

# 小学数学教师手册

XIAOXUE SHUXUE JIAOSHI SHOUCHE

米道生 胡杞 李建才 原遵城 周春荔

· 合 编 ·



人民教育出版社

# 小学数学教师手册

米道生 胡杞 李建才 编  
原遵城 周春荔

人民教育出版社

教学质量的高低,与教师的知识是否丰富,关系极大。要提高教学质量,就要先提高教师。教师懂得多了,底子厚了,教学就有可能做到深入浅出,因势利导。教学质量就会得到提高。

出版本手册,就是想在数学知识方面给老师们一些帮助,使老师们知道的不限于教材上讲的那一些,能懂得多一点,深一点,能加深了解教材的意图,又能了解教材的来龙去脉,自然在教学中就能够更好地运用教材。

## 小学数学教师手册

米道生 胡纪 李建才 编  
原遵城 周春荔

\*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行  
北京市房山县印刷厂印装

\*

开本 787×1092 1/32 印张 9 字数 186,000  
1982年3月第1版 1933年11月第2次印刷  
印数 162,001—222,000  
书号 7012·049 定价 0.99 元

## 写给小学数学老师们

这本手册是根据现行小学数学教学大纲，参照小学数学教材以及初中数学教材，将其中主要的基础知识，包括常用的名词、术语，汇集在一起，作了较为详尽的说明。有些内容，指出了它们的作用，有的还举有具体例子，有的并附有历史资料，以便进一步理解它们的含义和用法。总的说来，这些内容比小学数学教材略有扩大和加深。具有初中文化水平的老师，阅读本书不会有多大的困难。

我们编写这本手册的目的，在于为辛勤地从事小学数学教学工作的老师们提供一些便利。如果需要查阅有关的数学概念、性质、史料、数据或其他资料时，就可以拿起这本手册来看一看，而不必花费更多的时间和精力去询问究竟在哪一本书里可能找得到。如果在备课时，在数学知识的某一个问题上有些疑问，在这本手册里就可能给出一个较为详尽的说明。当然，这些说明仅是我们的理解或看法，或者是为了比较容易理解，或者是照顾到传统的说法，不一定都十分严谨，只能提供给老师们参考和讨论。因此，这本手册里绝大多数的内容，都不适于小学生阅读，更不宜于用作小学数学课的讲授材料，这是必须注意的。

我们的工作仅是初次尝试。在编写过程中曾得到不少老师的热情帮助，使这本手册才得以完稿，我们表示衷心的感谢。限于水平，谬误之处，在所难免，热诚希望得到老师们的指正。

编 者

1982年1月

# 目 录

<b>第一章 总论</b> .....(1)	自然数.....(17)
1. 数学.....(1)	自然数列.....(18)
数学名称的由来.....(1)	自然数列的性质.....(19)
数学研究的对象.....(1)	自然数的基本顺序律.....(19)
数学的特点.....(1)	2. 零.....(20)
数学的分科.....(2)	零.....(20)
2. 形式逻辑.....(3)	零的性质.....(20)
形式逻辑的内容.....(3)	扩大自然数列.....(21)
概念和定义.....(3)	3. 计数与记数.....(21)
判断和命题.....(4)	计数制度简史.....(21)
命题的四种形式.....(4)	计数公理.....(23)
充分条件、必要条件.....(5)	数字.....(23)
推理.....(6)	中国数字.....(23)
证明或反驳.....(8)	罗马数字.....(23)
3. 集合.....(9)	阿拉伯数字.....(24)
集合的概念.....(9)	进位制.....(24)
集合的表示法.....(9)	十进制记数法.....(25)
集合的分类.....(10)	十进制读数法.....(27)
集合的运算.....(11)	数位的分节.....(28)
4. 数系.....(12)	二进制.....(29)
运算与逆运算.....(12)	八进制.....(30)
数系的扩充.....(13)	4. 整数的运算.....(31)
数系扩充的基本原则.....(14)	整数四则运算.....(31)
数系.....(16)	整数加法.....(31)
<b>第二章 (非负)整数</b> .....(17)	整数减法.....(32)
1. 自然数.....(17)	整数乘法.....(32)

