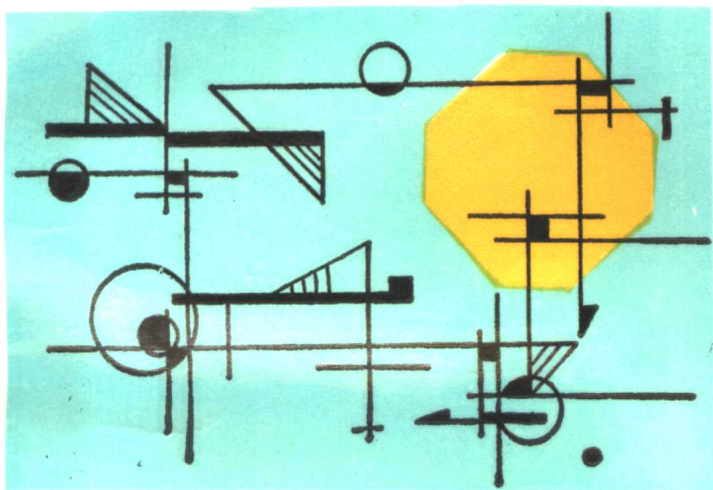


北京教育丛书



数学教学与智能发展

● 徐友标 陶文中 刘治平 ● 光明日报出版社

北京教育丛书

数学教学与智能发展

徐有标 陶文中 刘治平

光明日报出版社

数学教学与智能发展

*

徐有标 陶文中 刘治平

光明日报出版社出版发行

新华书店总店北京发行所经销

北京市昌平印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 $1/32$ 13.25 印张 286 千字

1991 年 4 月 第一版 1991 年 4 月 第一次印刷

印数 1~4000 册

ISBN7-80091-011-3

G· 370

定价 6.80 元

前 言

在国家教委直接领导下，目前全国有23个省市进行着《中学数学实验教材》的实验。在北京市教育局的关怀和支持下，从1979年的2所中学2个实验班，发展到目前的15所中学48个实验班。迄今初中已毕业7届实验班、高中已毕业4届实验班。《初中数学实验教材》已经过三次修改，并经专家鉴定，1989年在面上推广使用。《高中数学实验教材》还需进一步修改。几年来，我们在进行教材改革实验的同时，对教法、学法以及数学教学与发展智能的关系进行了专题研究。1983年我们对3所中学初三年级的实验班与普通班进行了一次对比考查，并对实验班200名数学学得比较优秀的学生进行了立案分析，对他们学习数学的心理品质和思维特点作了筛选和归纳，总结出发展智能的11种数学能力的成分。尔后，我们以这11种数学能力的成分作为数学教学与发展智能的重要因素来培养。经过第二轮的实验研究，效果是好的，实验班学生的数学能力，普遍地得到很好的发展，中考、高考数学成绩突出，特别是在参加各级数学竞赛的活动中，适应能力也较强、获奖名次也较多。这表明在数学教学过程中，在传授知识的同时，培养11种学生数学能力的成分，对发展学生智能是重要的也是必要的。

基于上述的实验、认识和体会，我们撰写了本书。本书第一章主要讲我们提出的11种数学能力的根据及认识。第二章至第十二章主要介绍这11种数学能力成分，在学习数学中的意义、作用，以及它们的特征，从理论和实践的结合上作了阐述，并对如何在数学教学活动过程中，培养11种数学能力，提出了我们的做法和建议。最后三章主要讲数学思维品质；技巧、技能、能力的相互关系以及数学能力的测试等问题。

本书的第二、八、十五章由陶文中撰稿，第五、十章由刘治平撰稿，其他各章及全书的修订工作由徐有标完成。

此书初稿写出后，北京市教育局副局长杨玉民、特级教师刘东，他们在百忙中审阅了全稿，并提出了许多宝贵的意见，我们都一一作了研究和吸收，在此，表示衷心的感谢。书中的某些材料是由实验班执教老师田钦、马富芸、张海霞、牛振坤、马根等提供的，在此也向他们表示衷心的感谢。李勃梁同志曾为本书提供过部分素材，后因全书的体系改动，没有采用，韩家桀同志为本书提供了少量素材，我们采用了，在此，也向他们表示衷心的感谢。

