

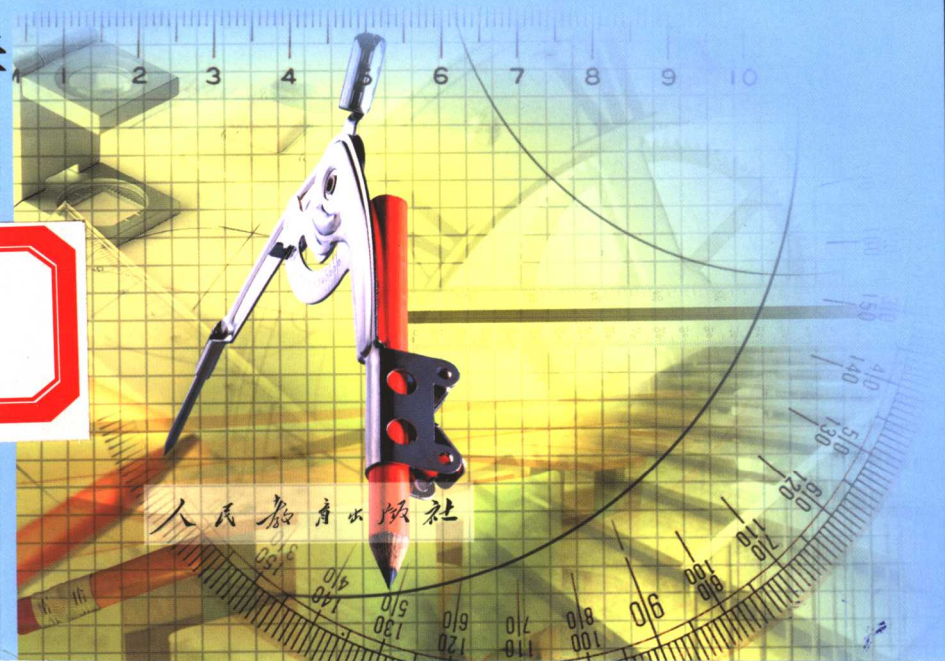


大学本科小学教育专业教材

大学数学 上册

DAXUE SHUXUE

姚绍义 主编





清华大学出版社

大学数学 上册

清华大学出版社 清华大学数学系

清华大学出版社



大学本科小学教育专业教材

大学数学

上册

主 编 姚绍义

副主编 李必胜

人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

大学数学. 上册 / 姚绍义主编. —北京: 人民教育出版社, 2002
大学本科小学教育专业教材
ISBN 7-107-15879-1

- I. 大...
- II. 姚...
- III. 大学数学-高等学校-教材
- IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 060921 号

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

2002 年 10 月第 1 版 2003 年 6 月第 2 次印刷

开本: 890 毫米 × 1 240 毫米 1/32 印张: 12.375

字数: 310 千字 印数: 2 001 ~ 7 000

定价: 17.90 元

大学本科小学教育专业教材编写委员会

顾问 顾明远 吴履平 马 立

主任委员 刘新成

委 员 (以汉语拼音字母为序)

黄海旺 康学伟 李全顺 林奇青

刘国权 刘克勤 刘立德 刘新成

马云鹏 唐京伟 王保才 王万良

王智秋 张启庸 赵宏义

秘书长 王智秋

秘 书 卢 冰 刘树信

本书编写人员

主 编 姚绍义

副 主 编 李必胜

撰 稿 (以汉语拼音字母为序)

李必胜 刘 艳 李雪梅 苏凤霞 姚绍义 张孟祥

特约审稿 李文琦

大学本科小学教育专业教材编审委员会

主任委员 吕 达 王 岳

副主任委员 (以汉语拼音字母为序)

林奇青 刘立德 唐京伟 王 莉 邢克斌

委 员 (以汉语拼音字母为序)

黄海旺 林奇青 刘立德 吕 达

唐京伟 王 莉 王 岳 魏运华

邢克斌 诸惠芳 邹海燕

秘 书 长 刘立德

秘 书 韩华球

丛书责任编辑 刘立德

本书责任编辑 刘 捷 燕敦验

审 稿 范秋君

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

(联系地址:北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编:100078)

大学本科小学教育专业教材

总 序

为了适应社会主义现代化建设和人民群众对教育需求不断增长的新形势，经国家教育部批准，全国各地相继成立了以培养大学本科学历小学教师为主要任务的初等教育学院（系），大学本科小学教育专业应运而生。该专业的设立是我国初等教育改革和发展的需要，是提高我国小学教师素质的重要举措，也是我国师范教育改革和发展的必然趋势。