整数除法	(33)
运算顺序	(34)
括号的使用	(35)
基本运算定律与运算性质	(36)
四则运算法则	(40)
和、差、积、商的变化	(45)
5. 整数的整除性	(49)
整除的概念	(49)
整除的性质	(50)
奇数、偶数	(51)
质(素)数、合数	(52)
质数表	(52)
筛法	(53)
关于质数无限列的欧氏定理	(53)
约数、倍数	(55)
质因数	(55)
算术基本定理	(55)
分解质因数	(56)
公约数	(57)
互质数	(57)
最大公约数	(58)
最大公约数的求法	(58)
公倍数	(62)
最小公倍数	(63)
最小公倍数的求法	(63)
最大公约数、最小公倍数的应用	(65)
6. 整除的判别法	(70)
2或5的倍数判别法	(70)
3或9的倍数判别法	(70)

4或25的倍数判别法	(71)
8或125的倍数判别法	(72)
10、100、1000的倍数判别法	(73)
7、11、13的倍数判别法	(73)
弃九验算法	(75)

### 第三章 分数 (78)

1. 分数	(78)
分数的基本概念	(78)
分数的大小比较	(81)
分数的基本性质	(82)
约分	(82)
通分	(83)
2. 分数的四则运算	(84)
分数加法	(84)
分数减法	(85)
分数乘法	(85)
倒数	(86)
分数除法	(87)
分数的扩大或缩小	(87)
繁分数	(88)
百分数	(89)
千分数	(90)
成数	(90)

### 第四章 小数 (91)

1. 小数	(91)
小数	(91)
小数的性质	(92)

- 2. 小数的四则运算……(93)
  - 小数加、减法……(93)
  - 小数乘法……(93)
  - 小数除法……(94)
  - 循环小数……(95)
  - 纯循环小数……(96)
  - 混循环小数……(96)
- 3. 小数与分数的互化……(96)
  - 化分数为小数……(96)
  - 化循环小数为分数……(99)

## 第五章 比和比例……(101)

- 1. 比……(101)
  - 比的意义……(101)
  - 比的性质……(101)
  - 正比……(102)
  - 反比……(102)
  - 复比……(103)
  - 连比……(103)
- 2. 比例……(103)
  - 比例的意义……(103)
  - 比例的基本性质……(103)
  - 比例定理……(105)
  - 正比例……(107)
  - 反比例……(108)
- 3. 比例的应用……(108)
  - 比例尺……(108)
  - 比例分配……(109)

## 第六章 算术应用题……(113)

- 1. 基本概念……(113)
  - 应用题……(113)
  - 应用题的解法……(113)

应用题的分类……(113)

- 2. 典型应用题……(114)
  - 还原问题……(114)
  - 平均数问题……(114)
  - 归一问题……(115)
  - 和差问题……(116)
  - 和倍、差倍问题……(116)
  - 行程问题……(117)
  - 盈亏问题……(120)
  - 鸡兔同笼问题……(122)
  - 植树问题……(122)
  - 分数问题……(123)
  - 工程问题……(125)
  - 百分数问题……(126)
  - 面积、体积问题……(126)

## 第七章 几何图形……(128)

- 1. 体、面、线、点……(128)
  - 体……(128)
  - 面……(128)
  - 线……(128)
  - 点……(129)
  - 直线……(129)
  - 射线……(130)
  - 线段……(130)
  - 曲线……(130)
  - 平面……(131)
  - 曲面……(132)
  - 截面、横截面……(132)
- 2. 几何图形……(133)
  - 几何图形的概念……(133)
  - 图形的基本性质……(134)
- 3. 角……(135)

