根 据 教 育 部 最 新 教 材 编 写

○国家骨干教师○全国特级教师○高考研究专家

高考考点总攻略

总审定○中科高考命题研究中心

总主编○耿立志

数学

排列组合与概率

平面向量

立体几何

三角函数

解析几何

集合 函数 数列

不等式

科学技术文献出版社

(京)新登字 130 号

《高考考点总攻略》

丛书编委会

序

对于即将参加高考的同学而言，最重要的无非是对各科知识体系的构建。只有具备完整的知识体系才能自如地应对各种考试，才能实现自己在高考中的成功。

这一切都需要从对一个个知识考查点的学深吃透开始。

没有“点”，便无以成“线”；没有“线”，便无以成“网”。没有一个个知识点的扎实理解，构建的知识体系就只是空中楼阁——尽管“欲上青天揽明月”，但仍必须一切从“点”开始。

正是基于这种现实考虑，本丛书将高考各学科分别拆分成不同的知识考查点，每个考点独立成书，同学们既可以“合之”为完整的知识体系，并进行补充和检测，也可以“分之”为不同的知识点而各个击破，从而在高考复习中便于学生根据个人情况灵活安排，真正实现了高考复习和日常学习的自主性。

一、考点点睛

考点该如何确立？是由最新的《考试说明》确定并从

教材讲解中进行筛选的。既然是应对高考，学习之前就必须先将考点弄清吃透。没有目标的学习会事倍功半，正如同没有“点睛”的龙不能飞一样。

“考点点睛”分为“知识盘点”和“方法整合”，既关注了基础知识的完整牢固，又强调了思维方式的科学迅捷，不仅有利于学生“记忆”，更有利于学生“巧记”；不仅指导学生“学习”，更指导学生“巧学”。

二、考例点拨

对考例的分析是必不可少的。本丛书精选高考例题并对之进行详解的目的，在于确认考点，透视设题思路，明确排障技巧，完善解题方法，捕获得分要点。通过对考例的点拨，学生就会熟知高考设题的方向，了解高考试题是如何与知识点相结合的。可以说，在“考点点睛”之后的“考例点拨”是给予学生的一把金钥匙。

三、考题点击

本丛书所选考题或者是各地历年高考题中对本知识考查点的涉及，或者是针对某些需要提醒之处的重点训练。“考题点击”是学生对知识点进行科学梳理之后必不可少的实战演练，有利于加深记忆，拓展思维，强化技法。

此外，考虑到不同层次学生的不同需求，本丛书又开辟了“创新拓展”版块，供学有余力的同学继续巩固提高。

本丛书命名为《高考考点总攻略》有两层意思：第一是本丛书每本书精讲一个考点，力争做到在这个“点”上讲通讲透；第二是学生经过本书点拨后即可学懂学透。

这个“点”，是水滴石穿中点滴之水的不懈，是点石成金中手指轻点的智慧，是点火燎原中星星之火无限潜能的释放，是京、冀、辽、吉、豫等各地一线名师联手对高中学习的重点点拨。

当然，再好的书也必须去学习才能体现它的价值，再美的愿望也需要同学们脚踏实地地从第一章读起。正所谓：

勤学如春起止苗，不见其增日有所长；

辍学如磨刀之砥，不见其损日有所亏。

开始读书吧！

耿立志

目 录

第一篇 基础达标

第二篇 创新拓展

第一篇

基础达标

平面向量

一、考点点睛

知识盘点

(一)向量

1. 向量的定义:既有大小又有方向的量叫做向量.

2. 向量的表示方法:

(1)用有向线段表示(几何表示法):有向线段的长度表示向量的大小,箭头所指的方向表示向量的方向.

(2)(代数表示法)向量可以由一个字母$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$等表示(注意印刷体和书写体不同),或用表示向量的有向线段的起点和终点字母表示. 例如:$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$等,其中前面字母为起点,后面字母为终点.

