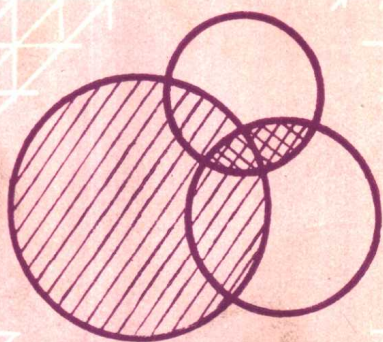


小学教师进修
中等师范教材



初中数学复习

北京教育学院师范教研室
河南省小学教师进修中师数学编写组

封面设计 崔子剑

小学教师进修中等师范教材

初中数学复习

北京教育学院师范教研室

河南省小学教师进修中师数学编写组

责任编辑 刘宗贤

河南教育出版社出版

许昌地区印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 13印张 279千字

1983年7月第1版 1984年7月第2次印刷

印数：336,301—383,460册

统一书号：7356·32 定价：1.44元

说 明

为了适应当前小学教师进修的迫切需要，经陕西、河南、甘肃、内蒙古、北京五省、市、自治区共同商定，分工协作编写小学教师进修中等师范的教材。全套教材有：《中师语文》（即大纲规定开设的《文选与写作》全四册）、《语文基础知识》、《小学语文教学法》（即大纲规定开设的《小学语文教材教法》），《初中数学复习》、《代数与初等函数》上下册、《几何》、《算术基础理论》、《小学数学教材教法》，《自然》，《历史》，《地理》和《心理学》，《教育学》采用人民教育出版社编写的全日制中等师范学校统编教材。

这套教材是根据教育部制订的《小学教师进修中等师范教学计划（试行草案）》，参照教育部制订的各科教学大纲（征求意见稿），联系在职小学教师的实际，在总结以往经验的基础上编写的。

在确定教材内容时，我们既重视内容的思想性、科学性和系统性，又注重学员的基础知识、基础理论的学习和基本技能的训练；贯彻少而精，理论联系实际、面向小学的原则。在编写过程中，我们考虑到当前小学教师的实际和在职教师进修的特点，文字力求简明扼要，通俗易懂，便于自学。本套教材适合小学教师离职进修、函授、业余面授和自学进修使用。

中师数学进修教材是五省市协编会委托北京市和河南省编写，由北京教育学院师范教研室和河南省小学教师进修中师数学编写组写出初稿，河南省教育厅召集陕西、甘肃、内蒙古、安徽、广西、山东、河北、河南、北京等省、市、自治区的代表参加审稿会议，对初稿进行了审查。会后，由编者根据审查意见进行了修改定稿。

本书是《初中数学复习》。考虑到当前小学教师的实际情况，我们编写了这册教材，以便于学员复习使用。教材把初中数学的基本概念、基础知识和基本训练按内容进行分类、归纳、系统整理。全书分代数与平面几何两部分，代数部分系统讲述了有理数、解析式、方程和方程组、不等式与不等式组和函数及其图象；平面几何部分系统讲述了直线、角、平行线、三角形、多边形和圆。对其中的一些定理作了适当的证明，加强了基本作图。在编写时，我们注意了与中师进修教材相衔接，并符合小学数学教学的实际需要，也注意了便于学员们自学。本书也可作为职工学习初中数学的教材。

由于我们的水平有限，编写时间又比较仓促，教材中难免会有缺点和错误，希望各地在试用过程中提出意见，以便进一步修改。

北京教育学院师范教研室
河南省小学教师进修中师数学编写组

一九八三年二月

目 录

第一部分 代数

第一章 有理数	(1)
第一节 有理数的意义	(1)
第二节 有理数的运算	(13)
第二章 解析式	(49)
第一节 一般概念	(49)
第二节 整式	(55)
第三节 分式	(75)
第四节 根式	(85)
第五节 指数式与对数式	(97)
第三章 方程和方程组	(106)
第一节 方程的概念	(107)
第二节 整式方程	(112)
第三节 分式方程	(127)
第四节 无理方程	(131)
第五节 方程组	(135)
第六节 列方程(组)解应用问题	(141)
第四章 不等式和不等式组	(157)
第一节 一元一次不等式	(157)
第二节 一元一次不等式组和一元二次不等式	(162)
第五章 函数及其图象	(169)
第一节 函数的有关概念	(169)

