

6₇

科学史全集

第六卷

辽宁教育出版社



李俨 钱宝琮

科学史全集



三六二
辽宁教育出版社

第六卷说明

本卷收入李俨《中算史论丛》第一集、第二集，第七卷收入第三集，第八卷收入第四集、第五集。

李俨先生在长达半个世纪为建立中国数学史学科而努力工作的过程中，不仅从数学典籍中，而且从汗牛充栋的其他古籍中搜求珍贵的数学史料，筚路蓝缕，开辟草莱。他旁征博引，详加考证，撰写了近百篇关于中国数学文献、成就与史迹的论文，把中国历代数学的辉煌成就展现在世人面前，同时建立了中国数学史学科的基本理论与方法，与钱宝琮先生一道为中国数学史学科打下了坚实基础。三四十年代，李俨从这些论文中选取 36 篇，编成《中算史论丛》(一)、(二)、(三)、(四)，分别于 1931、1933、1935、1947 年由商务印书馆出版，并多次重印。这四集的目录如下：

《中算史论丛》(一)

中算家之 Pythagoras 定理研究

重差术源流及其新注

大衍求一术之过去与未来

敦煌石室“算书”

明代算学书志

明清之际西算输入中国年表

对数之发明及其东来

中算输入日本之经过

梅文鼎年谱

《中算史论丛》(二)

中国数学史导言

中算史之工作

二十年来中算史料之发见

二十年来中算史论文目录

永乐大典算书

宋杨辉算书考

东方图书馆善本算书解题

明清算家之割圆术研究

李善兰年谱

《中算史论丛》(三)

九章算术补注

孙子算经补注

筹算制度考

珠算制度考

中算家之纵横图(Magic squares)研究

中算家之 Pascal 三角形研究

中算家之方程论

中算家之级数论

三角术及三角函数表之东来

《中算史论丛》(四之上、下)

中国的数理

测圆海镜批校

测圆海镜研究历程考

唐宋元明数学教育制度

清代数学教育制度

清季陕西数学教育史料

东方图书馆残本数学举要目录

印度历算与中国历算之关系

近代中算著述记

1954年,作者对这四集中的论文详加订正,有的全部重写,有的局部修改,又补入了1947年以后新写的一些论文,重加排列,编成《中算史论丛》第一集、第二集、第三集、第四集、第五集,1954年11月由中国科学院出版。次年,作者又作了修订,由科学出版社再版。后来,作者再次对科学出版社印本作订正,并补充了若干新的资料。这次出版,便依中国科学院自然科学史研究所图书馆珍藏的作者手校本排印。

《中算史论丛》第一集的论文集中论述中国传统数学的各项成就,包括分数论、毕达哥拉斯定理(即勾股定理)、平方零约术、大衍求一术、纵横图、巴斯噶三角形(即贾宪三角)、方程论、级数论的研究。卷首的《中国数学史绪言》则先给人们以中国传统数学的综合认识。

《中算史论丛》第二集的9篇论文论述中国各时代的算书及三十年来中算史料的发现,主要是宋、明、清算书,并分别作算书志或算书考,尤以论述清人的《近代中算著述记》达200多页,占本卷三分之二的篇幅,至今仍是关于清代算书的最全面最权威的著述。我们找到了《中算史论丛》第一集、第二集1955年版的作者手校本各二册,谨综合两者补入以付梓。

本 卷 目 录

序.....	1
中算史论丛 第一集	李伊
中国数学史绪言	5
中算家的分数论	19
中算家的毕达哥拉斯定理研究	46
中算家的平方零约术	77
大衍求一术的过去和未来	116
中算家的纵横图研究	164
中算家的巴斯噶三角形研究	215
中算家的方程论	231
中算家的级数论	287
中算史论丛 第二集	李伊
中国数学史导言	385
三十年来中算史料的发现	416
《永乐大典》算书	434
宋杨辉算书考	441
东方图书馆善本算书解题	459