3. 向量的模:向量的大小(也就是表示向量的有向线段的长度)叫做向量的模. 向量$\overrightarrow{AB}$的模记作$|\overrightarrow{AB}|$,向量$\vec{a}$的模记作$|\vec{a}|$.

4. 特殊向量:

(1)零向量:长度为0的向量叫做零向量,记作$\vec{0}$.(注意零向量的方向是任意的).

(2)单位向量:长度等于一个单位长度的向量叫做单位向量.(单位向量有无数多个方向且每个方向都可确定).

5. 向量之间的关系:

(1)相等向量:长度相等且方向相同的向量叫做相等向量. 向量$\vec{a}$与$\vec{b}$相等,记作:$\vec{a}=\vec{b}$. ①零向量与零向量相等,但单位向量不一定相等;②任意两个相等的向量都可用同一条有向线段来表示,并且与有向线段的起点无关(可以平移).

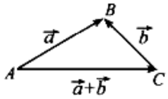
(2)平行向量:方向相同或者相反的非零向量叫做平行向量. ①零向量与任何向量都平行;②平行向量也叫做共线向量(因为任一组平行向量都可

移到同一直线上)，向量$\vec{a}$与$\vec{b}$平行，记作：$\vec{a}\parallel\vec{b}$.

(二)向量的加法与减法

1. 向量的加法：求两个向量和的运算，叫做向量的加法.

(1)向量加法的三角形法则：已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，在平面内任取一点 A，作$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，则向量$\overrightarrow{AC}$叫做$\vec{a}$与$\vec{b}$的和，记作$\vec{a}+\vec{b}$.



即：$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

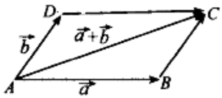
(2)向量加法的平行四边形法则：

以同一点 A 为起点的两个已知向量$\vec{a}$、$\vec{b}$为邻边作平行四边形 $ABCD$，则以 A 为起点的对角线$\overrightarrow{AC}$就是$\vec{a}$与$\vec{b}$的和.

(3)向量加法所满足的运算律：

交换律：$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$；

结合律：$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$.



2. 向量的减法：求两个向量差的运算，叫做向量的减法.

(1)相反向量：与$\vec{a}$长度相等，方向相反的向量，叫做$\vec{a}$的相反向量. 记作：$-\vec{a}$，$\vec{a}$与$-\vec{a}$互为相反向量. 规定：零向量的相反向量仍然是零向量.

(2)向量差：向量$\vec{a}$加上$\vec{b}$的相反向量，叫做$\vec{a}$与$\vec{b}$的差，即：$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$.

(3)向量减法的三角形法则：以平面内的一点作为起点作$\vec{a}$和$\vec{b}$，则$\vec{a}$、$\vec{b}$两向量终点的连线段，并指向$\vec{a}$终点的向量表示$\vec{a}-\vec{b}$.

(三)实数与向量的积

1. 实数与向量的积的定义：实数 λ 与向量$\vec{a}$的积是一个向量，记作$\lambda\vec{a}$，它的长度与方向规定如下：

(1)$|\lambda\vec{a}|=|\lambda|\cdot|\vec{a}|$；

(2)当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\vec{a}$的方向与$\vec{a}$的方向相同；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\vec{a}$的方向与$\vec{a}$的方向相反；$\lambda=0$ 时，$\lambda\vec{a}=\vec{0}$.

2. 实数与向量积的运算律：设 λ，μ 为实数，那么：

(1)$\lambda(\mu\vec{a})=(\lambda\mu)\vec{a}$；

(2)$(\lambda+\mu)\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a}$;

(3)$\lambda(\vec{a}+\vec{b})=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$.

3. 向量共线的充要条件:

定理:向量$\vec{b}$与非零向量$\vec{a}$共线的充要条件是有且只有一个实数 λ,使得 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$.

4. 平面向量的基本定理:如果$\vec{e_1}$,$\vec{e_2}$是同一平面内的两个不共线向量,那么对于这一平面内的任一向量$\vec{a}$,有且只有一对实数 λ_1,λ_2,使$\vec{a}=\lambda_1\vec{e_1}+\lambda_2\vec{e_2}$.