角的概念·····(135)	菱形·····(153)
周角、平角、直角、锐角、 钝角·····(136)	正方形·····(153)
余角、补角·····(136)	梯形·····(154)
对顶角·····(137)	8. 圆·····(155)
角的度量·····(137)	圆·····(155)
量角器·····(138)	弦·····(156)
4. 相交与平行·····(139)	弧·····(156)
相交·····(139)	圆心角、圆周角·····(156)
垂直和垂线·····(139)	圆周率·····(157)
斜线·····(140)	圆周长、弧长、圆面积··(159)
同位角、内(外)错角、 同旁内(外)角·····(141)	扇形、弓形·····(159)
平行线·····(141)	9. 对称图形·····(160)
距离·····(142)	轴对称图形·····(160)
5. 直线形·····(143)	中心对称图形·····(160)
折线·····(143)	10. 多面体与旋转体·····(161)
凸多边形·····(143)	多面体·····(161)
内角和外角·····(144)	棱柱·····(162)
正多边形·····(144)	平行六面体·····(163)
6. 三角形·····(146)	长方体、正方体·····(163)
三角形及其内角和·····(146)	棱锥、棱台·····(164)
三角形的分类·····(147)	圆柱·····(165)
高线·····(149)	圆锥·····(166)
中线·····(149)	圆台·····(166)
角平分线·····(150)	球·····(167)
勾股定理·····(150)	球冠、球缺·····(167)
7. 四边形·····(151)	侧面积、表面积·····(168)
四边形·····(151)	11. 分割与拼补·····(168)
平行四边形·····(152)	割补法·····(168)
矩形·····(152)	分割法·····(168)
	七巧板·····(170)
	12. 测量·····(170)



测量 .....	(170)	时间 .....	(189)
步测 .....	(171)	区时和北京时间 .....	(190)
目测 .....	(171)	历法 .....	(191)
<b>第八章 统计图表</b> .....	(173)	2. 现代计量制度 .....	(193)
1. 统计 .....	(173)	计量单位 .....	(193)
统计的意义和重要性 ..	(173)	<b>第十章 近似计算</b> .....	(199)
算术平均数 .....	(173)	1. 准确数与近似数 .....	(199)
几何平均数 .....	(174)	准确数与近似数 .....	(199)
加权平均数 .....	(174)	精确度 .....	(200)
总体、个体、样本 .....	(176)	2. 近似数的截取方法 ..	(200)
频数和频率 .....	(176)	四舍五入法 .....	(200)
众数 .....	(177)	去尾法 .....	(201)
中位数 .....	(178)	收尾法 .....	(201)
2. 统计表 .....	(178)	近似值的绝对误差 ..	(202)
统计表 .....	(178)	近似值的相对误差 ..	(203)
单式统计表和复式		3. 有效数字 .....	(204)
统计表 .....	(178)	有效数字 .....	(204)
总表和简表 .....	(180)	可靠数字 .....	(205)
制表规律 .....	(183)	4. 近似数的运算 .....	(206)
3. 统计图 .....	(184)	近似数的加、减法 ..	(206)
统计图 .....	(184)	近似数的乘、除法 ..	(206)
多边形统计图 .....	(184)	近似数的混合运算 ..	(208)
<b>第九章 计量</b> .....	(187)	预定精确度的计算 ..	(209)
1. 计量的概念 .....	(187)	<b>第十一章 有理数</b> .....	(211)
计量 .....	(187)	1. 有理数 .....	(211)
名数和不名数 .....	(188)	正数和负数 .....	(211)
单名数和复名数 .....	(188)	有理数 .....	(212)
高级单位和低级单位 ..	(188)	有理数的性质 .....	(212)
进率 .....	(188)	2. 有理数的比较 .....	(213)
化法和聚法 .....	(188)	数轴 .....	(213)
换算 .....	(189)	相反数 .....	(213)

绝对值	(213)
有理数的大小比较	(214)
3. 有理数的运算	(215)
有理数的加法	(215)
有理数的减法	(216)
代数和	(217)
有理数的乘法	(217)
有理数的除法	(218)
有理数的乘方	(219)
方根	(220)
平方根	(220)
立方根	(223)
有理数的混合运算	(221)

## 第十二章 方程 (222)

1. 等式	(222)
等式的分类	(222)
等式的基本性质	(222)
2. 方程	(223)
方程	(223)
方程的来源	(223)
方程的分类	(223)
方程的解	(224)
同解方程与同解定理	(225)
解方程的原理和方法	(225)
3. 一元一次方程	(226)
一元一次方程	(226)
一元一次方程的 标准式	(226)
一元一次方程的解法	(226)
一元一次方程解的 讨论	(227)

4. 列方程解应用问题	(228)
代数法解应用题的 要点	(228)
代数解法与算术解法 的对比	(229)
布列方程	(231)
检验	(233)
列方程解应用题的一 般步骤	(234)