第二节	正比例函数和反比例函数	(183)
第三节	一次函数	(196)
第四节	二次函数	(205)

第二部分 平面几何

第六章	直线、角、平行线	(242)
第一节	直线、线段、射线	(242)
第二节	两条直线的相互位置关系	(249)
第七章	三角形	(269)
第一节	三角形的边和角	(269)
第二节	全等三角形	(280)
第三节	线段的垂直平分线和角的平分线	(292)
第四节	相似三角形	(295)
第五节	解三角形	(307)
第八章	多边形	(330)
第一节	多边形与它的内角和	(330)
第二节	平行四边形	(335)
第三节	梯形	(347)
第四节	多边形的面积	(353)
第九章	圆	(365)
第一节	圆的性质	(365)
第二节	一条直线和圆的位置关系	(367)
第三节	两条直线和圆的位置关系	(374)
第四节	三条直线、四条直线或多条直线和圆的位置关系	(384)
第五节	圆和圆的位置关系	(396)
第六节	圆周长和圆面积	(401)

第一部分 代 数

第一章 有 理 数

在人类的最初阶段，就开始形成数的概念，由于生活和生产的需要，开始产生了自然数。随着生产的发展，人们要表示现实世界中存在着的许多可以分割的量的大小，于是引进了分数，后来又引进了数0。我们把在小学数学里所学过的数(未引进负数以前的数)称为**算术数**。仅有算术数还不能满足人们的实际需要，还要把数的概念作进一步扩充。

在本章里，我们要在算术数的基础上，把数的概念扩充到有理数，在有理数的范围内来讨论关于数的大小比较、运算法则及有关性质。

第一节 有理数的意义

1.1 相反意义的量

在现实世界中存在着各种各样的量，例如，人口的多少、产品的数量、人的年龄等等，这些量的大小仅仅用算术数就可以表示出来。还有一些具有相反意义的量，需要引入新数来表示它们。

我们来看几个例子：

1. 某人从某地出发(图 1—1), 向东走 3 公里达到 A 地, 另一人从同一地点向西走 3 公里到达 B 地. 如果用“位移”来表示两人行走的情况, 他们虽然都位移 3 公里, 但是它们的方向是相反的, “向东 3 公里”与“向西 3 公里”是具有相反意义的量.

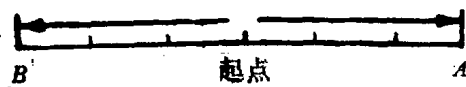


图 1—1

2. 某一天的最高温度是零上 5 度, 最低温度是零下 5 度. “零上 5 度”与“零下 5 度”是具有相反意义的量.

3. 仓库昨天运进货物 $8\frac{1}{2}$ 吨, 今天运出货物 $4\frac{1}{2}$ 吨.

“运进”与“运出”的意义是相反的, 货物的进与出的量是具有相反意义的量.

此外, 如水位的升降、产量的增减等等, 尽管它们有着不同的具体内容, 但有一个共同的特点, 都是具有相反意义的量.

1.2 正数和负数

对于具有相反意义的量, 例如“向东 3 公里”与“向西 3 公里”, “零上 5 度”与“零下 5 度”等等, 要确切地表示它们, 仅仅用算术数是不够的, 因为它们不能把互为相反的方向表达出来. 数 3 不能反映出“向东”与“向西”, 数 5 不能反映出“零上”与“零下”, 如果用文字表达方向, 这是很不方便的. 为了区别“相反”的意义, 我们把其中具有

某一种意义的量规定为正的，而把另一种意义相反的量规定为负的。例如，如果把“向东”多少规定为正的，则“向西”多少规定为负的；如果把“零上”的温度规定为正的，那么，“零下”的温度就是负的。这样，量的两种相反意义，都可以抽象为“正”和“负”概括地反映出来，至于规定哪一种量为正，哪一种量为负，应该合乎习惯，便于应用。