(四)平面向量的坐标运算

1. 平面向量的坐标表示:在平面直角坐标系内,我们分别取与 x 轴、y 轴方向相同的两个单位向量 $\vec{i}$、$\vec{j}$ 作为基底,任作一个向量$\vec{a}$,由平面向量基本定理知,有且只有一对实数 x、y,使得 $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ①

我们把(x,y)叫做向量$\vec{a}$的(直角)坐标,记作:$\vec{a}=(x,y)$ ②其中 x 叫做$\vec{a}$在 x 轴上的坐标,y 叫做$\vec{a}$在 y 轴上的坐标,②式叫做向量的坐标表示.

(1)与$\vec{a}=(x,y)$相等的向量的坐标也为(x,y);

(2)特殊向量的坐标表示:$\vec{i}=(1,0)$,$\vec{j}=(0,1)$,$\vec{0}=(0,0)$;

(3)向量的坐标与向量的起点和终点的坐标的关系:

在直角坐标平面内,以原点 O 为起点的向量$\overrightarrow{OA}$的坐标与终点 A 的坐标相同.

2. 平面向量的坐标运算:

已知:$\vec{a}=(x_1,y_1)$,$\vec{b}=(x_2,y_2)$则

(1)$\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$;

(2)$\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$;

即:两个向量和与差的坐标分别等于这两个向量相应坐标的和与差,且一个向量的坐标等于表示此向量的有向线段的终点的坐标减去始点的坐标.

(3)$\lambda\vec{a}=(\lambda x_1,\lambda y_1)$;

即:实数与向量的积的坐标等于用这个实数乘原来向量的相应坐标.

3. 向量平行的坐标表示:

设：$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$其中$\vec{b}\neq\vec{0}$，则　$\vec{a}/\!/\vec{b}\Leftrightarrow x_1y_2-y_1x_2=0$

（五）线段的定比分点与平移

1. 线段的定比分点：设 P_1，P_2是直线 L 上的两点，点 P 是 L 上不同于 P_1，P_2的任意一点，则存在一个实数 λ，使$\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$，$\lambda$ 叫做点 P 分有向线段$\overrightarrow{P_1P_2}$所成的比.

2. 有向线段的定比分点坐标公式：

设$\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$，且点 P_1，P，P_2的坐标分别为(x_1,y_1)，(x,y)，(x_2,y_2)

则$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\end{cases}$　这个公式叫做有向线段$\overrightarrow{P_1P_2}$的定比分点坐标公式.

3. 有向线段的中点坐标公式：

设 P 是$\overrightarrow{P_1P_2}$的中点（此时 $\lambda=1$），且 $P_1(x_1,y_1)$，$P(x,y)$，$P_2(x_2,y_2)$

则$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+x_2}{2}\\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2}\end{cases}$　这个公式叫做有向线段$\overrightarrow{P_1P_2}$的中点坐标公式.

4. 图形的平移：

设 F 是坐标平面内的一个图形，将 F 上所有点按照同一方向移动同样长度，得到图形 F'，我们把这一过程叫做图形的平移.

5. 点的平移公式：

设 $P(x,y)$是图形 F 上的任意一点，它在平移后图形 F'上的对应点为 $P'(x',y')$，且设$\overrightarrow{PP'}$的坐标为(h,k)，则$\begin{cases}x'=x+h\\ y'=y+k\end{cases}$，这个公式叫做点的平移公式.

（六）平面向量的数量积及运算律

1. 平面向量数量积的定义：

(1)已知两个非零向量$\vec{a}$和$\vec{b}$，作$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，则$\angle AOB=\theta(0^\circ\leqslant\theta\leqslant 180^\circ)$叫做向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角.

当 $\theta=0^\circ$时，$\vec{a}$与$\vec{b}$同向；当 $\theta=180^\circ$时，$\vec{a}$与$\vec{b}$反向；如果$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是

$90°$，我们说$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直，记作$\vec{a}\perp\vec{b}$.