《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》指出：建设高质量的教师队伍是全面推进素质教育的基本保障。目前，培养小学教师的现行课程、教材和教法，已不能完全满足全面推进素质教育的客观要求，受到了前所未有的挑战。新的课程教材建设势在必行。鉴于此，教育部师范教育司组织有关高等学校成立了“面向 21 世纪培养本科程度小学师资专业建设研究”的全国性总课题组，制订了大学本科小学教育专业培养目标和课程方案，在此基础上形成了“全国小学教育专业建设协作会”，对该专业课程教材建设进行了深入研究。

为了加强对教材编写工作的管理，教育部师范司、教育部课程教材研究所及有关高师院校的领导和专家组成了“大学本科小学教育专业教材编写委员会”。中国教育学会会长顾明远、教育部课程教材研究所原所长吴履平、教育部师范司司长马立为编写委员会顾问，首都师范大学副校长刘新成为编写委员会主任。编写委员会聘请具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人分别担任各科教材主编，并聘请知名专家审核编写大纲和初稿。为了加强对这套教

材编审工作的领导、协调和统筹，人民教育出版社还成立了“大学本科小学教育专业教材编审委员会”。

本套教材的编写以“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”为指针，以党和国家的教育方针以及大学本科小学教育专业培养目标为依据，以思想性、科学性、时代性和师范性为原则，致力于培养未来小学教师的创新精神和实践能力，全面体现“大学本科程度”和“面向小学教育”的要求，力求建立合理的教材结构，以满足 21 世纪对新型小学教师素质结构的需要。

本套教材是从大多数地区的情况出发而编写的全国通用教材，主要供培养本科层次小学教师的高等院校使用，也可供培养专科层次小学教师的院校使用，还可供广大在职小学教师进修或自学使用。这套教材由人民教育出版社于新世纪第一年开始陆续推出。

本套教材的编写出版得到了教育部师范教育司、高等教育司、社会科学研究与思想政治工作司、课程教材研究所、人民教育出版社，以及部分省市教委（教育厅）和有关高等院校的领导和同志们的大力支持，谨在此一并致谢。

编写出版大学本科小学教育专业系列教材，是我们贯彻国家教育部师范教育课程教材改革精神、全面落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》的初步尝试，如有不当之处，敬请广大师生不吝指正，以使本套教材日臻完善。

大学本科小学教育专业教材编写委员会

2000 年 12 月

本书编者说明

《大学数学》是为小学教育专业非数学方向本科学生学习高等数学而编写的教材。通过本课程的学习，使小教专业非数学方向的本科生，基本掌握从事小学数学教育工作必需的知识和能力，同时促进学生的自我完善和自我发展。

在本书编写过程中，我们力求做到概念清楚，重点突出，条理清晰，文字准确，通俗易懂；做到既注重学生基本运算能力的培养，又加强学生数学思维能力的培养，使学生开阔视野，活跃思维，逐步建立敏锐的数学意识。在教材中我们精选了适量的例题，通过对这些例题的分析，帮助学生加深对基本内容的理解，提高学生用数学分析和解决问题的能力。在本书编写中我们贯彻少而精的原则，力求把基本内容写清楚、写透彻、写详细。

本书分上、下册，共十九章。上册内容为函数、极限、连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分、定积分应用、微积分简史。下册内容为行列式与线性方程组、矢量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分、无穷级数、常微分方程、随机事件与概率、随机变量的概率分布与数字特征、随机向量、统计初步。

全书上下册授课时数计划约为 200 学时。使用本书的教师可根据课时要求及学生的实际需要，在教学时可以对书中内容作适当的取舍。

本书每节后都配有一定数量的习题。在各章内容之后有总结，指出本章的基本要求、重点与难点、学习中应注意的几个问题。每

章后配有综合测验题，用来检查学生对本章基本内容掌握的程度。

本书上册由刘艳编写第一章函数、第五章中值定理与导数应用和微积分简史（附录）；姚绍义编写第二章极限、第三章连续函数、第四章导数与微分；苏凤霞编写第六章不定积分、第七章定积分、第八章定积分的应用。

本书下册由李必胜编写第九章行列式及线性方程组、第十二章重积分、第十三章曲线积分、第十八章随机向量、第十九章统计初步；张孟祥编写第十章矢量代数与空间解析几何、第十一章多元函数微分学；李雪梅编写第十四章级数、第十五章微分方程；姚绍义编写第十六章随机事件与概率、第十七章随机变量的概率分布与数字特征。最后由姚绍义、李必胜修改和定稿。

