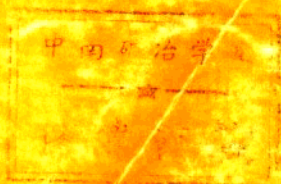


444041

投影字

石月樵題



石樵編著

學海出版社 印行

子影校

學 影 投

著 者：石 耀 燦
出 版 者：學 海 出 版 社
登記證：行政院新聞局版台業字1002號
發 行 人：李 善 馨
發 行 所：學 海 出 版 社
 台北市和平東路一段一二七之二號
 電 話：391-7675
 台北市郵政信箱24-282號
 郵政劃撥帳14354號
 定 價：新 台 幣 210 元

中 華 民 國 六 十 八 年 九 月 初 版

究必印翻、有所權版

序

投影學乃所有工程設計製圖及施工圖的基礎，凡是從事該項工作者及各級在學同學必須對其有所研究，方能收到事半功倍之效。特將各類工程上常用的投影作有系統地由淺而深，由簡而繁地詳加介紹。

本書特點是寫實圖（立體圖）與投影圖一一對照，說明與作圖的敘述詳細，讀者甚易瞭解與模仿；如同一畫面同時繪製同一物體的正投影之第一角視圖，第三角視圖及等角圖（或等角投影）與斜投影，藉資比較，且舉例甚多，老師講授甚易。

筆者首創採用集合論原理，與在學同學所學數學相吻合，教學與自修均極方便，又創製交集表，使其對繁難的交線問題能深入分析與領悟。

此書係以十餘年的教學經驗，利用公餘之暇，歷時五載編寫而成，誤謬之處在所難免，尚祈先進教正是感。

書內全部插圖原稿均由筆者親自繪製，並深深感謝楊元龍、許善智、朱明溪、房樟林、葉演松諸位先生及利瑞霞小姐為插圖原稿着墨。

倘稍有成，當以飲水思源懷念母親之情所致，謹識。

民國六十八年四月十六日

著作者 石耀¹⁹⁷⁹



燈前慈母織
 縫勤錄祿狂
 三十春愧歎未
 能烏反哺潛心編
 繪記親辛

著授照子題書

月樵為脫弟唱樵

辛巳年七月一日板橋

目 錄

頁次

本書使用符號表	1
第一章：概 說	3
一、投影學	3
二、投影上的基本平面，線及象限	3
三、蒙古法	4
四、正投影	4
練習一	5
第二章：點的投影	6
一、點的註記	6
二、投射線與投影	6
三、點的投影之位置	7
四、點的投影之求法	7
五、特別位置的點之投影	8
練習二	9
第三章：直線的投影	10
一、直線	10
二、直線的註記	10
三、直線的投影	10
四、直線的投影之求法	11
五、特別位置的直線之投影	11
六、直線的跡	14
七、特別位置直線的跡	15
八、由其兩跡以確定一直線的投影	16
九、直線的傾斜方向	17
十、求線段的投影及求傾斜之方向範例	18
十一、直線的眞長與實角	26
十二、求線段的眞長與實角範例	29
練習三	38
第四章：平 面	93
一、平面的表示法	39
二、平面的跡並非其投影	39
三、一平面的確定	40
四、平面的註記	40

五、平面的傾斜方向	40
六、特別位置的平面之跡	41
七、平面的邊視	43
八、平面上的直線	43
九、平面上的直線之投影	44
十、由點，線以確定一平面	46
十一、平面上之直線的範例	49
練習四	58
第五章：側 面	61
一、側 面	61
二、點之側面投影	61
三、線之側面投影	62
四、面之側面投影和跡	62
五、側面的範例	65
練習五	70
第六章：輔助面投影	71
一、輔助面投影	71
二、輔助投影的基本原則	72
三、應用輔助投影求線段的真長	73
四、應用垂直輔助投影求一面的邊視圖	74
五、應用水平輔助投影及垂直輔助投影求空間不共平面的兩直線間的 最短距離	75
六、輔助投影的範例	76
練習六	82
第七章：正投影，不等角（或等角）投影與斜投影之比較	83
一、正投影	83
二、不等角投影	89
三、斜投影	96
四、正投影（第一角，第三角）等角投影與斜投影之比較圖例	99
練習七	104
第八章：交線與展開	108
一、交 線	108
1. 交線的產生	108