我们希望本书能对中学数学教师、教学研究人员有所帮助。但我们认为本书的缺点和错误在所难免，我们欢迎读者的批评，并将愉快地接受和悉心研究读者的一切批评、建议和意见。

作 者

1989年7月于北京

《北京教育丛书》编辑委员会

顾问：李 晨 韩作黎

主 编：汪家镠

副主编：姚幼钧 杨玉民 张鸿顺 温寒江 白耀

编 委：（以姓氏笔划为序）

于洪波	王 平	王光裕	王洪权	王桂生
王家骏	王碧霖	方道霖	白 耀	叶钟玮
乔 震	汤世雄	汪家镠	杨玉民	张鸿顺
陈清泉	陈境孔	林 慈	范小韵	罗玉圃
贺水葵	赵正中	姚幼钧	胡红星	钟善基
徐仁声	萧 沅	阎立钦	曹福海	梁慧霞
温寒江				

序

徐惟诚

教育事业的重要，已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴，归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗，要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程，人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育，需要做许多事情，其中最根本的还是要靠人，靠教师，尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担，关系着祖国未来的命运，也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下，究竟怎样做人，怎样立身处事，能不能用自己的双手为社会做出贡献，从而也创造自己的幸福生活，在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道，人，是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律，我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展，这是毫无疑问的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师，对社会主义教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代，造就人才，积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原因，这件总结和传播经验的工作过去做得还远远不够。为此，中共北京市委和北京市人民政府决定，拨出专款，指定专人组成编委会，编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内，已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作，看来任务是可以完成的。

我们相信，《北京教育丛书》的编辑出版，对于鼓励广大教师钻研业务，积累经验，对于传播和交流这些经验，对于推动教育科学研究，对于提高普通教育的水平，都是有积极作用的。同时，这套丛书的出版，也将有助于人们认识教师所作的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃，每天都有许多新问题提到我们面前来，也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩，是不会被人们忘记的。

目 录

前 言	(1)
第一章 问题的提出与认识	(1)
一. 问题的提出	(1)
二. 认识	(8)
第二章 注意能力	(19)
一. 注意与数学教学	(19)
二. 注意能力的培养	(29)
第三章 观察能力	(44)
一. 观察的意义	(44)
二. 观察的方法	(50)
三. 观察能力的培养	(61)
第四章 记忆能力	(79)
一. 数学记忆与数学能力	(79)
二. 数学记忆的表现形式	(83)
三. 数学记忆能力的培养	(91)
第五章 联想能力	(109)
一. 联想与数学教学	(110)
二. 联想能力的培养	(122)
第六章 概括能力	(140)
一. 概括能力与数学能力的关系	(140)

二. 概括能力的表现形式·····	(146)
三. 概括能力的培养·····	(152)
第七章 迁移能力 ·····	(179)
一. 迁移的概念·····	(179)
二. 迁移理论的历史演进·····	(183)
三. 迁移能力的培养·····	(189)
第八章 运算能力 ·····	(207)
一. 习惯心理是影响运算能力的心理障碍·····	(209)
二. 习惯心理的差异·····	(211)
三. 习惯心理形成的因素·····	(215)
四. 克服消极习惯心理, 提高运算能力·····	(222)
第九章 逻辑思维能力 ·····	(231)
一. 逻辑思维在学习数学中的意义·····	(231)
二. 逻辑思维能力的培养·····	(235)
第十章 空间想象能力 ·····	(264)
一. 空间想象能力的基本要求·····	(264)
二. 教学中应注意的几个问题·····	(265)
三. 空间想象能力的培养·····	(268)
第十一章 直觉思维能力 ·····	(285)
一. 直觉思维的特征与作用·····	(286)
二. 直觉思维能力的培养·····	(294)
第十二章 创造思维能力 ·····	(314)
一. 重视知识原理教学·····	(316)
二. 提倡引导发现教学·····	(322)
三. 加强发散思维训练·····	(330)
第十三章 发展思维品质 ·····	(343)
一. 发展思维灵活性·····	(343)