天津师范大学初等教育学院数学系教授李文琦先生对本书进行了认真审阅，并提出了宝贵的修改意见和建议，担任本书责任编辑和审稿工作的，除有人民教育出版社的编审人员外，还有中国科学院数学研究所的博士后燕敦验和首都师范大学数学系的范秋君教授。他们为提高本书的质量付出了辛勤的劳动。在此，编者对以上各位老师表示真诚的谢意。

由于我们水平有限，错误和不妥之处一定很多。希望广大读者不吝赐教，我们将不胜感激。

编 者

2002年7月于天津师范大学

大学本科小学教育专业教材

(已出书目)

大学语文 (上册)

大学语文 (下册)

现代汉语

文学概论

中国史纲

美学教程

形式逻辑

大学数学 (上册)

大学数学 (下册)

高等代数

初等数论

数学思维方法

物理学 (上册)

生物学 (上册)

生物学 (下册)

教育原理

教育科学研究方法

小学教育统计与测量

小学数学教学论

现代教育技术学

普通心理学

目 录

(上册)

第一章 函数	(1)
第一节 函数.....	(1)
第二节 四种具有特殊性质的函数	(14)
第三节 复合函数与反函数	(20)
本章总结	(33)
综合测验题	(35)
第二章 极限	(37)
第一节 数列的极限	(37)
第二节 函数的极限	(48)
第三节 无穷小与无穷大	(59)
第四节 极限运算法则	(67)
第五节 极限存在准则 两个重要极限	(76)
第六节 无穷小的比较	(85)
本章总结	(88)
综合测验题	(92)
第三章 连续函数	(94)
第一节 函数的连续性与间断点	(94)
第二节 连续函数的运算与初等函数的连续性.....	(102)
第三节 闭区间上连续函数的性质.....	(108)
本章总结.....	(112)
综合测验题.....	(114)
第四章 导数与微分	(116)

第一节	导数的概念	(116)
第二节	基本初等函数的导数公式	(125)
第三节	函数的和、差、积、商的求导法则	(130)
第四节	复合函数的求导法则	(138)
第五节	反函数的导数	(144)
第六节	初等函数的求导问题	(147)
第七节	高阶导数	(150)
第八节	隐函数的导数	(152)
第九节	函数的微分	(160)
	本章总结	(171)
	综合测验题	(177)
第五章	中值定理与导数应用	(179)
第一节	中值定理	(179)
第二节	洛必达法则	(188)
第三节	泰勒公式	(198)
第四节	函数单调性的判别法	(203)
第五节	函数的极值及其求法	(209)
第六节	函数的最大值和最小值	(214)
第七节	函数的凹凸性与拐点	(217)
第八节	函数图形的描绘	(222)
第九节	曲率	(226)
	本章总结	(232)
	综合测验题	(237)
第六章	不定积分	(239)
第一节	不定积分的概念与性质	(239)
第二节	换元积分法	(249)
第三节	分部积分法	(266)
第四节	几种特殊类型函数的积分	(274)

本章总结·····	(283)
综合测验题·····	(284)
第七章 定积分 ·····	(285)
第一节 定积分的概念·····	(285)
第二节 定积分的性质·····	(295)
第三节 微积分基本公式·····	(301)
第四节 定积分的换元法·····	(308)
第五节 定积分的分部积分法·····	(314)
第六节 定积分的近似计算·····	(318)
第七节 广义积分·····	(324)
本章总结·····	(333)
综合测验题·····	(333)
第八章 定积分的应用 ·····	(335)
第一节 定积分的微元法·····	(335)
第二节 平面图形的面积·····	(337)
第三节 体积·····	(344)
第四节 平面曲线的弧长·····	(350)
第五节 定积分在物理学中的应用举例·····	(353)
本章总结·····	(359)
综合测验题·····	(359)
附录 微积分学简史 ·····	(360)
常用符号 ·····	(382)

第一章 函 数

函数是高等数学研究的主要对象，也是高等数学中最重要的基本概念之一，是学习微积分的基础。本章将在中学数学关于函数知识的基础上进一步讨论函数概念，介绍反函数、复合函数的概念以及基本初等函数的主要性质。

第一节 函 数

1. 常量与变量

我们在观察各种自然现象或研究实际问题时，会遇到许多量。例如时间、速度、面积、体积、重力等等。这些量一般可分为两种：一种是在所考察的过程中不起变化，即保持一定数值的量，这种量称为常量；另一种是在这一过程中发生变化，即可取不同数值的量，这种量称为变量。