II. 交線的求法	108
二、展開	117
三、交線與展開綜合舉例	128
練習八	173
第九章：透視投影	174
一、透視投影圖	174
二、有關點，線及面的定義與註記	174
三、滅點的求法	175
四、透視圖的求法	178
五、一點法	179
六、兩點法	187
七、測線法	192
八、介線法	196
九、三點法	202
十、等角三點法	205
練習九	207
第十章：陰影與倒影	210
一、有關的定義與說明	210
二、光線方向與物體之射影的關係	212
三、由已知水平與垂直投影及光線方向求其陰影及射影	214
四、已知透視圖求其陰及射影	220
五、倒影	223
練習十	226

本書使用符號表

符 號	意 義	符 號	意 義
$\cup$	聯 集	$\widehat{AB}$	AB 弧
$\cap$	交 集	$\overrightarrow{AB}$	AB 射線
$\supset$	包 含	TL	線段的真長
$\subset$	包含於	$\triangle$	三角形
$\not\supset$	不包含	$rt\triangle$	直角三角形
$\not\subset$	不包含於	$\square$	梯 形
$\in$	屬 於	$\square$	平行四邊形
$\notin$	不屬於	N	自然數
$\wedge$	且	R	實 數
$\vee$	或	$A(a^h, a^v)$	點 A 投影
$>$	大 於	$\overleftrightarrow{A(A^h, A^v)}$	直線 A 投影
$<$	小 於	$\overleftrightarrow{HQ}$	平面 Q 的水平跡
$\{p\}$	點所成之集合	$\overleftrightarrow{VQ}$	平面 Q 的垂直跡
$A = B$	A, B 兩點共點	$Q, R, S \dots$	平面 Q, R, S ……
$A - B - C$	A, B, C 三點共線，且 B 介於 A, C 之間	α	直線與 HP 的真實夾角
$\overleftrightarrow{A}$	直線 A	β	直線與 VP 的真實夾角
$\overleftrightarrow{AB}$	AB 直線	I Q	第一象限
$\overline{AB}$	AB 線段	II Q	第二象限
$\overline{AB}$	AB 之長	III Q	第三象限
		IV Q	第四象限

副 目 錄

投影學乃幾何學的一種；與數學有其密切關係，特將有關著名的幾何作圖與數學上的問題簡要地以單元式的插入書內，俾供參考。

成黃金比的數列	77
求弧長	85
Archimedes' "shoemaker's knife"	115
Archimedes 的第一圈螺線	122
應用螺線三等分任意一角	125
極日晷投影	127
一線段的黃金分割	138
新月形的面積	150
用作圖法求 π 的近似值	152
極球面投影	154
三等分任意一角	177
等角圖上的四心橢圓畫法	179
正多邊形的畫法	188
四中心橢圓畫法	197
正五邊形的畫法	212
黃金矩形作法	214
切圓直徑倍率	216
Archimedes' "Salt cellar"	218
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 的幾何圖形	223

第一章

概說

一、投影學：

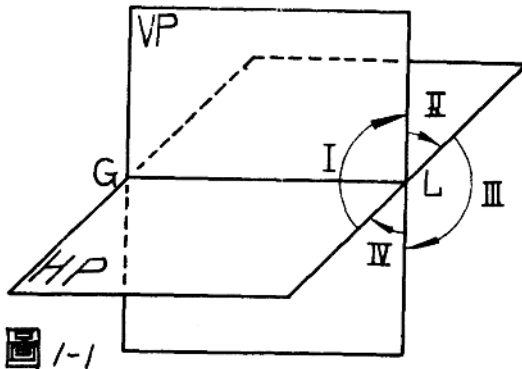
乃是一門應用科學，屬於幾何學的一部份，旨在研究點、線、面及體等之間的相互關係，藉以解答工程上有關的物體之大小，形狀及位置等問題。

投影學並不須要代數學上繁複的演算，只要具備平面與立體幾何學的基本知識即可學得好。其與解析幾何學的不同之處，乃是以圖解代替代數學之演算，尤其是在討論的範圍方面更是廣泛得多，無論是規則或不規則的物體，可以用代數方程式表示或不可表示的圖形皆可用此法圖解之。