对于正的数，我们就在算术数（零除外）的前面放上“+”（读做正）号来表示，也可以省略“+”号直接用原来的算术数（零除外）来表示。如果按上述规定向东位移为正，零上温度为正，那么“向东3公里”记作+3公里（或3公里），“零上5度”记作+5°（或5°）。

带有正号的数叫做**正数**。例如+3，+5，+1.37，+5 $\frac{1}{2}$ 等等。（正号也可以省略不写，+3与3是一样的）。

对于负的数，我们就在算术数（零除外）前面放上“-”（读做负）号来表示。例如，“向西3公里”记作-3公里，“零下5度”记作-5°等等。

带有负号的数叫做**负数**。例如-3，-5，-4 $\frac{1}{2}$ ，-0.123等等。

表示正数与负数的记号“+”与“-”叫做数的性质符号，它们形式上与加减号相同，但在这里并没有运算的意思。

零既不是正数，也不是负数。

试想一想：

(1) 运进货物8 $\frac{1}{2}$ 吨记作8 $\frac{1}{2}$ 吨，运出货物4 $\frac{1}{2}$ 吨记作什么？

(2)高出海平面5.2米记作+5.2米,那么, -3.6米是什么意思?

(3)如果向北为正,那么走+12公里、-20公里各是什么意思?

如果向南为正,那么走+12公里、-20公里各是什么意思?

(4)轮船上行60公里之后又下行100公里,这时,轮船距离出发地点多少公里?在出发点的上游还是下游?

1.3 有理数

到现在为止,我们学过的数有:

正整数(也叫自然数),如+1、+2、+3、……;

零, 0;

负整数,如-1、-2、-3、……;

正分数,如 $+8\frac{1}{2}$ 、+5.2(即 $+5\frac{1}{5}$)、 $\frac{2}{3}$ 、……;

负分数,如 $-4\frac{1}{2}$ 、-3.6(即 $-3\frac{3}{5}$)、 $-\frac{6}{7}$ 、…….

正整数、零、负整数统称**整数**,正分数、负分数统称**分数**.

整数和分数统称**有理数**.

有理数 $\begin{cases} \text{整数} & \text{正整数, 零, 负整数} \\ \text{分数} & \text{正分数, 负分数} \end{cases}$

全体有理数组成一个集合,叫做**有理数集合**.

1.4 数轴

我们知道用温度计上的刻度表可以表示温度,就是说,

温度的高低可以用一条直线上的点来表示。一般地，有理数可以用直线上的点表示出来。

我们画一条直线(一般画水平的直线)，规定一个方向为正方向(一般取从左到右的方向)，并用箭头表示出来。在直线上任取一点O作为原点，表示数0，原点右边的点表示正数，左边的点表示负数，再任取一条线段的长度作为单位长度。像这样规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**(图1—2)。原点、正方向和单位长度是构成数轴的三要素。

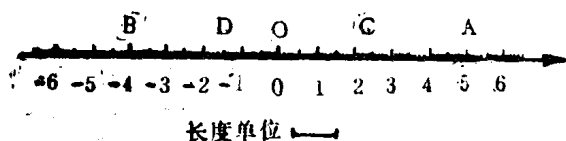


图 1—2

于是，+5 就可用数轴上原点右边5个单位的A点表示，-4 就可用原点左边4个单位的B点表示，+2.4 可用原点右边2.4个单位的C点表示， $-1\frac{1}{2}$ 可用原点左边 $1\frac{1}{2}$ 个单位的D点表示，等等。

这样，所有的有理数，都可以用数轴上的点表示。

在数轴上表示一个数的点叫做这个数的**对应点**，如+5、-4、+2.4、 $-1\frac{1}{2}$ 的对应点分别是A、B、C、D。

例 1 下面数轴上的A、B、C、D、E各点分别表示什么数？

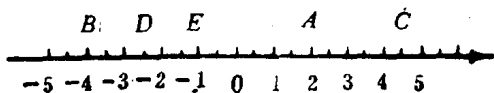


图 1-3

解：A、B、C、D、E 各点分别表示 2、-4、4.5、-2.5、-1.