(2)已知两个非零向量$\vec{a}$和$\vec{b}$，它们的夹角为θ，我们把数量$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$叫做$\vec{a}$与$\vec{b}$的数量积(或内积). 记作：$\vec{a}\cdot\vec{b}$　即：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$.

规定：零向量与任一向量的数量积为 0

2. 平面向量数量积的性质：

设$\vec{a}$和$\vec{b}$都是非零向量，$\vec{e}$是与$\vec{b}$方向相同的单位向量，θ是$\vec{a}$与$\vec{e}$的夹角，则

(1)$\vec{a}\cdot\vec{e}=\vec{e}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cos\theta$；　　(2)$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$；

(3)当$\vec{a}$与$\vec{b}$同向时：$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$；当$\vec{a}$与$\vec{b}$反向时：$\vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}||\vec{b}|$；特例：$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$|或$|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}=\sqrt{\vec{a}^2}$

(4)$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$；　　(5)$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leqslant|\vec{a}||\vec{b}|$.

3. 平面向量数量积满足的运算律：

(1)$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$(交换律)；　　(2)$(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})=\vec{a}\cdot(\lambda\vec{b})$；

(3)$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$.

(七)平面向量数量积的坐标表示

1. 平面向量数量积的坐标表示：

已知两个非零向量$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$；即：两个向量的数量积等于它们对应坐标的乘积的和.

2. 向量的模坐标表示：

若$\vec{a}=(x,y)$，则$|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$

3. 平面内两点间的距离公式：

如果表示向量$\vec{a}$的有向线段的起点和终点的坐标分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，那么$|\vec{a}|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$这就是平面内两点间的距离公式.

4. 两个向量垂直的充要条件：

设两个非零向量$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，则$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

5. 两个向量的夹角公式：

设向量$\vec{a}=(x_1,y_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2)$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\theta(0°\leqslant\theta\leqslant180°)$

则 $\cos\theta=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

（八）正弦定理、余弦定理及应用

1. 正弦定理：在一个三角形中，各边与它们所对角的正弦的比相等，即：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$（其中 R 是外接圆半径）.

2. 余弦定理：三角形任何一边的平方等于其他两边的平方和减去这两边与它们夹角的余弦的积的二倍，即：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$；$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$；$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

3. 三角形的面积公式：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$.

4. 解斜三角形：由斜三角形的六个元素（三条边和三个角）中的三个（至少有一个是边）元素，求其他三个未知元素的过程，叫解斜三角形.

方法整合

1. 判断是否是向量，抓住两个特征：大小和方向.

2. 数量与向量的联系与区别：

向量不同于数量，数量是只有大小的量，而向量是既有大小，又有方向；数量可以比较大小，而向量不能比较大小，只有它的模才能比较大小.

3. 平行向量和相等向量：

平行向量不一定相等，但相等向量一定是平行向量，即向量平行是向量相等的必要条件.

4. 零向量与实数 0：

零向量的长度为 0，是有方向的，而且方向任意；实数 0 仅仅是一个无方向的实数.

5. 向量的模是用向量的长度来定义的，共线向量是用向量的方向来定义的，相等向量是用向量的方向和长度来定义的.

6. 向量的加减法运算用三角形法则（或平行四边形法则）.

7. 向量共线的充要条件（有且只有一个实数 λ 使得 $\vec{b}=\lambda\vec{a}$）常是解决有关三点共线和两直线平行问题的工具.

8. 平面向量的基本定理体现了数学的“化归”思想，在证明几何命题时起重要作用.

9. 向量相等则横、纵坐标分别相等是应用向量坐标解题的常见技巧.

10. 线段定比分点公式中，λ 是求定比分点坐标的关键，重要一点是注意 P 与 P_1P_2 的位置关系因为它直接影响 λ 的值(正、负).