## 第十三章 珠算 (236)

珠算的起源	(236)
算盘的构造和指法	(237)
珠算加法	(238)
珠算减法	(239)
珠算乘法	(239)
珠算除法	(240)

## 第十四章 其他 (242)

1. 一些数学符号的 来源	(242)
=	(242)
<与>	(242)
$\infty$ 与 $\leq$	(242)
+与-	(242)
$\times$ 与 $\cdot$	(242)
$\div$	(242)
$\sqrt{\quad}$	(243)
括号	(243)
2. 中外数学家简介	(243)
祖冲之	(243)
沈括	(243)
秦九韶	(244)

杨辉 .....	(244)	地球 .....	(264)
欧几里得 .....	(245)	月球 .....	(265)
阿基米德 .....	(245)	宇宙速度 .....	(265)
笛卡儿 .....	(246)	同步卫星 .....	(265)
牛顿 .....	(247)	光速 .....	(266)
欧拉 .....	(247)	声速 .....	(266)
高斯 .....	(247)	一般速度 .....	(266)
3. 几个数学问题 .....	(248)	风力等级 .....	(266)
中国剩余定理 .....	(248)	雨量 .....	(267)
哥德巴赫猜想 .....	(250)	人体常数 .....	(267)
不定方程 .....	(251)	大洲和大洋 .....	(268)
四色问题 .....	(252)	伟大的祖国 .....	(269)
一笔画 .....	(253)	江河湖泊 .....	(269)
幻方 .....	(254)	世界最高峰 .....	(270)
抽屉原则 .....	(255)	全国主要铁路干线 .....	(270)
几何三大问题 .....	(256)	铁路常识 .....	(271)
4. 中外古代数学著作 .....	(256)	物质的密度 .....	(271)
周髀算经 .....	(256)	木料容重 .....	(272)
九章算术 .....	(257)	棉布 .....	(273)
畴人传 .....	(257)	床单 .....	(273)
几何原本 .....	(258)	日用品 .....	(273)
附录 I 数学符号表 .....	(259)	自行车 .....	(273)
附录 II 五百以内质数、		电视机 .....	(274)
质因数分解表 .....	(260)	肥料 .....	(274)
附录 III 循环小数		粮食油料重量估算值 .....	(275)
周期表 .....	(262)	主要农作物种子重量 .....	(276)
附录 IV 数据资料 .....	(263)	稻、麦、谷出米(粉)	
天文单位 .....	(263)	率(%) .....	(276)
光年 .....	(263)	油料种子含油、	
秒差距 .....	(263)	出油率(%) .....	(276)
太阳系 .....	(263)	1 度电的用处 .....	(276)
太阳 .....	(264)	体育常识 .....	(277)

# 第一章 总 论

## 1. 数学

**【数学名称的由来】** 数学，我国古代叫做算术。随着内容的逐渐扩充，就有算学和数学两个名称同时并用，而把算术仅作为研究数(非负有理数)的性质和它们的加、减、乘、除四种运算的一个数学科目。算学和数学这两个名称，一直并用到本世纪初，近几十年来才统一采用数学一词。

**【数学研究的对象】** 数学是研究数与形的科学。随着科学技术与文化的发展，数与形的概念也逐渐扩充，从而使数学研究的对象不再只限于简单的数与形。向量、矩阵、空间、变换、集合、函数以及数学结构等，都成了近代数学研究的对象。但是，近代数学的这些新概念，大都是从数与形的概念演变或推广而来的。所以数与形这两个基本概念是整个数学的两大基石，整个数学始终是围绕着它们逐步深化、发展的。

**【数学的特点】** 概括说来，数学具有抽象性、精确性以及应用的广泛性三个特点。

数学的抽象性，从简单的计算中就已经表现出来，因为对抽象的数，根据运算规则进行计算时，并不要求每次都把这些数同它所表示的具体对象联系起来。跟其他自然科学相比，其他自然科学为了证明自己的结论，总是求助于实验，而数学证明定理，在一般情况下，只需要推理和计算。所以数学中不