例 2 在数轴上画出表示下列各数的点：

$+1$ ， -5 ， -2 ， $+4\frac{1}{2}$ ， 0 。

解：

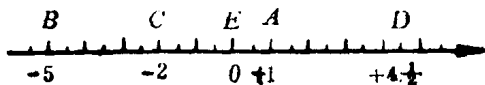


图 1-4

1.5 相反数

在有理数集中，数 2 有 -2 与它对应，数 $\frac{1}{3}$ 有 $-\frac{1}{3}$ 与它对应。一般地，任一正数 a 总有一个确定的负数 $-a$ 与它对应，像这样只有符号不同的两个数，叫做互为相反数。

例如， -2 是 2 的相反数，2 也是 -2 的相反数。

可以形象地看出，相反数 a 和 $-a$ 在数轴上的对应点分别在原点的两侧，并且与原点的距离相等，但方向相反。就是说，任何一个正数的相反数是一个负数；任何一个负数的相反数是一个正数。关于数零，就规定零的相反数还是零。

如果 a 是正数，那么， a 的相反数是 $-a$ 。一般地，要表示任意一个有理数的相反数，只要在这个数的前面添上“ $-$ ”号就可以了。例如 $+3$ 的相反数是 $-(+3)$ ，也就是 -3 ， -3 的相反数是 $-(-3)$ ，也就是 $+3$ ，即

$$-(+3)=-3, -(-3)=+3.$$

必须注意， $-a$ 不一定表示负数。事实上，若 a 是正数，则 $-a$ 是负数，若 a 是负数，则 $-a$ 是一个与 a 相反的正数。

想一想： $-\frac{2}{3}$ 的相反数是什么？ $-\frac{2}{3}$ 的相反数的相反数是什么？

1.6 绝对值

用有理数可以用来表示具有相反意义的量，“向东3里”和“向西3里”可以分别用 $+3$ 和 -3 表示。但有时我们需要考虑这样的问题，即汽车走这两段路程所消耗的汽油量，这时，只要考虑汽车所走过的距离就可以了，而不必考虑行驶的方向。因此，在数学上就抽象出有理数的绝对值这个概念。

正数的绝对值是这个数的本身，负数的绝对值是这个数的相反数，零的绝对值就是零。

一个数 a 的绝对值，用符号 $|a|$ 表示。这样，

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{若 } a \text{ 是正数}); \\ 0 & (\text{若 } a \text{ 是零}); \\ -a & (\text{若 } a \text{ 是负数}). \end{cases}$$

例如 $|+3|=3$ ， $|-3|=3$ ， $|0|=0$ 。

根据绝对值的意义可知，任何一个数的绝对值都是一个

非负数(即正数或零), 一个数的绝对值的几何意义, 是表示这个数在数轴上的对应点到原点的距离. 特别地, 两个相反数的绝对值相等, 它们在数轴上的对应点到原点的距离相等.

引入绝对值的概念, 一方面是为了研究有方向的量的绝对数量的需要, 另一方面是为了将正负数的运算转化为正数的运算, 它可以作为沟通旧数(算术数)与新数(有理数)之间的桥梁, 在有理数的研究中将起着重要的作用.

想一想以下问题:

- (1) 绝对值是 2 的数有几个?
- (2) 两个相反数有什么相同之处和不同之处?
- (3) 一个数的绝对值可能是负数吗? 一个数的绝对值一定是正数吗?
- (4) $-a$ 一定是负数吗? 为什么?

1.7 有理数大小的比较

算术数可以比较大小, 现在引进了负数, 把数扩大到有理数集合, 怎样来比较它们的大小呢?

我们来观察温度计, 它的刻度越向上温度就越高, 刻度越向下温度就越低. 正的温度比零度高, 零度又比负的温度高, 由此启发我们利用数轴来规定有理数的大小. 在数轴上表示两个有理数, 右边的数总比左边的数大.

根据这个规定, 我们就可以得到有理数大小的比较法则:

正数都大于零, 负数都小于零;

正数大于一切负数;

两个负数中，绝对值大的那个数较小。

这个规定与原来算术数大小的比较是一致的。两个数的大小关系，用符号“ $>$ ”（大于）或“ $<$ ”（小于）来表示。

例3 比较下列各对数的大小：

(1) 0.001 与 -1000 , (2) -0.0001 与 0 ,

(3) $-\frac{2}{3}$ 与 $-\frac{3}{4}$, (4) $-\frac{5}{8}$ 与 -0.618 .