投影類別甚多，茲從其投影幾何部份起分章分節有系統地詳細介紹。

二、投影上的基本平面、線及象限：

1. 用相互垂直的兩平面將空間分割成四部份，依次稱為第一、二、三及第四象限（Quadrant）簡記為：I_Q，II_Q，III_Q及IV_Q。



此二平面均稱為投影面（Plane of projection）；

其平行地平面的平面稱為水平投影面（Horizontal Plane）簡記為HP。

垂直地平面的平面稱為垂直投影面（Vertical Plane）簡記為VP。

此兩投影面的交集稱為基線 (Ground Line) 簡記為 $\vec{GL}$ ，即 $HP \cap VP = \vec{GL}$ 。

2 象限的位置；

I Q：在 HP 之上，在 VP 之前

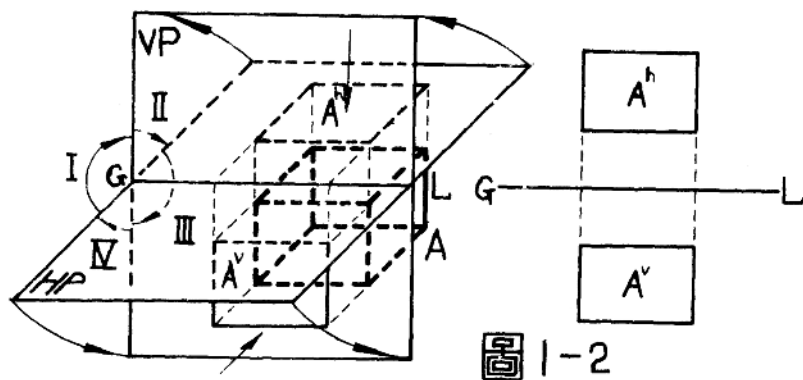
II Q：在 HP 之上，在 VP 之後

III Q：在 HP 之下，在 VP 之後

IV Q：在 HP 之下，在 VP 之前 (如圖 1-1)

三、蒙吉法 (Monge's method)：

將一三度的物體描繪於相互垂直的二平面上謂之蒙吉法 (Monge, 1746-1818, 法國數學家) 如圖 1-2。



繪圖時乃是以 $\vec{GL}$ 為軸，將 HP 依逆時針方向旋轉使與 VP 重合而成一平面，以 $\vec{GL}$ 為準依象限之不同判定其何側為 HP 或 VP 將在第二章中討論之。

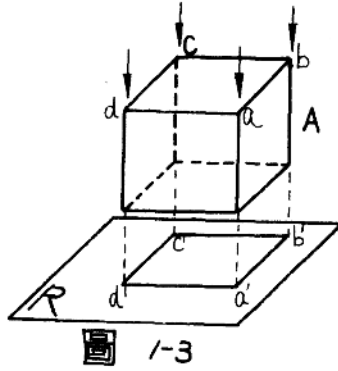
四、正投影 (Orthographic Projection)：

假設視線或光線相互平行地將空間一物體的影像投射在與視線或光線垂直的平面上謂之正投影。

其投影圖的大小與形狀皆與原形一樣，其視點乃是假設在無限遠處。

此視線或光線謂之投射線 (Projector) 或稱投影線 (Projecting Line) 其投影圖亦稱為視圖 (View)

如圖 1-3：



但是當我們觀看任一物體時其視線是集中於眼睛，且其影像大小因物體與眼睛之距離遠近而異此種投影稱為透視投影詳論於第九章。

練 習 一

1. 何謂象限？其所在位置若何？試繪圖說明之。
2. 何謂蒙吉法？
3. 正投影與透視圖有何不同？

第二章

點的投影

一、點的註記：

空間任意一點，無論是在一線上，一平面上或是一立體的稜線上，均以大寫英文字母；A，B，C……等或阿拉伯數字表示之，其投影則以其小寫字母表示之。

如：A (a^h, a^v)，B (b^h, b^v) 等。

二、投射線與投影：

如圖 2-1 所示：

點A在 I Q，在 HP 上之投影記為 a^h ，在 VP 上之投影記為 a^v ，則點A記為 A (a^h, a^v)