东方图书馆残本数学举要目录.....	464
明代算学书志.....	473
近代中算著述记.....	494

序

1919年以后,关于中国数学史论文,陆续登载于各杂志和报纸的共有八十余篇,已于1931年、1933年、1935年、1947年选择比较重要的,辑成《中算史论丛》(一)、(二)、(三)、(四),由中华学艺社分别作为“学艺汇刊”之一,由商务印书馆陆续出版。其中各册,有的时间较久,现在已经绝版,一方面,近年此项史料,时时又有发现。修订该书,十分需要。今年上海中国科学社发起编辑《中国古代科学史料丛书》,其中关于《中国古代数学史料》,已经编成一书,交由该处出版。中国数学历史较长,不限于古代。而古代数学亦有和以后各时代相联系之处,因就以前已出版的《中算史论丛》(一)、(二)、(三)、(四)内各篇论文,详加修订,其中有全部重写的,有局部修改的,一方面再补入近年所已发表,未经汇辑出版的单篇论文,重加排列,编成《中算史论丛》第一集、第二集、第三集、第四集、第五集各集。篇目都载在各集之内。此项新集,出版之前,曾经严敦杰先生校订一过,又补充若干宝贵史料,各集出版之后,尤望读者再加补充,多给批评。

1954年4月李俨序于兰州

中算史论丛

第一集

李 俨

中国数学史绪言*

中国数学发展史拟分为五期：第一期由公元前 2700 年迄公元前 200 年，是为上古期；第二期由公元前 200 年迄公元 1000 年，是为中古期；第三期由 1000 年迄 1367 年，是为近古期；第四期由 1367 年迄 1750 年，是为近世期；第五期由 1750 年迄 1912 年，是为最近世期。

上古中古时期中国数学虽无盛大发展，但亦可归纳数事加以叙述。今以上古期为例，仅有传说可记，其善算者，据传有伏羲（一作宓戏、虞戏、庖牺、伏戏、伏牺）、黄帝、隶首（一作虑首），倕（一作垂）诸人。

此期数学事业可归纳为（一）结绳，（二）规矩，（三）九九，（四）十进法，（五）算学教育等诸事。其（一）结绳之制，则《易系辞》称：“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契。”三国吴虞翻《易九家义》则称：“事大大其绳，事小小其绳，结之多少，随物众寡。”唐代之吐蕃及大羊同国（见《唐会要》卷九十七），日本在德川时代之能登、骏河二国，以及今日北美土人，都有应用结绳制度的。至（二）规矩二

* 原载《数学通报》1953 年 10 月号第 1~8 页。1954 年 11 月收入《中算史论丛》

第一集第 1~14 页。

字，至今尚为成语，而旧书之记规矩者为例至多，如《周礼》、《荀子》、《淮南子》、《庄子》叠称：“圆者中规，方者中矩”；而《史记·夏本纪》且称禹“陆行乘车，水行乘船，泥行乘橇（音敲），山行乘撵（音局），左准绳，右规矩，载四时，以开九州，通九道。”汉武梁祠石室造象，且绘有“伏羲氏手执矩，女娲氏手执规”及“伏羲手执矩”两造象。至（三）九九制度则旧书亦叠有记录，如《管子》称：“宓戏作九九之数。”《韩诗外传》称：“齐桓公庭燎，东野人有以九九见者。”而九九次序，则由九九迄一一，与今日九九歌诀之由一一迄九九者不同，其全文据敦煌及居延所遗之残木简，与敦煌旧钞本《算书》，其次序如下：

九九八十一，八九七十二，七九六十三，六九五十四，五九四十五，四九三十六，三九二十七，二九十八；八八六十四，七八五十六，六八四十八，五八四十，四八三十二，三八二十四，二八十六；七七四十九，六七四十二，五七三十五，四七二十八，三七二十一，二七十四；六六三十六，五六三十，四六二十四，三六十八，二六十二；五五二十五，四五二十，三五十五，二五十；四四十六，三四十二，二四八；三三九，二三六；二二四。

（四）为十进法，上古所举一、十、百、千、万、亿、兆并用十进，而殷代甲骨以及周秦金文则十以下一至五作“一、二、三、三、三”并为累进，与以后十进、万进、倍进之上中下“三等数法”互异。（五）为算学教育，古代注重算学，孔子至称：“推十合一为士”，则因士以算学为必修科，但有八岁及十岁入学学算二说。《汉书·食货志》称：“八岁入小学，学六甲、五方、书计之事。”《后汉书·杨终传》亦引“年八岁，…教之书计”之说；《白虎通》称：“八岁毁齿，始有识知，入学，学书计。”而《内则》则云：“六年教之数与方名，……十年出就外傅，居宿于外，学书计。”复次则居延汉简之中，时时于“能书会计”之下，