仅概念是抽象的,就连方法也可以说是抽象的。

数学的精确性主要表现在逻辑的严密与结论的确定无疑。数学的推理,对于每个懂得它的内容的人来说,都是确定无疑的。人们常用“二乘二等于四”来比喻无可争辩的事实。当然,数学的精确性也不是绝对的,而是随着数学这门科学的发展而不断发展的。

数学尽管抽象,但是它们都是从现实世界中抽象出来的。在生活实践中,在其他科学技术中,到处都碰到数学。任何一种科学要达到完美的地步,只有在成功地运用了数学才行。这就是数学应用的广泛性。

**【数学的分科】** 数学的分科有两方面的含义,一种是指作为科学的数学,由于研究的对象以及所采用的方法不同,分成许多不同的数学分支。传统的分支有数论(初等数论、代数数论、解析数论、几何数论),代数学(线性代数、抽象代数、同调代数),几何学(微分几何、拓扑学),函数论(实变数函数、复变数函数),泛函分析,微分方程(常微分方程、偏微分方程),概率论,数理统计,运筹学,数理逻辑,计算数学(数值计算方法、程序设计方法)等。现代数学又产生了一些新的分支,如模糊数学等。有些新的数学理论与方法,仍在不断地发展与完善中。

另一种是指作为学校教学科目的数学,也有不同的分科。

小学阶段的数学,以学习数(非负有理数)的性质以及它们的加法、减法、乘法、除法运算,简单的几何图形的认识和有关计算等,为主要内容。过去把这些内容叫做算术。目前由于增加了一些代数知识,为了使名称和内容一致,也就称为

数学。

中学阶段的数学,分为代数(包括简单的概率计算),几何(平面几何、立体几何),平面解析几何,一元函数微积分。

## 2. 形式逻辑

**【形式逻辑的内容】** 形式逻辑是研究思维的形式及其规律的科学。学习形式逻辑可以帮助我们提高思维能力,帮助我们正确地严密地表达思想。形式逻辑包括概念,判断,推理,证明或反驳四个内容。这些内容都是数学中经常使用的。

**【概念和定义】** 概念是事物及其本质属性在思维中的反映。某种事物的本质属性,就是这种事物所具有的而别种事物都不具有的性质。

在逻辑上,把概念所反映的对象的本质属性,叫做概念的内涵。具有概念所反映的本质属性的对象,叫做概念的外延。例如,平行四边形这一概念的内涵,包括一切平行四边形所共有的两个本质属性:有四条边,两组对边分别平行。它的外延是一般平行四边形、矩形、菱形、正方形等一切对象的总体。

概念必须明确。这是说要明确概念的外延和内涵。明确概念的方法,就是给概念下定义。在数学中常用的定义形式为“ $\times\times\times$ 是 $\times\times\times$ ”或“ $\times\times\times$ 叫做 $\times\times\times$ ”。例如,两边相等的三角形是等腰三角形。

给概念下定义,要遵守下列规则:

(1) 被定义概念的外延必须与定义的概念的外延相等。

例如,“分数是小于1的数”。这一定义是不相称的。因

为被定义的概念(分数)的外延比定义的概念(小于1的数)的外延大。

(2) 定义一般不用否定概念。

例如,“分数是不是整数的数”。这样的定义并不能给我们关于分数的本质属性的任何知识。

(3) 定义不能是比喻。

例如,“小数是较小的数”。这样的定义不能确切地说出被定义概念的本质属性。

(4) 定义不能循环。

例如,用两直线垂直来定义直角,又用两直线成直角来定义垂直。这样的定义既不能揭示概念的内涵,也不能确定概念的外延。

**【判断和命题】** 判断是对思维对象有所断定的一种思维形式。符合事实的判断就是真的,不符合事实的判断就是假的。

表示判断的句子叫做命题。命题同样有正确与错误之分。如果命题的真实性,是根据已知为正确的命题,经过逻辑推理证明的,那么这个命题就叫做定理。简单地说,定理就是正确的命题。如果命题的真实性,已为反复的实践所证实,而被认为不需要由别的定理证明的,那么这个命题就叫做公理。

一个命题的表现形式:一般是“若 $A$ 则 $B$ ”(有时为了通俗起见,也说成“如果 $A$ ,那么 $B$ ”)。“若 $A$ ”是命题的条件或前提,“则 $B$ ”是命题的结论或终结。其中条件和结论可以是一个、两个或更多个。