二. 发展思维深刻性·····	(349)
三. 发展思维组织性·····	(351)
四. 发展思维批判性·····	(354)
五. 发展思维辩证性·····	(356)
第十四章 技巧、技能、能力·····	(360)
一. 技巧、技能、能力的概念·····	(360)
二. 技巧、技能、能力之间的相互关系·····	(368)
三. 怎样培养技巧、技能和能力·····	(372)
第十五章 数学能力的测试·····	(382)
一. 数学能力成分·····	(382)
二. 数学能力测试的评价标准和要求·····	(386)
三. 数学能力测试的原则和步骤·····	(398)

第一章 问题的提出与认识

提出一个问题往往比解决一个问题更重要。因为解决了一个问题，也许仅仅是一个数学上或实验上的技能而已。而提出一个新的问题、一个新的可能、从新的角度看旧的问题，却需要有创造性的想象力，而且标志着科学的真正进步。

——爱因斯坦

一、问题的提出

1979年9月，我们在北京市教育局支持下，由北京景山学校、北京师范学院附属中学参加的、由原中央教育部直接领导的，按照美国加州大学伯克利分校数学系项武义教授设计的，由我国有关专家、教师参加编写的《中学数学实验教材》的实验。实验从初中一年级开始，第二年又增加了北师大附属实验中学、北京市第七中学参加实验。至1983年9月，实验班已有2届初中毕业生，当时参加全市统一升学考试，数学成绩比较突出，班平均成绩在同类学校中，均列前茅，详见表1—1。

**表 1—1 1982、1983年实验班学生参加全市中考
数学成绩统计表**

学 校	时间	班人数	班平均分	标准差
北京景山学校	1982年	30人	96.5	4.3
北京师院附中	1982年	45人	97.6	4.5
北京师院附中	1983年	47人	97.7	3.8
北京师院附中	1983年	40人	97.2	4.7
北京师大附属实验中学	1983年	42人	97.3	4.9
北京市第七中学	1983年	39人	85.6	8.2

从参加区、校同年级的数学竞赛成绩情况看，实验班学生的成绩比普通班学生成绩明显的好。例如，1981年，北京师院附中参加海淀区初中二年级数学竞赛，全区获奖的30人中，北京师院附中有7人，其中实验班占4人（当时该校有4个普通班，2个实验班）；1982年，北京师院附中参加海淀区初中三年级数学竞赛，全区获奖的17人中，北京师院附中有5人，其中实验班占4人。这次获全区个人总分第一、四、五名次的均是北京师院附中实验班的学生。又如，1983年，北京师大附属实验中学参加北京市初中三年级数学竞赛，该校获一等奖的2人中，实验班占1人，获二等奖的5

人中，实验班占4人（当时该校有3个普通班，1个实验班）。

上述成绩表明，这项数学教改实验已取得了初步成果，它与《中学数学实验教材》的优势和实验教师致力于教法改革是分不开的。为了进一步弄清实验班的学生经过三年的教改实验，在智力和非智力方面能够得到较好的发展，它与普通班学生呈现出的差异的主要原因是什么，我们拟了三套测试题，第一套主要考查知识性的试题（试题Ⅰ）；第二套主要考查智能性的试题（试题Ⅱ）；第三套主要考查非智力因素的试题（试题Ⅲ）。（试题附后）1983年12月，我们选了3所中学：北京师院附中（市重点中学）、北京市第八中学（市重点中学）、北京市第七中学（普通中学），对当年的初三学生进行问卷考查，统计表明，知识性的成绩在同一学校里，实验班与普通班差异不显著，但智能性的成绩和非智力因素，实验班与普通班差异显著。详见表1—2。