解：(1) $\because$ 任何正数大于任何负数，

$$\therefore 0.001 > -1000.$$

(2) $\because$ 任何负数小于零，

$$\therefore -0.0001 < 0.$$

$$(3) \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} = \frac{8}{12},$$

$$\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4} = \frac{9}{12},$$

$$\therefore \frac{8}{12} < \frac{9}{12},$$

$$\therefore -\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}.$$

$$(4) \left| -\frac{5}{8} \right| = \frac{5}{8} = 0.625,$$

$$|-0.618| = 0.618,$$

$$\therefore 0.625 > 0.618,$$

$$\therefore -\frac{5}{8} < -0.618.$$

例4 用“ $<$ ”连接下列三个数：

-3 , 2 , -7 .

解：把三个数从小到大排列，得 -7 , -3 , 2 用“ $<$ ”连接：

$$-7 < -3 < 2.$$

想一想以下的问题：

(1) -10 和 $-\frac{1}{10}$ 哪个大？ $|-10|$ 和 $|\frac{1}{10}|$ 哪个大？

(2) 如果 $|a| = |b|$ ，能断定 $a=b$ 吗？为什么？

(3) 如果 $|a| > |b|$ ，能断定 $a > b$ 吗？为什么？

(4) 如果 $a < b$ ，能断定 $|a| < |b|$ 吗？为什么？

习 题 一

1. 水库水位上升0.7米记作+0.7米，下降0.5米记作什么？
2. 如果-50元表示支出50元，那么，+200元表示什么？
3. 如果卡车向东行驶6公里记作行驶+6公里，那么向西行驶8公里记作什么？-3公里的意义是什么？
4. 用正数或负数表示下列数量：

- (1) 北京海拔52.3米；
- (2) 珠穆朗玛峰海拔8848.13米；
- (3) 吐鲁番盆地的最低处低于海平面154米；
- (4) 太平洋最深处低于海平面11022米。

5. 山区气象站测得某四个时刻的气温分别是，

零下2.2度，零上5.7度，零下0.4度，零下4.9度，用正数和负数表示这些温度。

6. 粮库进出粮食的记录如下(运进为正)：

9月份							
日 期	14	15	16	17	18	19	20
进出(吨)	+82	-17	-30	+68	-25	+40	-50

说明各天的记录的意义。

7. 不用负数，说明下面一些话的意义：

(1) 温度上升了 -2°C ；

(2) 某河的水位上午上升了25厘米，下午上升 -10 厘米；

(3) 压路机前进20米，再前进 -50 米；

(4) 收入增加 -100 元。

8. (1) 温度计上午是 10°C ，下午是 8°C ，这段时间内共升高了多少度？

(2) 甲车于下午4时进站，乙车于下午6时进站，甲车在乙车进站几小时后才到达车站。

9. 把下列各数填在相应的括号里：

$1, -\frac{4}{5}, 8.9, -7, 1.\dot{5}7, \frac{5}{6}, -1.2, -0.\dot{6}, +1008, -0.01, 1.\dot{7}8$ 。

正整数集合：{ }。

负整数集合：{ }。

正分数集合：{ }。

负分数集合：{ }。

10. 有理数中有没有这样的数，它既不是正数，也不是负数？如果有，有几个？是什么数？

11. 在数轴上记出下列各数：

$+6, -6, 1.5, 2\frac{1}{2}, 0, -3\frac{1}{2}, 0.5, -2.5$ 。

12. $+9$ 的相反数是什么？ 2.4 是什么数的相反数？什么数的相反数是 -0.75 ， $\frac{1}{4}$ 和什么数是互为相反数？ 0 的相反数是什么？

13. 写出下列各数的相反数和绝对值：

$+0.3, -0.3, -9\frac{1}{2}, +5\frac{2}{3}, -0.0001$ 。

14. 根据相反数的概念化简：

(1) $-(+5)$ ；(2) $-(-5)$ ；(3) $-(-3\frac{1}{5})$ ；