例如，自由落体运动中物体下降时间和下降距离是不断变化的，它们都是变量；而自由落体运动中物体的质量在这一过程中则保持不变，因而是常量。

一个量是常量还是变量，要根据具体情况作出具体分析。同一个量在某种情况下可以是常量；而在另一种情况下就可能是变量。例如，在称量物体的重量时，若在同一地方称量，则确定重量的重

力加速度是常量；若在不同地方称量，则重力加速度是变量。

通常用字母 a, b, c 等表示常量；用字母 x, y, z 等表示变量。如果一个实数 a 是常量，则可用数轴上一个定点表示它；如果实数 x 是变量，则可用数轴上的一个动点表示它。

变量的变化范围，也就是变量的取值范围。变量取实数值时，它的取值范围往往用区间来表示。

设 a 与 b 为两个实数，且 $a < b$ 。满足不等式 $a < x < b$ 的全体实数 x 称为开区间，用记号 (a, b) 表示。

满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的全体实数 x 称为闭区间，用记号 $[a, b]$ 表示。

满足不等式 $a < x \leq b$ 或 $a \leq x < b$ 的全体实数 x 称为半开区间，用记号 $(a, b]$ 或 $[a, b)$ 表示，它们分别是左开右闭区间和左闭右开区间。

以上这些区间都称为有限区间， a 和 b 称为区间的端点， $b - a$ 称为区间的长度。在数轴上，有限区间的长度被长度有限的线段表示。表示区间的端点时，实心圆点“ $\cdot$ ”表示区间包括端点；空心圆点“ $\circ$ ”表示区间不包括端点。此外还有所谓无限区间，规定有关符号的意义如下：

$(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数，有时也写作 $-\infty < x < +\infty$ ；

$(a, +\infty)$ 表示大于 a 的全体实数，有时也写作 $a < x < +\infty$ ；

$(-\infty, a)$ 表示小于 a 的全体实数，有时也写作 $-\infty < x < a$ 。

类似地，还规定 $[a, +\infty)$ ， $(-\infty, a]$ 的意义分别为 $a \leq x < +\infty$ 和 $-\infty < x \leq a$ 。在这里 $+\infty$ 和 $-\infty$ 分别读作“正无穷大”和“负无穷大”。它们并不表示数量，只不过是记号，前面的“+”“-”表示方向。在未指明是哪种区间的场合下，一般常用 I 来表示区间。

例 1 满足不等式 $-\pi < x \leq \pi$ 的全体实数 x 是左开右闭区间，记作 $(-\pi, \pi]$ ，在数轴上用图 1-1 表示。

例 2 满足不等式 $-\infty < x < 3$ 的全体实数 x 是无限区间, 记作 $(-\infty, 3)$, 在数轴上用图 1-2 表示.

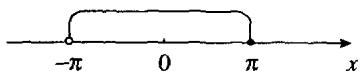


图 1-1

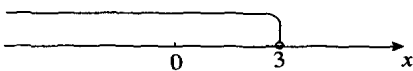


图 1-2

2. 绝对值与邻域

(1) 绝对值

定义 任意实数 a 的绝对值, 用符号 “ $|a|$ ” 表示, 定义为

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

由定义可知, 任何一个实数 a 的绝对值是非负的, 且有 $|a| = \sqrt{a^2}$, $|-a| = |a|$.

在几何上, $|a|$ 表示数轴上点 a 到原点 O 的距离.

(2) 绝对值性质

$$\textcircled{1} -|a| \leq a \leq |a|.$$

事实上, 如果 $a \geq 0$, 有 $-|a| \leq a = |a|$; 如果 $a < 0$, 有 $-|a| = a < |a|$. 因此, 不论 a 是怎样的实数, 上式总成立.

$\textcircled{2} |x| < k (k > 0)$ 与 $-k < x < k$ 是等价的. 即若 $|x| < k$, 则有 $-k < x < k$; 反之, 若 $-k < x < k$, 则有 $|x| < k$.

事实上, 由 $|x|$ 的几何意义, $|x| < k$ 表示点 x 与原点之间的距离小于 k , 所以 $-k < x < k$. 反之, 若 $-k < x < k$, 则点 x 必在开区间 $(-k, k)$ 内, 所以点 x 与原点的距离小于 k , 即 $|x| < k$.

同理, 还可以得到 $|x-a| < k$ 与 $a-k < x < a+k$ 是等价的.

$\textcircled{3} |x| > h (h > 0)$ 与 $x > h$ 或 $x < -h$ 即 $(-\infty, -h) \cup (h, +\infty)$ 是等价的.

$$\textcircled{4} |a+b| \leq |a| + |b|.$$