**【命题的四种形式】** 命题有下面的四种形式:

- |               |               |
|---------------|---------------|
| I. 原命题        | II. 逆命题       |
| 若 $A$ 则 $B$   | 若 $B$ 则 $A$   |
| III. 否命题      | IV. 逆否命题      |
| 若不 $A$ 则不 $B$ | 若不 $B$ 则不 $A$ |

它们之间的相互关系,如图 1-1 所示:

当原命题成立时, 它的逆命题与否命题未必成立, 但是逆否命题必定成立。这就是说, 原命题与逆否命题要么都真, 要么都假。同样, 逆命题和否命题也互为逆否命题, 因而也是同真或同假的。

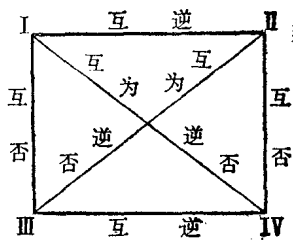


图 1-1

- 例如,
- I. 原命题: 自然数是整数(真)
  - II. 逆命题: 整数是自然数(假)
  - III. 否命题: 不是自然数就不是整数(假)
  - IV. 逆否命题: 不是整数就不是自然数(真)

**【充分条件、必要条件】** 如果命题“若  $A$  则  $B$ ”成立, 就说  $A$  是使  $B$  成立的充分条件, 同时  $B$  是  $A$  成立的必要条件。

例如, 如果  $a=0$ , 那么  $ab=0$ 。在这个命题里,  $a=0$  是  $ab=0$  成立的充分条件, 因为只要  $a=0$ , 不论  $b$  是否为零, 就足以使  $ab=0$  成立。同时,  $ab=0$  是  $a=0$  的必要条件, 因为  $ab \neq 0$ , 那么  $a=0$  就不可能成立, 也就是说, 必须  $ab=0$  这个条件成立,  $a=0$  才有可能成立。

还要注意到, 在“如果  $a=0$ , 那么  $ab=0$ ”中,  $a=0$  是  $ab=0$  成立的充分条件, 但不是必要条件, 因为使  $ab=0$  成立的条



件,不一定只有 $a=0$ ,换成“如果 $b=0$ ,那么 $ab=0$ ”也可以。又 $ab=0$ 是使 $a=0$ 成立的必要条件,但不是充分条件,因为从 $ab=0$ ,并不能得出 $a=0$ 一定成立。

综上所述,在“如果 $a=0$ ,那么 $ab=0$ ”中, $a=0$ 是 $ab=0$ 的充分但非必要的条件, $ab=0$ 是 $a=0$ 的必要但非充分条件。

在命题“如果 $a, b$ 中至少有一为零,那么 $ab=0$ ”中, $a, b$ 中至少有一为零是 $ab=0$ 成立的既充分又必要的条件,可以写成“ $ab=0$ 成立的充分必要条件是 $a, b$ 中至少有一为零”,或“ $a, b$ 中至少有一为零是 $ab=0$ 的充分必要条件”。充分必要条件简称充要条件。

在数学中,充要条件常用“当且仅当”来表示,例如“当且仅当 $a, b$ 中至少有一为零时, $ab=0$ 成立”。另外, $a, b$ 中至少有一为零是 $ab=0$ 成立的充要条件,可以理解为命题“如果 $a, b$ 中至少有一为零,那么 $ab=0$ ”和它的逆命题“如果 $ab=0$ ,那么 $a, b$ 中至少有一为零”,同时都成立。

**【推理】** 推理是判断与判断之间的一种联系。在数学中,推理就是从一个或者几个已知的命题,得出一个新的命题的思维过程。一个推理由前提和结论两部分组成。正确的推理形式,种类很多,常见的有演绎推理和归纳推理两类。凡前提和结论之间的联系是必然的,都属于演绎推理;凡前提和结论之间的联系不是必然的,都属于归纳推理。它们的根本区别是,根据演绎推理,从正确的前提必然地推出正确的结论;而归纳推理,从正确的前提不能必然地推出正确的结论。一般地说,通过演绎推理是把一般性的知识应用到特殊的场合;