $g(x)$ 不相同, 因它们的对应法则不相同;

(3) $f(x) = g(x)$, 因它们的定义域相同且对应法则也一样.

(4) $f(x)$ 与 $g(x)$ 不相同, 因它们的定义域不相同.

8. 设 $\varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3}, \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{3}, \end{cases}$ 求 $\varphi(\frac{\pi}{6})$,

$\varphi(\frac{\pi}{4}), \varphi(-\frac{\pi}{4}), \varphi(-2)$, 并作出函数 $y = \varphi(x)$ 的图形.

解 $\varphi(\frac{\pi}{6}) = \left| \sin \frac{\pi}{6} \right| = \frac{1}{2}$,

$\varphi(\frac{\pi}{4}) = \left| \sin \frac{\pi}{4} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\varphi(-\frac{\pi}{4}) = \left| \sin(-\frac{\pi}{4}) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\varphi(-2) = 0$.

$y = \varphi(x)$ 的图形如图 1-1 所示.

9. 试证下列函数在指定区间内的单调性:

(1) $y = \frac{x}{1-x}, (-\infty, 1)$; (2) $y = x + \ln x, (0, +\infty)$.

证 (1) $\forall x_1, x_2 \in (-\infty, 1)$, 且 $x_1 < x_2$, 则 $y(x_2) - y(x_1) = \frac{x_2}{1-x_2} - \frac{x_1}{1-x_1}$
 $= \frac{x_2 - x_1}{(1-x_1)(1-x_2)} > 0$, 从而 $y(x_2) > y(x_1)$, 故 $y = \frac{x}{1-x}$ 在 $(-\infty, 1)$ 内单调增加.

(2) $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, 则

$$y(x_2) - y(x_1) = x_2 + \ln x_2 - x_1 - \ln x_1 = (x_2 - x_1) + \ln \frac{x_2}{x_1} > 0,$$

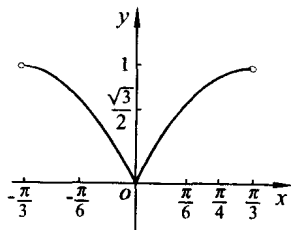


图 1-1

从而 $y(x_2) > y(x_1)$, 故 $y = x + \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加.

10. 设 $f(x)$ 为定义在 $(-l, l)$ 内的奇函数, 若 $f(x)$ 在 $(0, l)$ 内单调增加, 证明 $f(x)$ 在 $(-l, 0)$ 内也单调增加.

证 任取 $x_1, x_2 \in (-l, 0)$, 且 $x_1 < x_2$, 则 $-x_1, -x_2 \in (0, l)$ 且 $-x_1 > -x_2$. 因 $f(x)$ 是 $(-l, l)$ 内的奇函数, 且在 $(0, l)$ 内单调增, 有 $f(-x_1) > f(-x_2)$, 即 $-f(x_1) > -f(x_2)$, 从而 $f(x_1) < f(x_2)$, 故 $f(x)$ 在 $(-l, 0)$ 内单调增加.

11. 设下面所考虑的函数都是定义在对称区间 $(-l, l)$ 上的. 证明:

(1) 两个偶函数的和是偶函数, 两个奇函数的和是奇函数;

(2) 两个偶函数的乘积是偶函数, 两个奇函数的乘积是偶函数, 偶函数与奇函数的乘积是奇函数.

证 设 $f_1(x), f_2(x)$ 为奇函数, $g_1(x), g_2(x)$ 为偶函数,

(1) 因 $g_1(-x) + g_2(-x) = g_1(x) + g_2(x)$, 所以两个偶函数的和是偶函数.

因 $f_1(-x) + f_2(-x) = -[f_1(x) + f_2(x)]$, 所以两个奇函数的和是奇函数.

(2) 因 $g_1(-x)g_2(-x) = g_1(x)g_2(x)$, 所以两个偶函数的乘积是偶函数.

因 $f_1(-x)f_2(-x) = [-f_1(x)][-f_2(x)] = f_1(x)f_2(x)$, 所以两个奇函数的乘积是偶函数.

因 $f_1(-x)g_1(-x) = -f_1(x)g_1(x)$, 所以偶函数与奇函数的乘积是奇函数.

12. 下列函数中哪些是偶函数, 哪些是奇函数, 哪些既非奇函数又非偶函数?

(1) $y = x^2(1 - x^2)$;

(2) $y = 3x^2 - x^3$;

(3) $y = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$;

(4) $y = x(x - 1)(x + 1)$;

(5) $y = \sin x - \cos x + 1$;

(6) $y = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$.

解 (1) 偶函数; (2) 既非奇函数又非偶函数; (3) 偶函数; (4) 奇函数; (5) 既非奇函数又非偶函数; (6) 偶函数.

13. 下列各函数中哪些是周期函数? 对于周期函数, 指出其周期.

(1) $y = \cos(x - 2)$;

(2) $y = \cos 4x$;

(3) $y = 1 + \sin \pi x$;

(4) $y = x \cos x$;

(5) $y = \sin^2 x$.

解 (1) 是周期函数, 周期 $l = 2\pi$; (2) 是周期函数, 周期 $l = \frac{\pi}{2}$; (3) 是周期函数, 周期 $l = 2$; (4) 不是周期函数; (5) 是周期函数, 周期 $l = \pi$.

14. 求下列函数的反函数:

(1) $y = \sqrt[3]{x + 1}$;

(2) $y = \frac{1 - x}{1 + x}$;

(3) $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$). 又问当 a, b, c, d 满足什么条件时, 这反函数与直接函数相同?

(4) $y = 2\sin 3x$;

(5) $y = 1 + \ln(x + 2)$;

(6) $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$.