11. 定比分点向量式 $\overrightarrow{OP}=\dfrac{\vec{a}+\lambda\vec{b}}{1+\lambda}=\dfrac{\vec{a}}{1+\lambda}+\dfrac{\lambda\vec{b}}{1+\lambda}$ 在处理平面解析几何中的有些证明题时非常有效.

12. 用向量的数量积可以处理有关长度、角度、垂直的问题.

13. 两个非零向量的数量积是否为零，是判断相应两条直线是否垂直的重要方法之一.

14. 求平移后对应图形的函数解析式，关键在于确定平移公式，坐标平移公式不熟悉，可选用向量平移公式.

15. 利用换元法化简解析式是一种常用的方法. 当所换的变量与原变量之间仅相差一个常数时，这种换元实际是一个平移变换.

16. 利用正弦、余弦定理证明有关三角形的三角函数恒等式和判定三角形的类型，主要是将已知条件中的边、角关系转化为角的关系或边的关系. 一般地，利用公式 $a=2R\sin A$，$b=2R\sin B$，$c=2R\sin C$，可将边转化为角的三角函数关系，然后利用三角函数恒等式进行化简，其中往往用到三角形内角和定理 $A+B+C=\pi$.

17. 已知三角形的两边和其中一边的对角，求另一边的对角时，会出现无解、一解和两解的情况，应注意讨论.

18. 解斜三角形的基本数学思想是数形结合的思想. 能否根据题意正确地画出图形，正确的理解图形. 是解斜三角形应用题的关键所在.

19. 求长度问题可利用公式 $|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$.

20. 解斜三角形时如何选用正、余弦定理：

正弦定理宜解下列问题：(1)已知两角和一边，求其他元素；

(2)已知两边和其中一边的对角，求其他元素.

余弦定理宜解下列问题：(1)已知三边求各角；(2)已知两边及夹角，求其他元素.

21. 向量处在代数和几何交汇处，进行向量运算常要结合它的形，向量法则其本质就是数形结合.

22. 把平面上直线型问题表示成某些向量的线性组合，再利用向量的

一些性质,把有关问题转化成向量的混合运算使问题得以解决,这是研究并解决几何问题的一个极为重要的思想方法.

二、考例点拨

【例 1】 下列各量中哪些是向量?哪些不是向量?说明理由.

(1)密度;　　(2)湿度;　　(3)浮力;　　(4)价格.

【解析】 抓住向量的两个要素:大小和方向,进行判断.

【解】 浮力是既有大小又有方向的量,所以是向量,其他的量只有大小没有方向,不是向量.

【例 2】 下列命题中不正确的是(　　).

A. 零向量没有方向　　B. 零向量只与零向量相等;

C. 零向量的模为 0;　　D. 零向量与任何向量共线.

【解析】 抓住零向量的定义.

【解】 选 A,零向量有方向,它的方向是任意的.

【例 3】 下列命题:(1)向量就是有向线段;(2)单位向量都相等;(3)四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$是 $ABCD$ 为平行四边形的充要条件;(4)若$\vec{a}\parallel\vec{b}$,$\vec{c}\parallel\vec{b}$则$\vec{a}\parallel\vec{c}$.

正确命题的序号是__________.

【解析】 (1)有向线段只是向量的一种几何表示形式,所以(1)不正确.

(2)根据相等向量的定义,单位向量模相等而方向未必相同,所以(2)不正确.

(3)因为 $ABCD$ 为四边形,所以 A、B、C、D 四点不共线,根据相等向量的定义:$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\begin{cases}BC\parallel AD\\ |\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AD}|\end{cases}\Leftrightarrow ABCD$ 为平行四边形,所以(3)正确.

(4)由共线向量的定义,零向量与任一向量平行,所以,当$\vec{b}=\vec{0}$时,$\vec{a}\parallel\vec{b}$,$\vec{c}\parallel\vec{b}$,而$\vec{a}$与$\vec{c}$方向不一定相同或相反,所以$\vec{a}\parallel\vec{c}$不一定成立,故(4)不