记及“治官民颇知律令”以及年岁、身长等字样，以见古代之重视“能书会计”。

第二期之中算，由公元前 200 年，迄公元 1000 年。此期由汉至唐，重要史事有（一）圆率之研讨，与（二）《算经十书》之编纂二事。就中圆率之定义系圆周与圆直径之比，上古拟为三与一之比，失之过简。至魏刘徽于魏陈留王景元四年（公元 263 年）注《九章算术》，其求圆率，以圆内容六边形起算，谓：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣。”刘徽由此算得圆周 3.14 以上，圆径 1，而以 $\pi=3.14$ 入算。故《隋书》称：“圆周率三，圆径率一，其术疏舛，自刘歆（？～23， $\pi=3.1547$ ），张衡（78～139， $\pi=\sqrt{10}$ ，或 $\pi=\frac{92}{29}$ ），刘徽（公元 263 年时人， $\pi=3.14$ 以上），王蕃（228～266， $\pi=\frac{142}{45}=3.155$ ），皮延宗（公元 445 年时人）之徒，各设新率，未臻折衷。”而此期圆率计算最有成就者，当推祖冲之。祖冲之（429～500），字文远，范阳蓟人，宋孝武大明六年（公元 462 年），曾上书论历。祖冲之曾算得 π 在 3.1415926 与 3.1415927 之间，及 $\pi=\frac{355}{113}$ （密率）， $\pi=\frac{22}{7}$ （约率）。其所著《缀术》一书，为《算经十书》之一，今已亡失。其子祖暅亦善算术，并以几何方法证得圆球体积为 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ 。

至《算经十书》则系《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经》、《缉古》、《缀术》等十书，后以《缀术》亡失，则以《数术记遗》代《缀术》。此项《算经十书》，今尚流传，而第二期公元前 200 年迄公元 1000 年之算学成就，亦可于《算经十书》内见其大概。其中可归纳为下列数事，即：（一）分数论之应用，（二）整数勾股形之计算，（三）开平方零约术与方程之应用，

(四)平立几何图形之计算,(五)三等数法之输入,(六)算学制度之确定,等。

关于(一)分数论之应用,则古代与十进法并用,因古代应用筹算,而是时小数方法尚未发现,故对于小数多设法化为分数。如汉人以一年为 365.25 日,即 $365\frac{1}{4}$ 日,称为“四分历法”;又以一月为 29.53085 日,或 $29\frac{43}{81}$ 日,称为“八十一分法”;此其较著者。后此以“天元”入算,亦将小数化为分数,分母另行列式,便于计算。而刘徽、祖冲之亦就圆周率之小数,化为分数入算。

本期于普通几何形已有详细之计算外,至(二)整数勾股形之计算,古代原有勾三、股四、弦五之说,即 $3^2+4^2=5^2$;《周髀算经》内又载荣方和陈子问答之辞,谓(一)夏至之日,正东西望直周东西日下至周五万九千五百九十八里半,即 $\sqrt{(238000/2)^2-(103000)^2}=59598.5^+$; (二)冬至之日,至东西不见日,以算求之,日下至周二十一万四千五百五十七里半,即 $\sqrt{(238000)^2-(103000)^2}=214557.5^+$,则不限于整数。其后刘徽《九章注》(公元 263 年)并扩充为 $5^2+12^2=13^2$, $8^2+15^2=17^2$, $7^2+24^2=25^2$, $20^2+21^2=29^2$ 诸数,实根据 $(a^2-b^2)^2+(2ab)^2=(a^2+b^2)^2$ 公式算得。中世时期,已知几何形施以朱、青、黄色,或赤、黑色,或朱、黄色,以几何方法“令出入相补,各从其类”。以证明整数勾股形或其他几何形。复次则《海岛算经》全书应用勾股形进行初等测量,其计算与证明都和数理符合。

(三)开平方零约术,则古代中算家对于开方原有“不加借算”,和“加借算”两法。所谓“不加借算”,如 10 一数开平方得 3 后余 1,则以 1 为分子,以 3 乘 2(常数)得 6 为分母,则 $\sqrt{10}=3\frac{1}{2\times 3}=$

$3\frac{1}{6}$, 如列为公式, 即

$$N = a_1^2 + r_1, \sqrt{N} = \sqrt{a_1^2 + r_1} = a_1 + \frac{r_1}{2a_1} \dots\dots\dots (1a)$$