从这次问卷调查的统计数字表明，实验班学生智能发展是好的。三年前这些学生刚进入初一时，他们智能的水平没有多少差异，尔后随机分班，实验班学生使用《中学数学实验教材》，再结合教法改革，三年后，实验班学生智能水平已高于普通班学生，我们从试题Ⅱ的解答分析和平时的教学实验中看到，实验班的学生，特别在注意、观察、记忆、联想、概括、迁移、运算、逻辑思维、空间想象、直觉思维、创造思维等11种数学能力方面，明显地超过普通班学生。这就使我们实验组的同志认识到，教好知识的同时，努力培养这11种数学能力的重要意义。于是在第二轮的实验研究中，特别是高中的实验阶段，我们始终把上述的11种数学能力作为我们的教学目标，贯彻在教与学的始终。

表 1—2 实验班与普通班学生对比测试情况统计表

学 校	试 题	I			I			II		
		班平 均分	标准差	t 考验	班平 均分	标准差	t 考验	学习 目的 明确	对数学有 兴趣的	知难而 进的
北京师 院附中	实验班 (49人)	97.1	4.2	$P > 0.05$	92.6	5.7	$P < 0.05$	78%	85%	68%
	普通班 (48人)	96.3	5.1		85.1	8.1		64%	73%	49%
北京八 中	实验班 (48人)	95.4	5.9	$P > 0.05$	91.2	9.8	$P < 0.05$	79%	84%	71%
	普通班 (44人)	94.7	6.1		82.3	11.1		68%	75%	64%
北京七 中	实验班 (41人)	88.1	8.7	$P > 0.05$	80.1	10.5	$P < 0.05$	68%	63%	55%
	普通班 (45人)	79.5	12.3		69.8	13.4		49%	51%	41%

表 1—3 1986年北京师院附中参加高考各科班平均成绩统计表

科目 成绩 班级	政治	语文	数学	物理	化学	生物	外语	历史	地理	总平均
普通一班 (53人)	71.49	95.49	92.69	67.54	75.9	58.65	80.16			541.74
普通二班 (55人)	69.03	90.65	86.14	61.5	68.1	56.23	73.2			503.05
普通三班 (54人)	71.62	92.37	84.87	61.85	72.29	57	77.37			517.37
普通四班 (52人)	68.69	89.94	85.78	60.42	72.92	56.23	74.32			507.3
普通五班 (文科46人)	67.21	89.43	77.93				70.17	75.15	78.41	458.3
实验班 (51人)	74.63	97.32	102.5	73.63	82.59	61.92	85.76			559.94

当时由于高中的《中学数学实验教材》编得还不十分理想，为了稳妥起见，1983年9月，我们只保留北京师院附中的一个实验班继续搞高中阶段的数学教改实验（51名学生均由初中实验班直升的），由马富芸老师执教（初中阶段也是她教的）。教学方法主要采用启发式、探究式、发现法。教学目标是在教好知识的同时，努力培养上述11种数学能力和有关非智力因素。经过三年的努力，1986年7月参加全国统一高考，实验班除2人免试保送上大学外，有49人应考，最高分为118分（当年数学试题满分120分），最低分为68分（市体育尖子，被清华大学录取），班平均分为102.5分（是海淀区的最高分）。51人全部考上大学本科，其中46人被重点大学录取（当年重点大学录取分数线为520分）占该班总人数94%。而该校其他4个普通班考上大学本科的只有79%，被重点大学录取的只达47%，各科高考成绩，详见表1—3。

1987年，我们又对北京师大附属实验中学高中实验班高考成绩与本校普通班高考成绩作了对比分析。1984年高一进校时，随即分班，实验班学生数学成绩与普通班成绩相当。详见表1—4。

表1—4 1984年实验中学高一进校时数学班平均成绩情况表

班 级 成 绩	高一 (1) 实验班	高一 (2) 普通班	高一 (3) 普通班	高一 (4) 普通班	高一 (5) 普通班	高一 (6) 普通班
班平均分	97.6	98.6	97.4	98	95.7	96.8

三年后，即1987年高考成绩实验班学生明显高出普通班。详见表1—5。