同理：點B在 II Q，記為 B (b^h, b^v)

點C在 III Q，記為 C (c^h, c^v)

點D在 IV Q，記為 D (d^h, d^v) 等。

1 空間投射線 (Space Projector)：

$\overline{Aa^h}$ ， $\overline{Bb^h}$ ……等及 $\overline{Aa^v}$ ， $\overline{Bb^v}$ ……等分別為點A，點B……等在 HP 及 VP 上的投射線，因點A等均在空間，所以稱為空間投射線。（如圖 2-1 左圖所示）

2 平面投射線 (Ruled projector)：

在投影圖上（圖 2-1 右圖） $a^h a^v$ ， $b^h b^v$ ……等即是。

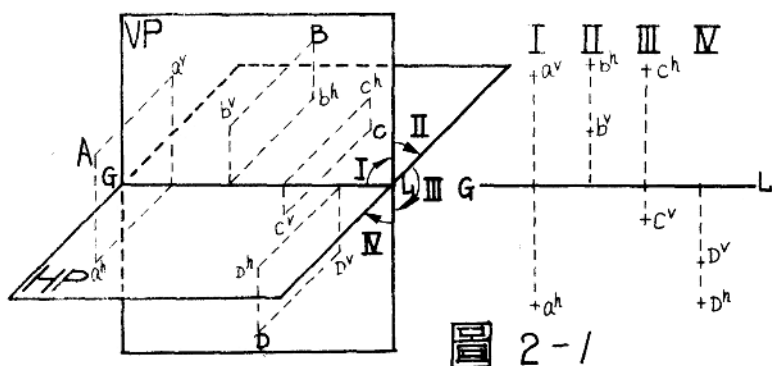


圖 2-1

三、點的投影之位置：

點之投影的位置，因所在之象限不同而異。如圖 2-1、圖 2-2 左圖所示：

點 A 在 IQ：

其 a^h 在 HP 上 (Lies in HP)，在 $\vec{GL}$ 之前， a^v 在 VP 上，在 $\vec{GL}$ 之上 (above $\vec{GL}$)。