此项方法, 虽于数理未尝切合, 但在西洋, 则公元 50 年前后、1175 年、及 1341 年刺伯达氏 (Barlaam, Nicolas Rhabdas) 都有类似的公式, 即:

$$\sqrt{N} = \sqrt{a_1^2 + r_1} \doteq \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{a_1^2 \pm r_1}{a_1} \right) \dots\dots\dots (1b), 1341 \text{ 年}$$

$$\sqrt{N} = \sqrt{\left(a_1 \pm \frac{1}{b_1} \right)^2 \pm r_1} \doteq \left(a_1 \pm \frac{1}{b_1} \right) \pm \frac{r_1}{2 \left(a \pm \frac{1}{b_1} \right)} \dots\dots\dots$$

\dots\dots\dots (1c), 约 50 年

$$\begin{aligned} \sqrt{N} &= \sqrt{a_1^2 + r_1} = \sqrt{\left(a_1 + \frac{r_1}{2a_1} \right)^2 - \left(\frac{r_1}{2a_1} \right)^2} \\ &\doteq \left(a_1 + \frac{r_1}{2a_1} \right) - \frac{\left(\frac{r_1}{2a_1} \right)^2}{2 \left(a_1 + \frac{r_1}{2a_1} \right)} \dots\dots\dots (1d), \text{约 1175 年} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{N} &= \sqrt{a_1^2 + r_1} = \sqrt{(a_1 + 1)^2 + (r_1 - 2a_1 - 1)} \\ &\doteq a_1 + \frac{r_1 + 1}{2a_1 + 2} \dots\dots\dots (1e), \text{约 1175 年} \end{aligned}$$

所谓“加借算”, 如 10 一数, 开平方得 3 后余 1, 则以 1 为分子, 以 3 乘 2 (常数) 再加 1 (常数), 得 7 为分母, 则 $\sqrt{10} = 3 + \frac{1}{2 \times 3 + 1} = 3\frac{1}{7}$, 如列为公式, 即

$$N = a_1^2 + r_1, \sqrt{N} = \sqrt{a_1^2 + r_1} = a_1 + \frac{r_1}{2a_1 + 1} \dots\dots\dots (2)$$

此法《五经算术》、《张丘建算经》、甄鸾 (535~573 年时人) 注《周髀

算经》曾经应用,在国外则十一世纪阿拉伯算家阿拉·卡知(Al-Karkhi,约1029年死)始举其例^①。

关于方程,《九章算术》勾股章已言及二次方程。即 $x^2+(14+20)x=2(1775\times 20)$, $x=250$;《张丘建算经》也示有二次方程二问,即:

$$x^2+68\frac{3}{5}x=2\times 514\frac{31}{45}, x=12\frac{2}{3} \text{ 及 } x^2+15x=594, x=18;$$

而《辑古算经》则有 $x^2=A$, $x^2+px=A$, $x^3+px^2=A$,

$$x^3+px^2+qx=A, \quad x^4+qx^2=A$$

诸式,并于 $x^3+px^2+qx=A$ 一式,说明“以从开立方除之”。

(四)平立几何图形之计算,此处不详述。

(五)三等数法之输入,实始于唐。《华严经》称:“…此方《黄帝算法》总有二十三数,谓一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万、亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载。从万已去,有三等数法,其下者十十变之,中者百百变之,上者倍变之。今案此经十、百、千、万,十十变之;从万至亿,百倍变之;从亿已去,皆以能数量为一数,复数至与能数量等。”《数术记遗》、《五经算术》所称三等数法,似本于此。《华严经》又称“一百洛又为一俱胝;俱胝,俱胝为一阿庾多;阿庾多,阿庾多为一那由他;……。”

(六)算学制度之确定。因本期早有算学博士之称,如《魏书·殷绍传》称:“殷绍,世祖时为算生博士。”又《隋书》称:“隋至德二年(公元584年),张宾上新历,兼算学博士张乾亦参与其事。”是算生博士与算学博士之称,在此期已经确定。

第三期自1000年迄1367年,为宋元时期。此期中算最为发

① 见李俨“中算家之平方零约术”,《中国科学》一卷二、四期(1950年),第295~323页,和本集第76~121页(*见本卷第77~115页。——编者)。