點 B 在 IIQ：

其 b^h 在 HP 上，在 $\vec{GL}$ 之後， b^v 在 VP 上，在 $\vec{GL}$ 之上。

點 C 在 IIIQ：

其 c^h 在 HP 上，在 $\vec{GL}$ 之後， c^v 在 VP 上，在 $\vec{GL}$ 之下。

點 D 在 IVQ：

其 d^h 在 HP 上，在 $\vec{GL}$ 之前， d^v 在 VP 上，在 $\vec{GL}$ 之下。

但因投影面係以 $\vec{GL}$ 為軸，將 HP 依逆時針方向旋轉與 VP 重合，而得其點在投影面上的投影位置，如圖 2-1 右圖所示：

點 A 在 IQ：其 a^h 在 $\vec{GL}$ 之下， a^v 在 $\vec{GL}$ 之上。

點 B 在 IIQ：其 b^h 及 b^v 均在 $\vec{GL}$ 之上。

點 C 在 IIIQ：其 c^h 在 $\vec{GL}$ 之上， c^v 在 $\vec{GL}$ 之下。

點 D 在 IVQ：其 d^h 及 d^v 均在 $\vec{GL}$ 之下。

四、點的投影之求法：

在空間任意一點應用空間解析幾何，表示的方法是： $P(x, y, z)$ ， $x, y, z \in R$ 。

在 IQ： $P(x, y, z)$ ， $x, y, z \in R \wedge x > 0, y > 0, z > 0$ 。

在 IIQ： $P(x, -y, z)$ ， $x, y, z \in R \wedge x > 0, y > 0, z > 0$ 。

在 IIIQ： $P(x, -y, -z)$ ， $x, y, z \in R \wedge x > 0, y > 0, z > 0$ 。

在 IVQ： $P(x, y, -z)$ ， $x, y, z \in R \wedge x > 0, y > 0, z > 0$ 。

如圖 2-2 左圖所示：

在 IQ： $A(2, 4, 4)$ ，IIQ： $B(4, -4, 2)$

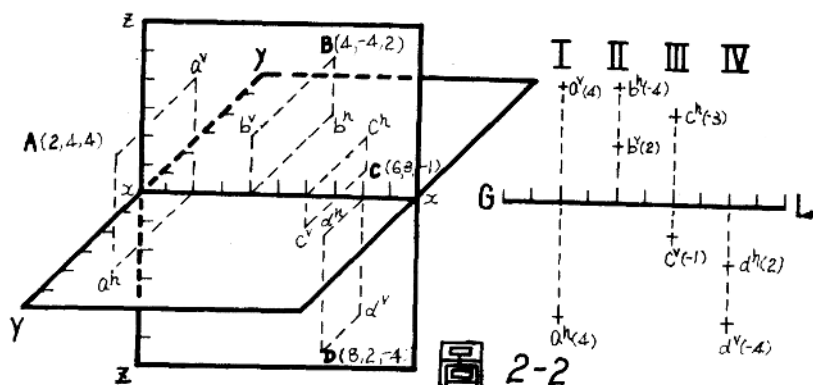
IIIQ： $C(6, -3, -1)$ ，IVQ： $D(8, 2, -4)$

其投影則如圖 2-2 右圖所示：

即作 $\vec{GL}$ 的垂線（即其投射線）自其交點向其上，下分別取該點與 HP 及 VP 的距離，即得該點之投影，如：

IQ： $A(a^h, a^v) = A(4, 4)$ ，IIQ： $B(b^h, b^v) = B(-4, 2)$

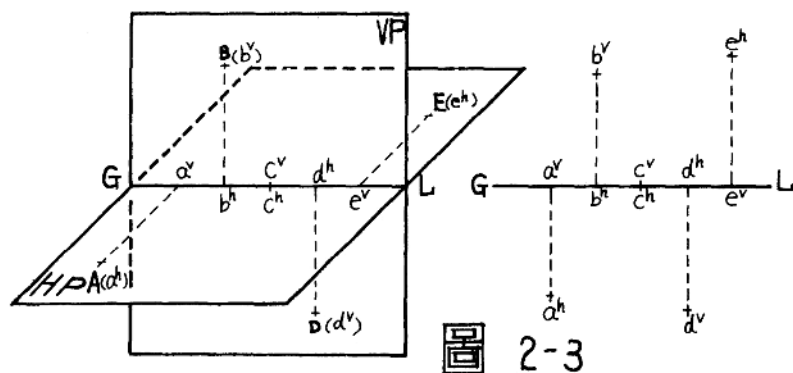
IIIQ： $C(c^h, c^v) = C(-3, -1)$ ，IVQ： $D(d^h, d^v) = D(2, -4)$



五、特別位置的點之投影:

如圖 2-3 所示：

點A在HP上，在VP之前，則其投影 a^h 在 $\vec{GL}$ 之下， a^v 在 $\vec{GL}$ 上。
 點B在HP之上，在VP上，則其投影 b^h 在 $\vec{GL}$ 上， b^v 在 $\vec{GL}$ 之上。
 點C在HP亦在VP上，則其投影 c^h 及 c^v 在 $\vec{GL}$ 上同一點，
 點D在HP之下，在VP上，則其投影 d^h 在 $\vec{GL}$ 上， d^v 在 $\vec{GL}$ 之下。
 點E在HP上，在VP之後，則其投影 e^h 在 $\vec{GL}$ 之上， e^v 在 $\vec{GL}$ 上。



練習二

1 試判使下列各點所在之象限並繪出其投影（單位自定）：

$A(1, 2, 3)$, $B(2, -4, 5)$, $C(3, -6, -5)$,

$D(4, 5, -6)$, $E(5, 0, -3)$, $F(6, 1, 0)$,

$G(7, 0, 0)$, $H(8, -4, 0)$, $I(9, 0, 5)$,

$J(10, -2, 7)$, $K(11, 5, -3)$, $L(12, 0, -3)$.

2 試判別下列各點在何象限，

設 $a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a > 0, b > 0, c < 0$.

$M(a, b, -c)$, $N(b, a, c)$, $O(-c, -a, -b)$,

$P(-c, -b, a)$, $Q(b, c, -a)$, $R(a, -b, -c)$.